BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TOÁN 10

SÁCH GIÁO VIÊN



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – TRẦN VĂN TẤN – ĐẶNG HÙNG THẮNG (đồng Chủ biên)
HẠ VŨ ANH – TRẦN MẠNH CƯỜNG – NGUYỄN ĐẠT ĐĂNG
PHẠM HOÀNG HÀ – ĐẶNG ĐÌNH HANH – PHAN THANH HỒNG
NGUYỄN THỊ KIM SƠN – DƯƠNG ANH TUẤN – NGUYỄN CHU GIA VƯỢNG

TOÁN

10

SÁCH GIÁO VIÊN

(Tái bản lần thứ hai)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

QUY ƯỚC VIẾT TẮT DÙNG TRONG SÁCH

CT GDPT	Chương trình Giáo dục phổ thông
HĐ	Hoạt động
HS	Học sinh
GV	Giáo viên
SGK	Sách giáo khoa
SGV	Sách giáo viên
THCS	Trung học cơ sở
THPT	Trung học phổ thông

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

LỜI NÓI ĐẦU

Sách giáo viên Toán 10 là tài liệu giúp giáo viên hiểu rõ các vấn đề về nội dung, mức độ yêu cầu, phương pháp giảng dạy Sách giáo khoa Toán 10 thuộc bộ sách "Kết nối tri thức với cuộc sống". Cũng có thể hiểu *Sách giáo viên Toán 10* là tài liệu hướng dẫn sử dụng Sách giáo khoa Toán 10 trong công tác dạy học.

Với mong muốn tạo điều kiện cho giáo viên chủ động, sáng tạo trong giảng dạy, *Sách giáo viên Toán 10* chủ yếu làm rõ các vấn đề sau:

1. Chương trình môn Toán cấp Trung học phổ thông, bao gồm cả vấn đề phương pháp dạy học được cụ thể hoá trong TOÁN 10 như thế nào.
2. Ý tưởng của tác giả ẩn sau cấu trúc sách, cấu trúc bài học và từng nội dung cụ thể mà giáo viên cần hiểu rõ để truyền tải cho HS.
3. Một số gợi ý trong việc tổ chức cho HS học tập trên lớp, như tổ chức thực hiện các nội dung được thiết kế trong sách.
4. Cung cấp đáp án cho các hoạt động, câu hỏi, bài luyện tập trên lớp, bài vận dụng và bài tập trong SGK.
5. Gợi ý tổ chức thực hiện các hoạt động trải nghiệm ngoài giờ lên lớp.

Với tinh thần đó, *Sách giáo viên Toán 10* gồm hai phần:

- *Phần một*: Hướng dẫn chung

  Phần này trình bày các vấn đề như: Chương trình (mục tiêu và những điểm cần lưu ý); Giới thiệu chung về Sách giáo khoa Toán 10 (quan điểm biên soạn, cấu trúc nội dung, cấu trúc các bài học, phương pháp tiếp cận); Phương pháp dạy học, đánh giá kết quả giáo dục.

- *Phần hai*: Hướng dẫn cụ thể

  Phần này sẽ đi vào từng chương, bài với nội dung, thời lượng và mục tiêu cần đạt; một số gợi ý về cách tổ chức giảng dạy hay thực hiện các phần quan trọng của mỗi bài học; Đáp số/hướng dẫn/lời giải cho các câu hỏi, bài luyện tập tại lớp, bài vận dụng và bài tập trong SGK.

Hi vọng, *Sách giáo viên Toán 10* sẽ là tài liệu hữu ích cho giáo viên khi giảng dạy TOÁN 10.

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu 3

PHẦN MỘT. HƯỚNG DẪN CHUNG 5

PHẦN HAI. HƯỚNG DẪN CỤ THỂ 26

CHƯƠNG I. MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP 26
Bài 1. Mệnh đề 27
Bài 2. Tập hợp và các phép toán trên tập hợp 35
Bài tập cuối chương I 42

CHƯƠNG II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN 47
Bài 3. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn 48
Bài 4. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn 56
Bài tập cuối chương II 67

CHƯƠNG III. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC 73
Bài 5. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° 73
Bài 6. Hệ thức lượng trong tam giác 82
Bài tập cuối chương III 91

CHƯƠNG IV. VECTƠ 96
Bài 7. Các khái niệm mở đầu 97
Bài 8. Tổng và hiệu của hai vectơ 103
Bài 9. Tích của một vectơ với một số 110
Bài 10. Vectơ trong mặt phẳng toạ độ 118
Bài 11. Tích vô hướng của hai vectơ 126
Bài tập cuối chương IV 133

CHƯƠNG V. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM 137
Bài 12. Số gần đúng và sai số 138
Bài 13. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm 142
Bài 14. Các số đặc trưng đo độ phân tán 145
Bài tập cuối chương V 149

CHƯƠNG VI. HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG 153
Bài 15. Hàm số 154
Bài 16. Hàm số bậc hai 162
Bài 17. Dấu của tam thức bậc hai 168
Bài 18. Phương trình quy về phương trình bậc hai 174
Bài tập cuối chương VI 178

CHƯƠNG VII. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG 183
Bài 19. Phương trình đường thẳng 184
Bài 20. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Góc và khoảng cách 193
Bài 21. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ 203
Bài 22. Ba đường conic 211
Bài tập cuối chương VII 221

CHƯƠNG VIII. ĐẠI SỐ TỔ HỢP 226
Bài 23. Quy tắc đếm 227
Bài 24. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp 235
Bài 25. Nhị thức Newton 242
Bài tập cuối chương VIII 248

CHƯƠNG IX. TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN 250
Bài 26. Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất 251
Bài 27. Thực hành tính toán xác suất theo định nghĩa cổ điển 259
Bài tập cuối chương IX 268

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM 271
Tìm hiểu một số kiến thức về tài chính 271
Mạng xã hội: Lợi và hại 275
Một số nội dung cho hoạt động trải nghiệm hình học 281
Ước tính số cá thể trong một quần thể 284

Bài tập ôn tập cuối năm 286

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

PHẦN MỘT HƯỚNG DẪN CHUNG

A MỤC TIÊU MÔN HỌC

I Mục tiêu chung của môn Toán

Chương trình môn Toán giúp HS đạt các mục tiêu chủ yếu sau:

1. Hình thành và phát triển năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
2. Góp phần hình thành và phát triển ở HS các phẩm chất chủ yếu và năng lực chung theo các mức độ phù hợp với môn học, cấp học được quy định tại Chương trình tổng thể.
3. Có kiến thức, kĩ năng toán học phổ thông, cơ bản, thiết yếu; phát triển khả năng giải quyết vấn đề có tính tích hợp liên môn giữa môn Toán và các môn học khác như Vật lí, Hoá học, Sinh học, Địa lí, Tin học, Công nghệ, Lịch sử, Nghệ thuật, ...; tạo cơ hội để HS được trải nghiệm, áp dụng toán học vào thực tiễn.
4. Có hiểu biết tương đối tổng quát về sự hữu ích của Toán học đối với từng ngành nghề liên quan để làm cơ sở định hướng nghề nghiệp, cũng như có đủ năng lực tối thiểu để tự tìm hiểu những vấn đề liên quan đến Toán học trong suốt cuộc đời.

II Mục tiêu của môn Toán cấp Trung học phổ thông

Môn Toán cấp Trung học phổ thông nhằm giúp HS đạt các mục tiêu chủ yếu sau:

1. Góp phần hình thành và phát triển năng lực toán học với yêu cầu cần đạt: nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để hiểu được những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; thiết lập được mô hình toán học để mô tả tình huống, từ đó đưa ra cách giải quyết vấn đề toán học đặt ra trong mô hình được thiết lập; thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề và đánh giá được giải pháp đã thực hiện, phản ánh được giá trị của giải pháp, khái quát hoá được cho vấn đề tương tự; sử dụng được công cụ, phương tiện học toán trong học tập, khám phá và giải quyết vấn đề toán học.

2. Có những kiến thức và kĩ năng toán học cơ bản, thiết yếu về:

Đại số và Giải tích: Tính toán và sử dụng công cụ tính toán; sử dụng ngôn ngữ và kí hiệu đại số; biến đổi biểu thức đại số và siêu việt (lượng giác, mũ, lôgarit), phương trình, hệ phương trình, bất phương trình; nhận biết các hàm số sơ cấp cơ bản (luỹ thừa, lượng giác, mũ, lôgarit); khảo sát hàm số và vẽ đồ thị hàm số bằng công cụ đạo hàm; sử dụng ngôn ngữ hàm số, đồ thị hàm số để mô tả và phân tích một số quá trình và hiện tượng trong thế giới thực; sử dụng tích phân để tính toán diện tích hình phẳng và thể tích vật thể trong không gian.

Hình học và Đo lường: Cung cấp những kiến thức và kĩ năng (ở mức độ suy luận lôgic) về các quan hệ hình học và một số hình phẳng, hình khối quen thuộc; phương pháp đại số (vectơ, toạ độ) trong hình học; phát triển trí tưởng tượng không gian; giải quyết một số vấn đề thực tiễn đơn giản gắn với Hình học và Đo lường.

Thống kê và Xác suất: Hoàn thiện khả năng thu thập, phân loại, biểu diễn, phân tích và xử lí dữ liệu thống kê; sử dụng các công cụ phân tích dữ liệu thống kê thông qua các số đặc trưng đo xu thế trung tâm và đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu không ghép nhóm và ghép nhóm; sử dụng các quy luật thống kê trong thực tiễn; nhận biết các mô hình ngẫu nhiên, các khái niệm cơ bản của xác suất và ý nghĩa của xác suất trong thực tiễn.

3. Góp phần giúp HS có những hiểu biết tương đối tổng quát về các ngành nghề gắn với môn Toán và giá trị của nó; làm cơ sở cho định hướng nghề nghiệp sau trung học phổ thông; có đủ năng lực tối thiểu để tự tìm hiểu những vấn đề liên quan đến Toán học trong suốt cuộc đời.

III Mục tiêu môn Toán lớp 10

Cụ thể hoá mục tiêu môn học, Toán lớp 10 nhằm giúp HS đạt được các kiến thức và kĩ năng sau:

1. *Mệnh đề. Tập hợp*

- Thiết lập và phát biểu các mệnh đề toán học, bao gồm: mệnh đề phủ định; mệnh đề đảo; mệnh đề tương đương; mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$; điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ.
- Xác định tính đúng/sai của một mệnh đề toán học trong những trường hợp đơn giản.
- Nhận biết các khái niệm cơ bản về tập hợp (tập con, hai tập hợp bằng nhau, tập rỗng) và biết sử dụng các kí hiệu $\subset$, $\supset$, $\varnothing$.
- Thực hiện phép toán trên các tập hợp (hợp, giao, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con) và dùng biểu đồ Ven để biểu diễn chúng trong những trường hợp cụ thể.

- Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với phép toán trên tập hợp (ví dụ: những bài toán liên quan đến đếm số phần tử của hợp các tập hợp, ...).

2. *Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn*

- Nhận biết bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
- Vận dụng kiến thức về bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: bài toán tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác, ...).

3. *Hàm số và đồ thị*

- Nhận biết những mô hình thực tế (dạng bảng, biểu đồ, công thức) dẫn đến khái niệm hàm số.
- Mô tả các khái niệm cơ bản về hàm số: định nghĩa hàm số, tập xác định, tập giá trị, hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến, đồ thị của hàm số.
- Mô tả các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến.
- Vận dụng kiến thức của hàm số vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xây dựng hàm số bậc nhất trên những khoảng khác nhau để tính số tiền y (phải trả) theo số phút gọi x đối với một gói cước điện thoại, ...).
- Thiết lập bảng giá trị của hàm số bậc hai.
- Vẽ parabol (*parabola*) là đồ thị hàm số bậc hai.
- Nhận biết các tính chất cơ bản của parabol như đỉnh, trục đối xứng.
- Nhận biết và giải thích được các tính chất của hàm số bậc hai thông qua đồ thị.
- Vận dụng kiến thức về hàm số bậc hai và đồ thị vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xác định độ cao của cầu, cổng có hình dạng parabol, ...).
- Giải thích định lí về dấu của tam thức bậc hai từ việc quan sát đồ thị của hàm bậc hai.
- Giải bất phương trình bậc hai.
- Vận dụng bất phương trình bậc hai một ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xác định chiều cao tối đa để xe có thể qua hầm có hình dạng parabol, ...).
- Giải phương trình chứa căn thức có dạng:

$$\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}\ ;\ \sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e\ .$$

4. *Đại số tổ hợp*

- Vận dụng quy tắc cộng và quy tắc nhân trong một số tình huống đơn giản (ví dụ: đếm số khả năng xuất hiện mặt sấp/ngửa khi tung một số đồng xu, ...).
- Vận dụng sơ đồ hình cây trong các bài toán đếm đơn giản các đối tượng trong Toán học, trong các môn học khác cũng như trong thực tiễn (ví dụ: đếm số hợp tử tạo thành trong Sinh học, hoặc đếm số trận đấu trong một giải thể thao, ...).
- Tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.
- Tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay.
- Khai triển nhị thức Newton $(a + b)^n$ với số mũ thấp ($n = 4$ hoặc $n = 5$) bằng cách vận dụng tổ hợp.

5. *Hệ thức lượng trong tam giác*

- Nhận biết giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°.
- Tính giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay.
- Giải thích hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.
- Giải thích các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác: định lí côsin, định lí sin, công thức tính diện tích tam giác.
- Mô tả cách giải tam giác và vận dụng được vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp, ...).

6. *Vectơ*

- Nhận biết khái niệm vectơ, vectơ bằng nhau, vectơ - không.
- Biểu thị một số đại lượng trong thực tiễn bằng vectơ.
- Thực hiện các phép toán trên vectơ (tổng và hiệu hai vectơ, tích của một vectơ với một số, tích vô hướng của hai vectơ) và mô tả những tính chất hình học (ba điểm thẳng hàng, trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, ...) bằng vectơ.
- Sử dụng vectơ và các phép toán trên vectơ để giải thích một số hiện tượng có liên quan đến Vật lí và Hoá học (ví dụ: những vấn đề liên quan đến lực, đến chuyển động, ...).
- Vận dụng kiến thức về vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: xác định lực tác dụng lên vật, ...).

7. *Phương pháp toạ độ trong mặt phẳng*

- Nhận biết toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ.
- Tìm toạ độ của một vectơ, độ dài của một vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút của nó.
- Sử dụng biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong tính toán.
- Vận dụng phương pháp toạ độ vào bài toán giải tam giác.
- Vận dụng kiến thức về toạ độ của vectơ để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: vị trí của vật trên mặt phẳng toạ độ, ...).
- Mô tả phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ.
- Thiết lập phương trình của đường thẳng trong mặt phẳng khi: biết một điểm và một vectơ pháp tuyến; biết một điểm và một vectơ chỉ phương; biết hai điểm.
- Nhận biết hai đường thẳng cắt nhau, song song, trùng nhau, vuông góc với nhau bằng phương pháp toạ độ.
- Thiết lập công thức tính góc giữa hai đường thẳng.
- Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng bằng phương pháp toạ độ.
- Giải thích mối liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ.
- Vận dụng kiến thức về phương trình đường thẳng để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.
- Thiết lập phương trình đường tròn khi biết toạ độ tâm và bán kính; biết toạ độ ba điểm mà đường tròn đi qua; xác định được tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình của đường tròn.
- Thiết lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ của tiếp điểm.
- Vận dụng kiến thức về phương trình đường tròn để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: bài toán về chuyển động tròn trong Vật lí, ...).
- Nhận biết ba đường conic bằng hình học.
- Nhận biết phương trình chính tắc của ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ.
- Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong Quang học, ...).

8. *Số gần đúng*

- Hiểu khái niệm số gần đúng, sai số tuyệt đối.
- Xác định số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước.
- Xác định sai số tương đối của số gần đúng.
- Xác định số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước.
- Biết sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với các số gần đúng.

9. *Thu thập, tổ chức, phân tích và xử lí dữ liệu*

- Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong nhiều ví dụ.
- Tính số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu không ghép nhóm: số trung bình cộng (hay số trung bình), trung vị (*median*), tứ phân vị (*quartiles*), mốt (*mode*).
- Giải thích ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn.
- Chỉ ra những kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.
- Tính số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu không ghép nhóm: khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai, độ lệch chuẩn.
- Giải thích ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn.
- Chỉ ra những kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.
- Nhận biết mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học trong Chương trình lớp 10 và trong thực tiễn.

10. *Khái niệm về xác suất*

- Nhận biết một số khái niệm về xác suất cổ điển: phép thử ngẫu nhiên; không gian mẫu; biến cố (biến cố là tập con của không gian mẫu); biến cố đối; định nghĩa cổ điển của xác suất; nguyên lí xác suất bé.
- Mô tả không gian mẫu, biến cố trong một số thí nghiệm đơn giản (ví dụ: gieo đồng xu hai lần, gieo đồng xu ba lần, gieo xúc xắc hai lần).

11. *Các quy tắc tính xác suất*

- Tính xác suất của biến cố trong một số bài toán đơn giản bằng phương pháp tổ hợp (trường hợp xác suất phân bố đều).
- Tính xác suất trong một số thí nghiệm lặp bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây (ví dụ: gieo xúc xắc hai lần, tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 7).
- Mô tả các tính chất cơ bản của xác suất.
- Tính xác suất của biến cố đối.

12. *Thực hành ứng dụng các kiến thức toán học thuộc chương trình Toán 10 vào thực tiễn và các chủ đề liên môn, chẳng hạn:*

- Thực hành tổng hợp các hoạt động liên quan đến tính toán, đo lường, ước lượng và tạo lập hình, như: tính tiền khi đi taxi theo các khung giá: dưới 1 km, từ 1 – 10 km, từ 10 – 31 km, trên 31 km, ...; đo đạc một vài yếu tố của vật thể mà chúng ta không thể dùng dụng cụ đo đạc để đo trực tiếp; tính chiều cao của công trình kiến trúc dạng parabol (như cầu Nhật Tân, cầu Trường Tiền, cầu Mỹ Thuận, ...); giải thích các hiện tượng, quy luật trong Vật lí; thực hành vẽ, cắt hình có dạng elip (ellipse).
- Thực hành mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ.
- Hiểu sự khác biệt giữa tiết kiệm và đầu tư.
- Thực hành thiết lập kế hoạch đầu tư cá nhân để đạt được tỉ lệ tăng trưởng như mong đợi.
- Tìm hiểu, sưu tầm về lịch sử toán, tìm hiểu về các ứng dụng của hàm số bậc hai, vectơ trong thực tiễn, ...
- Sử dụng phần mềm hỗ trợ việc học các kiến thức hình học (chẳng hạn: biểu thị điểm, vectơ, các phép toán vectơ trong hệ trục toạ độ *Oxy*; vẽ đường thẳng, đường tròn, các đường conic trên mặt phẳng toạ độ; xem xét sự thay đổi hình dạng của các hình khi thay đổi các yếu tố trong phương trình xác định chúng).
- Sử dụng phần mềm để thiết kế đồ hoạ liên quan đến đường tròn và các đường conic.

B GIỚI THIỆU SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 10

I Quan điểm biên soạn sách giáo khoa Toán 10

1. *SGK Toán 10 được biên soạn nhằm đáp ứng các yêu cầu chung đối với SGK mới:*

- Tuân thủ định hướng đổi mới giáo dục phổ thông với trọng tâm là chuyển nền giáo dục từ chú trọng truyền thụ kiến thức sang giúp HS hình thành, phát triển toàn diện phẩm chất và năng lực.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

- Bám sát các tiêu chuẩn SGK mới theo Thông tư số 33/2017 của Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 22 tháng 12 năm 2017.

2. *Tư tưởng chủ đạo trong SGK được thể hiện rõ từ cấu trúc của sách đến cách tiếp cận các nội dung giáo dục:*

- Đổi mới SGK theo mô hình phát triển phẩm chất và năng lực của HS nhưng không xem nhẹ vai trò của kiến thức. Kiến thức và kĩ năng là hai nhân tố quan trọng để phát triển phẩm chất và năng lực của HS; đồng thời chúng có quan hệ mật thiết với nhau: có kiến thức thì mới hình thành và phát triển được kĩ năng; ngược lại, có rèn luyện và nâng cao kĩ năng thì kiến thức mới được củng cố và phát triển sâu sắc.
- Kiến thức toán không chỉ phát triển từ chính Toán học mà quan trọng hơn, còn bắt nguồn từ cuộc sống và phục vụ cho cuộc sống.
- Nội dung và phương pháp giáo dục phải phù hợp với đặc điểm tâm lí và trải nghiệm của HS lớp 10.
- Các năng lực chung và năng lực toán học có quan hệ liên kết, gắn bó, hỗ trợ lẫn nhau, cùng nhau phát triển. Do đó, bên cạnh các năng lực vốn đã được coi trọng như năng lực tư duy lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, không thể xem nhẹ các năng lực như: năng lực giao tiếp toán học (đọc, nghe, viết, diễn đạt các nội dung toán học), năng lực tự học, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Nội dung Toán 10 phải bảo đảm tính tích hợp nội môn và liên môn, tính phân hoá trong giáo dục và hỗ trợ tốt cho GV trong việc đổi mới phương pháp dạy học.

II Về cấu trúc nội dung

SGK Toán 10 được chia làm hai tập, tương ứng với hai học kì, mỗi tập gồm các chương đan xen ba mạch kiến thức Đại số, Hình học và Đo lường, Thống kê và Xác suất, không tách riêng mạch Hình học như SGK cũ. Với cấu trúc này, một mặt, trong mỗi giai đoạn học tập, HS được tập trung vào một chủ đề, tạo thuận lợi cho các em trong việc tiếp thu, rèn luyện, khắc sâu kiến thức và kĩ năng; mặt khác, sau mỗi giai đoạn, các em được chuyển sang một chủ đề mới, với cảm hứng học tập mới. Nhiều bộ sách ở các nước, như Mathe Live (Đức), New Syllabus Mathematics (Singapore), Haese Mathematics (Australia) cũng được thiết kế đan xen các mạch kiến thức như vậy.

TẬP MỘT	TẬP HAI
Chương I. Mệnh đề và tập hợp	Chương VI. Hàm số, đồ thị và ứng dụng
Chương II. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Chương VII. Phương pháp toạ độ trong mặt phẳng
Chương III. Hệ thức lượng trong tam giác	Chương VIII. Đại số tổ hợp
Chương IV. Vectơ	Chương IX. Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển
Chương V. Các số đặc trưng của mẫu số liệu không ghép nhóm	Hoạt động thực hành trải nghiệm
Hoạt động thực hành trải nghiệm	Bài tập ôn tập cuối năm

III Về cấu trúc các bài học

1. *Thiết kế bài học được xác định là yếu tố quan trọng nhất trong việc hỗ trợ GV đổi mới phương pháp giảng dạy và giúp HS phát triển năng lực và phẩm chất.*

   - Bên cạnh các phẩm chất **trách nhiệm**, **chăm chỉ**, **trung thực** được thể hiện xuyên suốt trong quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập, các phẩm chất khác như **yêu nước**, **nhân ái**, ... cũng được chú ý trong việc lựa chọn mô hình, chất liệu, cách thể hiện nội dung.
   - Bên cạnh các năng lực tư duy và lập luận toán học, giao tiếp toán học, **sử dụng công cụ và phương tiện toán học**, các **năng lực giải quyết vấn đề toán học**, **mô hình hoá toán học** được chú ý thoả đáng và là một trong những điểm khác biệt lớn so với SGK trước đây.
   - Cấu trúc của các bài học trong SGK Toán 10 tạo điều kiện cho GV vận dụng sáng tạo các phương pháp và hình thức tổ chức dạy học, lấy hoạt động của HS làm trung tâm; tạo cơ hội và khuyến khích HS tích cực, chủ động, sáng tạo trong học tập.
   - Các bài học được xây dựng theo hướng cho HS đi từ các vấn đề của cuộc sống đến các khái niệm, định lí toán học, sau đó, từ những hiểu biết toán học quay lại giải quyết các vấn đề của cuộc sống.

2. *Mỗi bài học trong SGK Toán 10 gồm có bốn thành phần cơ bản là mở đầu, kiến thức mới, luyện tập, vận dụng. Tuy vậy, trong khi phần mở đầu dành chung cho toàn bài học, các phần còn lại đi theo các mục trong bài học.*

   - Mở đầu bài học đưa ra tình huống làm nảy sinh nhu cầu học tập, nó có thể là một bài toán thực tế đại diện, hay là một đoạn dẫn nhập để mở ra một chân trời tri thức.

- Sau mở đầu, bài học được chia thành các mục, theo các chủ đề. Trong mỗi mục, vòng lặp "hoạt động hình thành kiến thức, khung kiến thức, ví dụ, luyện tập" được chạy theo từng đơn vị kiến thức. Hoạt động vận dụng (vào các vấn đề mang tính thực tế) được đưa ra khi HS đã đạt được một lượng kiến thức, kĩ năng cần thiết, và thường được đưa ra ở cuối mỗi mục.
- Hoạt động hình thành kiến thức giúp HS quan sát và trải nghiệm, tính toán và lập luận để có ý niệm sơ bộ về khái niệm, cơ sở trải nghiệm và cơ sở lí luận cho kết luận, từ đó, đi đến khung kiến thức. Các tác giả đã thiết kế các hoạt động hình thành kiến thức với các cách thức khác nhau, theo tinh thần "Bốn mươi thế kỉ cùng ra trận", để HS đến với tri thức một cách chủ động nhất, tự nhiên nhất, vững chắc nhất có thể. Các hoạt động được chia thành từng bước để vừa sức với HS trong khoảng thời gian cho phép.
- *Khung kiến thức* (xuất hiện chủ yếu sau các hoạt động và đôi khi sau Ví dụ) trình bày các kiến thức mang tính lí thuyết của bài học; HS sau đó được sử dụng (trừ khi có yêu cầu rõ chứng minh trong phần bài tập).
- HS có thể học ở các *Ví dụ* về phương pháp và cách trình bày, từ đó, thực hành các *Luyện tập* để củng cố kiến thức và kĩ năng.
- Trong các vòng lặp nói trên, còn có thể xuất hiện các *Câu hỏi* (thường ở ngay sau khung kiến thức), *Chú ý*, *Nhận xét*, *Trải nghiệm* (nhỏ, nhanh, gọn), *Khám phá* (nhỏ), *Thảo luận* (nhanh). Các thành phần này không thuộc vào cấu trúc cứng, chúng chỉ xuất hiện khi cần thiết. Cấu trúc "động" này giúp các bài học trở nên đa dạng hơn và không cứng nhắc. Không chỉ làm cho bài học thêm sinh động, không chỉ giúp HS có thêm cơ hội củng cố kiến thức, kĩ năng, rõ ràng các hoạt động *Khám phá*, *Trải nghiệm*, *Thảo luận* còn góp phần giúp các em sáng tạo trong học tập, phát triển về nhận thức khoa học, khả năng lập luận, diễn giải, thuyết phục, làm việc theo nhóm, ...
- Vận dụng (mang tính thực tế) được đưa ra để HS giải quyết (bao gồm cả tình huống được nêu ra ở đầu bài học) sau khi đã được trau dồi kiến thức và kĩ năng. Hoạt động này giúp HS phát triển các năng lực mô hình hoá toán học và giải quyết vấn đề toán học: xác định mô hình toán học trong bài toán thực tế; giải quyết bài toán toán học; thể hiện, đánh giá ngược trở lại từ kết quả toán học sang kết quả thực tế.
- Cuối mỗi bài học là phần *Bài tập* (được chọn lọc để có số lượng vừa phải) để HS tiếp tục củng cố, rèn luyện kiến thức và kĩ năng ở nhà.

- Mục *Em có biết?* cung cấp ngắn gọn cho HS những câu chuyện, thông tin bổ ích và thú vị liên quan tới nội dung học.

3. *SGK Toán 10 được thiết kế theo hướng GV là người chỉ đạo, tổ chức, giám sát, kiểm tra, gợi ý, giảng giải, chốt kiến thức, kĩ năng; HS tích cực tham gia vào các hoạt động để hình thành, củng cố và phát triển kiến thức, kĩ năng, học đến đâu vững tới đó. Tuỳ từng hoạt động, tuỳ vào hoàn cảnh thực tế lớp học, GV chủ động, linh hoạt trong hoạt động dạy và học trên lớp. Chẳng hạn, GV chủ động lựa chọn hình thức (thực hiện theo nhóm, hay cá nhân, gọi lên bảng, hay trả lời trực tiếp, kiểm tra chéo hay báo cáo kết quả trực tiếp với GV), chủ động chọn thời điểm, mức độ tương tác với HS (khi nào đưa ra các gợi ý, hỗ trợ, mức độ hỗ trợ tới đâu, ...).*

Vai trò của GV và nhiệm vụ của HS trong dạy và học theo SGK Toán 10, cơ bản được xác định như sau:

Hoạt động, nội dung	Vai trò của GV	Nhiệm vụ của HS
Mở đầu bài học	Dẫn dắt, đặt vấn đề	Theo dõi, tiếp thu.
Hoạt động hình thành kiến thức	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận.	Thực hành dưới sự chỉ đạo của GV.
Khung kiến thức	Giảng giải, phân tích, bình luận, nêu chú ý, câu hỏi, ví dụ minh hoạ.	Tiếp thu, ghi nhớ kiến thức, nêu lên điều chưa rõ, chưa hiểu.
Ví dụ mẫu về phương pháp và trình bày	Trình bày, giảng giải, phân tích, bình luận, nêu chú ý.	Tiếp thu, nêu câu hỏi (nếu có) để hiểu rõ nội dung.
Luyện tập	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận.	Sử dụng kiến thức, kĩ năng đã được học, chủ động thực hành luyện tập dưới sự chỉ đạo của GV.
Vận dụng	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận.	Sử dụng kiến thức, kĩ năng đã được học, chủ động thực hiện dưới sự chỉ đạo của GV.
Hoạt động trải nghiệm (nhỏ), thảo luận (nhanh), khám phá (nhỏ) (nếu có)	Tổ chức để HS thực hiện; kiểm tra, hỗ trợ, gợi ý, hướng dẫn, chỉnh sửa, đánh giá, kết luận. Cũng có thể hướng dẫn để HS trải nghiệm ở nhà.	Chủ động thực hiện theo sự chỉ đạo của GV.

Bài tập	Kiểm tra, đánh giá, kết luận và chọn lọc hướng dẫn một số bài (tuỳ theo hoàn cảnh và thời lượng cho phép).	Dựa trên kiến thức và kĩ năng đã được học trên lớp, HS chủ động luyện tập bài tập ở nhà.
Em có biết?	Nếu có điều kiện, GV giảng giải thêm hoặc hướng dẫn HS tìm hiểu thêm.	Khuyến khích HS đọc, tìm hiểu để mở rộng hiểu biết và tăng thêm hứng thú học tập.
Hoạt động Thực hành Trải nghiệm theo các chủ đề (được đề cập cuối mỗi tập).	Chủ động chọn thời điểm phù hợp tổ chức hoặc hướng dẫn HS chủ động thực hiện.	Thực hiện theo cá nhân hoặc theo nhóm (dưới sự tư vấn, giúp đỡ, chỉ đạo, ... của GV).

IV Phân bổ thời lượng trong SGK Toán 10

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018 (sau đây gọi tắt là Chương trình) quy định thời lượng Toán 10 gồm 105 tiết, phân bổ: 44% cho mạch Đại số và Giải tích, 35% cho mạch Hình học và Đo lường, 14% cho mạch Xác suất và Thống kê, 7% cho Thực hành và Trải nghiệm. Ngoài ra, Chương trình có thêm 35 tiết cho các chuyên đề học tập tự chọn.

Tuỳ thực tế, nhà trường linh hoạt trong việc phân bổ thời lượng cho từng bài học để đạt hiệu quả giáo dục. SGK Toán 10, đưa ra gợi ý sau đây về phân bổ thời lượng cho các bài học để nhà trường và GV tham khảo.

Tên chương	Tên bài	Số tiết
TẬP MỘT		
CHƯƠNG I. MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP	Bài 1. Mệnh đề	4
	Bài 2. Tập hợp và các phép toán trên tập hợp	4
	Bài tập cuối chương I	1
CHƯƠNG II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN	Bài 3. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn	2
	Bài 4. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	3
	Bài tập cuối chương II	1
CHƯƠNG III. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC	Bài 5. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°	2
	Bài 6. Hệ thức lượng trong tam giác	4
	Bài tập cuối chương III	1
	Ôn tập kiểm tra giữa kì I	3
CHƯƠNG IV. VECTƠ	Bài 7. Các khái niệm mở đầu	2
	Bài 8. Tổng và hiệu của hai vectơ	2

	Bài 9. Tích của một vectơ với một số	2
	Bài 10. Vectơ trong mặt phẳng toạ độ	3
	Bài 11. Tích vô hướng của hai vectơ	3
	Bài tập cuối chương IV	1
CHƯƠNG V. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM	Bài 12. Số gần đúng và sai số	2
	Bài 13. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm	2
	Bài 14. Các số đặc trưng đo độ phân tán	3
	Bài tập cuối chương V	1
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM	Tìm hiểu một số kiến thức về tài chính	1
	Mạng xã hội: Lợi và hại	2
	Ôn tập và kiểm tra cuối kì I	4
TẬP HAI		
CHƯƠNG VI. HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG	Bài 15. Hàm số	4
	Bài 16. Hàm số bậc hai	3
	Bài 17. Dấu của tam thức bậc hai	3
	Bài 18. Phương trình quy về phương trình bậc hai	2
	Bài tập cuối chương VI	1
CHƯƠNG VII. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG	Bài 19. Phương trình đường thẳng	2
	Bài 20. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Góc và khoảng cách	3
	Bài 21. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ.	2
	Bài 22. Ba đường conic	4
	Bài tập cuối chương VII	1
	Ôn tập và kiểm tra giữa kì II	3
CHƯƠNG VIII. ĐẠI SỐ TỔ HỢP	Bài 23. Quy tắc đếm	4
	Bài 24. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp	4
	Bài 25. Nhị thức Newton	2
	Bài tập cuối chương VIII	1
CHƯƠNG IX. TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN	Bài 26. Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất	2
	Bài 27. Thực hành tính toán xác suất theo định nghĩa cổ điển	3
	Bài tập cuối chương IX	1
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM	Một số nội dung cho hoạt động trải nghiệm hình học	2
	Ước tính số cá thể trong một quần thể	1
	Ôn tập và kiểm tra cuối năm	4

V Những điểm cần chú ý về nội dung Chương trình và SGK Toán 10

Chương trình môn Toán cấp Trung học phổ thông năm 2018 gồm ba mạch kiến thức: Đại số và Giải tích, Hình học và Đo lường, Thống kê và Xác suất.

Đáng chú ý là các tác giả Chương trình đã nêu rõ quan điểm xây dựng Chương trình là: "CT GDPT môn Toán chỉ quy định những nguyên tắc, định hướng chung về yêu cầu cần đạt về phẩm chất và năng lực của HS, nội dung giáo dục, phương pháp giáo dục và việc đánh giá kết quả giáo dục, không quy định quá chi tiết, để tạo điều kiện cho các tác giả SGK và GV phát huy tính chủ động, sáng tạo trong thực hiện Chương trình."

Với quan điểm như vậy, khi thực hiện "một Chương trình – nhiều bộ SGK", thì khó tránh khỏi sự thiếu thống nhất về mặt chi tiết giữa các bộ SGK khác nhau. Do đó khi sử dụng bộ sách này, các GV cần nghiên cứu kĩ nội dung của từng chương, từng bài học sẽ được trình bày trong SGV Toán 10.

So với chương trình trước đây, nội dung CT GDPT môn Toán lớp 10 (năm 2018) và SGK Toán 10 có một số điểm đáng chú ý như sau:

1. Mạch Đại số và Giải tích

- Trong Chương trình và SGK Toán năm 2006, nội dung của chương Đại số tổ hợp được dạy ở lớp 11. Trong Chương trình năm 2018, nội dung này được chuyển xuống dạy ở lớp 10. Nhìn chung, nội dung của chương này tương đối khó và khá trừu tượng đối với HS lớp 10. Giải pháp của SGK Toán 10 là bố trí chương này ở gần cuối Tập hai, ngay trước chương cuối cùng về Xác suất, nhằm hai mục đích: Một là, đến lúc đó HS "chín" hơn về tư duy nên sẽ dễ tiếp thu hơn, hai là, phục vụ trực tiếp cho việc học nội dung Xác suất ở ngay chương sau.
- Trong Chương trình Toán 2018 và trong SGK Toán, khái niệm Sơ đồ hình cây được đưa vào một cách chính thức và được dùng xuyên suốt trong các bài toán đếm (ở cả Chương VIII và Chương IX), giúp cho việc đếm được thuận tiện và không bỏ sót trường hợp.
- Trước đây, phương pháp quy nạp toán học được dạy ở lớp 11, nay được đưa xuống phần Chuyên đề học tập Toán 10, với thời lượng dài hơn (4 tiết so với 2 tiết trước đây). Do vậy, GV có thể khai thác các ứng dụng phong phú của phương pháp quy nạp toán học một cách kĩ càng hơn.
- Trước đây, nhị thức Newton được dạy ở lớp 11, nay được đưa xuống lớp 10 và trình bày thành hai phần: Trong SGK Toán 10 chỉ trình bày nhị thức Newton $(a+b)^n$ với $n = 4$ hoặc $n = 5$ mà ở đó các hệ số nhị thức được xác định bằng cách vận dụng tổ hợp;

trường hợp n tổng quát được trình bày ở phần Chuyên đề học tập Toán 10 (các hệ số khai triển được xác định bằng hai phương pháp: dùng tam giác Pascal hoặc dùng công thức).

- Trước đây, sau khi có khai triển của $(a+b)^n$ thì mới giới thiệu tam giác Pascal là tam giác lập thành từ các hệ số nhị thức (do vậy ít có giá trị trong áp dụng). Nay thì trình bày theo thứ tự ngược lại, xuất phát từ khai triển của $(a+b)^n$ với số mũ n thấp (đã học trong Chương VIII SGK Toán 10), ta thành lập tam giác Pascal và dùng tính chất của tam giác này để xây dựng các hàng kế tiếp của tam giác, từ đó tính được hệ số của khai triển $(a+b)^n$ khi n = 6, 7, 8, ... Như vậy tam giác Pascal cho ta một phương pháp tiện lợi để tính các hệ số khai triển khi số mũ của khai triển không cao quá.
- Các tính chất của hệ số nhị thức C_n^k ở đây được dự đoán nhờ tính chất của tam giác Pascal, trước khi được chứng minh bằng tính toán trực tiếp nhờ công thức tính các số tổ hợp. Do đó kết quả tự nhiên hơn với HS (trước đây thường là áp đặt các hệ thức này, sau đó mới chứng minh tính đúng đắn của nó).
- Chương trình và SGK năm 2006 trình bày một cách hệ thống trong chương Bất đẳng thức – Bất phương trình, từ bất đẳng thức, bất phương trình bậc nhất một ẩn, hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn, cũng như các phép biến đổi tương đương và biến đổi hệ quả trên các bất phương trình. Trong SGK Toán 10 viết theo Chương trình năm 2006, bài Bất phương trình bậc nhất hai ẩn được dạy trong 2 tiết, nội dung bao gồm cả bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

CT GDPT môn Toán năm 2018 đã giảm nhẹ nhiều yếu tố hàn lâm, chỉ còn yêu cầu hiểu khái niệm và cách biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ. Trong SGK Toán 10 mới, nội dung này được viết thành một chương độc lập gồm 6 tiết: bài thứ nhất là Bất phương trình bậc nhất hai ẩn dạy trong 2 tiết; bài thứ hai là Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn dạy trong 3 tiết; Bài tập cuối chương dạy trong 1 tiết. Do đó, GV có nhiều thời gian và điều kiện để trình bày kĩ hơn về ứng dụng của bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong thực tiễn.

Lưu ý rằng trong Chương trình Toán năm 2018 ở lớp 10 chỉ yêu cầu dạy bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn mà không yêu cầu dạy bất đẳng thức, cũng như bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn và các phép biến đổi tương đương và các phép biến đổi hệ quả trên chúng. Phần Bất phương trình bậc hai một ẩn được dạy lồng ghép trong chương Hàm số, đồ thị và ứng dụng; sau khi học xong định lí về dấu của tam thức bậc hai.

- So với SGK cũ, nội dung hàm số đã giảm nhẹ một số yếu tố hàn lâm. Cụ thể:
  - Chưa giới thiệu khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ và tính chất đồ thị của chúng.
  - Để vẽ đồ thị của hàm số bậc hai, không yêu cầu HS lập bảng biến thiên như là một bước để vẽ đồ thị. Cũng không yêu cầu HS xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số bằng định nghĩa (kiểm tra tiêu chuẩn đại số). Mà chỉ yêu cầu HS từ đồ thị (đã cho hoặc HS đã biết cách vẽ) suy ra khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số tương ứng.
- Định lí về dấu của tam thức bậc hai được nhận biết từ quan sát dạng đồ thị của hàm số bậc hai, chứ không yêu cầu chứng minh chặt chẽ về mặt đại số.
- Phần Bất phương trình bậc hai một ẩn được dạy lồng ghép trong chương Hàm số, đồ thị và ứng dụng; sau khi học xong định lí về dấu của tam thức bậc hai.
- Không trình bày một cách hệ thống khái niệm tổng quát về phương trình một ẩn, cũng như các phép biến đổi tương đương và phép biến đổi hệ quả trên chúng. Chỉ yêu cầu HS giải được hai loại phương trình chứa căn thức đơn giản có thể quy về phương trình bậc hai.

2. Mạch Hình học và Đo lường

- CT GDPT môn Toán năm 2018 và SGK Toán 10 đưa nội dung Hệ thức lượng trong tam giác lên trước nội dung Vectơ. Điều này dẫn tới sự khác biệt đáng kể so với SGK cũ. Toàn bộ nội dung Hệ thức lượng trong tam giác cơ bản được xây dựng trên cơ sở kiến thức của lớp 9, mà không dựa trên tích vô hướng. Phần tính chất của tích vô hướng được xây dựng dựa trên công thức toạ độ và định lí côsin (nhờ vậy, HS có thể đi tới tính chất phân phối của phép cộng đối với phép nhân tích vô hướng một cách nhẹ nhàng hơn nhiều so với trước đây).
- HS đã học về trục, hệ trục, toạ độ của một điểm ở THCS, SGK Toán 10 đưa ra các hoạt động để diễn đạt lại các khái niệm đó dưới ngôn ngữ của vectơ. Dựa trên sự diễn đạt "Điểm M trên trục biểu diễn số x_0 nếu $\overrightarrow{OM} = x_0\vec{i}$" (hoạt động để đi đến phép nhân một vectơ với một số cũng được xây dựng gắn với trục số), SGK Toán 10 đi đến mối quan hệ giữa toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ với toạ độ của điểm M mà không định nghĩa lại toạ độ của điểm theo toạ độ của vectơ như SGK cũ.
- CT GDPT môn Toán năm 2018 đưa vào đủ ba đường conic. SGK Toán 10 dành thời lượng 4 tiết cho định nghĩa hình học, phương trình chính tắc và ứng dụng của ba đường conic. Sách Chuyên đề học tập Toán 10 dành thời lượng 11 tiết cho việc tìm hiểu sâu hơn về các đường conic (giao của mặt phẳng với mặt nón, đỉnh, trục, tâm sai, đường chuẩn, các ứng dụng).

3. Mạch Xác suất và Thống kê

- Trong CT GDPT môn Toán năm 2006, ở lớp 10, nội dung Thống kê chỉ thoáng qua, còn Xác suất thì hoàn toàn vắng bóng. Trong CT GDPT môn Toán năm 2018 mạch Xác suất và Thống kê trải dài từ lớp 2 đến lớp 12. Trong những năm đầu thực hiện Chương trình và SGK mới, cần lưu ý đến việc HS chưa được học theo chương trình mới ở THCS.
- Trong CT GDPT môn Toán năm 2006, nội dung Mẫu số liệu và trình bày một mẫu số liệu nằm ở lớp 10, trong CT GDPT môn Toán năm 2018, toàn bộ nội dung này đã chuyển xuống THCS (trừ nội dung Bảng phân bố tần số ghép nhóm).
- So với SGK cũ, Bài Số gần đúng và sai số được chuyển từ Chương Mệnh đề – Tập hợp sang mạch Xác suất và Thống kê (Bài 12, SGK Toán 10).
- So với Chương trình và SGK Toán năm 2006, nội dung về các số đặc trưng được thể hiện đầy đủ hơn, cụ thể thêm: Tứ phân vị, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị. Ngoài ra, Chương trình môn Toán năm 2018, nêu yêu cầu cần đạt là: Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong nhiều ví dụ.
- Phần Xác suất với hai nội dung là: Biến cố và định nghĩa biến cố của xác suất, Thực hành tính xác suất theo định nghĩa cổ điển. Phần này hoàn toàn mới so với CT GDPT môn Toán năm 2006.

4. Nội dung Thực hành và Trải nghiệm

- Một trong những điểm mới của CT GDPT môn Toán 2018 là Hoạt động Thực hành Trải nghiệm toán học được đưa vào với thời lượng chiếm 7% trong 105 tiết.
- Bám sát chương trình, SGK Toán 10 thiết kế một chuỗi các hoạt động thực hành trải nghiệm và đặt ở cuối mỗi tập sách. Tuỳ tiến trình dạy học trên lớp và kế hoạch học tập của nhà trường, GV có thể lựa chọn những hoạt động phù hợp (không nhất thiết thực hiện tất cả).

C PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ GIÁO DỤC

I Phương pháp dạy học

1. Phương pháp dạy học trong Chương trình môn Toán đáp ứng các yêu cầu cơ bản sau:

a) Phù hợp với tiến trình nhận thức của HS (đi từ cụ thể đến trừu tượng, từ dễ đến khó); không chỉ coi trọng tính lôgic của khoa học toán học mà cần chú ý cách tiếp cận dựa trên vốn kinh nghiệm và sự trải nghiệm của HS.

b) Quán triệt tinh thần "lấy người học làm trung tâm", phát huy tính tích cực, tự giác, chú ý nhu cầu, năng lực nhận thức, cách thức học tập khác nhau của từng cá nhân HS; tổ chức quá trình dạy học theo hướng kiến tạo, trong đó HS được tham gia tìm tòi, phát hiện, suy luận giải quyết vấn đề.

c) Linh hoạt trong việc vận dụng các phương pháp, kĩ thuật dạy học tích cực; kết hợp nhuần nhuyễn, sáng tạo với việc vận dụng các phương pháp, kĩ thuật dạy học truyền thống; kết hợp các hoạt động dạy học trong lớp học với hoạt động thực hành trải nghiệm, vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn. Cấu trúc bài học bảo đảm tỉ lệ cân đối, hài hoà giữa kiến thức cốt lõi, kiến thức vận dụng và các thành phần khác.

d) Sử dụng đủ và hiệu quả các phương tiện, thiết bị dạy học tối thiểu theo quy định đối với môn Toán; có thể sử dụng các đồ dùng dạy học tự làm phù hợp với nội dung học và các đối tượng HS; tăng cường sử dụng công nghệ thông tin và các phương tiện, thiết bị dạy học hiện đại một cách phù hợp và hiệu quả.

2. Định hướng phương pháp hình thành và phát triển các phẩm chất chủ yếu và năng lực chung

a) Phương pháp hình thành, phát triển các phẩm chất chủ yếu

Thông qua việc tổ chức các hoạt động học tập, môn Toán góp phần cùng các môn học và hoạt động giáo dục khác giúp HS rèn luyện tính trung thực, tình yêu lao động, tinh thần trách nhiệm, ý thức hoàn thành nhiệm vụ học tập; bồi dưỡng sự tự tin, hứng thú học tập, thói quen đọc sách và ý thức tìm tòi, khám phá khoa học.

b) Phương pháp hình thành, phát triển các năng lực chung

- Môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực tự chủ và tự học thông qua việc rèn luyện cho người học biết cách lựa chọn mục tiêu, lập được kế hoạch học tập, hình thành cách tự học, rút kinh nghiệm và điều chỉnh để có thể vận dụng vào các tình huống khác trong quá trình học các khái niệm, kiến thức và kĩ năng toán học cũng như khi thực hành, luyện tập hoặc tự lực giải toán, giải quyết các vấn đề có ý nghĩa toán học.
- Môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực giao tiếp và hợp tác thông qua việc nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép, diễn tả được các thông tin toán học cần thiết trong văn bản toán học; thông qua sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để trao đổi, trình bày được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác, đồng thời thể hiện sự tự tin, tôn trọng người đối thoại khi mô tả, giải thích các nội dung, ý tưởng toán học.

– Môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo thông qua việc giúp HS nhận biết được tình huống có vấn đề; chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác; biết đề xuất, lựa chọn được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề và biết trình bày giải pháp cho vấn đề; biết đánh giá giải pháp đã thực hiện và khái quát hoá cho vấn đề tương tự.

3. Phương pháp dạy học môn Toán góp phần hình thành và phát triển năng lực tính toán, năng lực ngôn ngữ và các năng lực đặc thù khác. Cụ thể:

a) Môn Toán với ưu thế nổi trội, có nhiều cơ hội để phát triển năng lực tính toán thể hiện ở chỗ vừa cung cấp kiến thức toán học, rèn luyện kĩ năng tính toán, ước lượng, vừa giúp hình thành và phát triển các thành tố của năng lực toán học (năng lực tư duy và lập luận, năng lực mô hình hoá, năng lực giải quyết vấn đề; năng lực giao tiếp và năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán).

b) Môn Toán góp phần phát triển năng lực ngôn ngữ thông qua rèn luyện kĩ năng đọc hiểu, diễn giải, phân tích, đánh giá tình huống có ý nghĩa toán học, thông qua việc sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để trình bày, diễn tả các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học.

c) Môn Toán góp phần phát triển năng lực tin học thông qua việc sử dụng các phương tiện, công cụ công nghệ thông tin và truyền thông như công cụ hỗ trợ trong học tập và tự học; tạo dựng môi trường học tập trải nghiệm.

d) Môn Toán góp phần phát triển năng lực thẩm mĩ thông qua việc giúp HS làm quen với lịch sử toán học, với tiểu sử của các nhà toán học và thông qua việc nhận biết vẻ đẹp của Toán học trong thế giới tự nhiên

II Đánh giá kết quả giáo dục

Mục tiêu đánh giá kết quả giáo dục môn Toán là cung cấp thông tin chính xác, kịp thời, có giá trị về sự phát triển năng lực và sự tiến bộ của HS trên cơ sở yêu cầu cần đạt ở mỗi lớp học, cấp học; điều chỉnh các hoạt động dạy học, bảo đảm sự tiến bộ của từng HS và nâng cao chất lượng giáo dục môn Toán nói riêng và chất lượng giáo dục nói chung.

Vận dụng kết hợp nhiều hình thức đánh giá (đánh giá quá trình, đánh giá định kì), nhiều phương pháp đánh giá (quan sát, ghi lại quá trình thực hiện, vấn đáp, trắc nghiệm khách quan, tự luận, kiểm tra viết, bài tập thực hành, các dự án/sản phẩm học tập, thực hiện nhiệm vụ thực tiễn, ...) vào những thời điểm thích hợp.

Đánh giá quá trình (hay đánh giá thường xuyên) do GV phụ trách môn học tổ chức, kết hợp với đánh giá của GV các môn học khác, của bản thân HS được đánh giá và của các HS

khác trong tổ, trong lớp hoặc đánh giá của cha mẹ HS. Đánh giá quá trình đi liền với tiến trình hoạt động học tập của HS, tránh tình trạng tách rời giữa quá trình dạy học và quá trình đánh giá, bảo đảm mục tiêu đánh giá vì sự tiến bộ trong học tập của HS.

Đánh giá định kì (hay đánh giá tổng kết) có mục đích chính là đánh giá việc thực hiện các mục tiêu học tập. Kết quả đánh giá định kì và đánh giá tổng kết được sử dụng để chứng nhận cấp độ học tập, công nhận thành tích của HS. Đánh giá định kì do cơ sở giáo dục tổ chức hoặc thông qua các kì kiểm tra, đánh giá quốc gia.

Đánh giá định kì còn được sử dụng để phục vụ quản lí các hoạt động dạy học, bảo đảm chất lượng ở cơ sở giáo dục và phục vụ phát triển chương trình môn Toán.

Đánh giá năng lực HS thông qua các bằng chứng biểu hiện kết quả đạt được trong quá trình thực hiện các hành động của HS. Tiến trình đánh giá gồm các bước cơ bản như: xác định mục đích đánh giá; xác định bằng chứng cần thiết; lựa chọn các phương pháp, công cụ đánh giá thích hợp; thu thập bằng chứng; giải thích bằng chứng và đưa ra nhận xét.

Chú trọng việc lựa chọn phương pháp, công cụ đánh giá các thành tố của năng lực toán học. Cụ thể:

- Đánh giá năng lực tư duy và lập luận toán học: có thể sử dụng một số phương pháp, công cụ đánh giá như các câu hỏi (nói, viết), bài tập, ... mà đòi hỏi HS phải trình bày, so sánh, phân tích, tổng hợp, hệ thống hoá kiến thức; phải vận dụng kiến thức toán học để giải thích, lập luận.
- Đánh giá năng lực mô hình hoá toán học: lựa chọn những tình huống trong thực tiễn làm xuất hiện bài toán toán học. Từ đó, đòi hỏi HS phải xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị, ...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn; giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.
- Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề toán học: có thể sử dụng các phương pháp như yêu cầu người học nhận dạng tình huống, phát hiện và trình bày vấn đề cần giải quyết; mô tả, giải thích các thông tin ban đầu, mục tiêu, mong muốn của tình huống vấn đề đang xem xét; thu thập, lựa chọn, sắp xếp thông tin và kết nối với kiến thức đã có; sử dụng các câu hỏi (có thể yêu cầu trả lời nói hoặc viết) đòi hỏi người học vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề, đặc biệt các vấn đề thực tiễn; sử dụng phương pháp quan sát (như bảng kiểm theo các tiêu chí đã xác định), quan sát người học trong quá trình giải quyết vấn đề; đánh giá qua các sản phẩm thực hành của người học (chẳng hạn

sản phẩm của các dự án học tập); quan tâm hợp lí đến các nhiệm vụ đánh giá mang tính tích hợp.

- Đánh giá năng lực giao tiếp toán học: có thể sử dụng các phương pháp như yêu cầu người học nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép (tóm tắt), phân tích, lựa chọn, trích xuất được các thông tin toán học cơ bản, trọng tâm trong văn bản nói hoặc viết; sử dụng được ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường trong việc trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác.
- Đánh giá năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán: có thể sử dụng các phương pháp như yêu cầu người học nhận biết được tên gọi, tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản, ưu điểm, hạn chế của các công cụ, phương tiện học toán; trình bày được cách sử dụng (hợp lí) công cụ, phương tiện học toán để thực hiện nhiệm vụ học tập hoặc để diễn tả những lập luận, chứng minh toán học.

Khi GV lên kế hoạch bài học, cần thiết lập các tiêu chí và cách thức đánh giá để bảo đảm ở cuối mỗi bài học, HS đạt được các yêu cầu cơ bản dựa trên các tiêu chí đã nêu, trước khi thực hiện các hoạt động học tập tiếp theo.

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

PHẦN HAI HƯỚNG DẪN CỤ THỂ

CHƯƠNG I. MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

Ở cấp THCS, HS đã được làm quen với các mệnh đề toán học, các tập hợp và tập hợp số. Trong chương này, HS sẽ được học cách xác định một mệnh đề, thiết lập và phát biểu các mệnh đề; đồng thời HS cũng được học cách sử dụng các lượng từ với mọi, tồn tại và học cách phủ định các mệnh đề có chứa các lượng từ đó. Bên cạnh đó, cách sử dụng biểu đồ Ven để biểu diễn tập hợp cũng được giới thiệu và sử dụng để minh hoạ các phép toán giữa các tập hợp. Những ứng dụng ban đầu của tập hợp trong các bài toán đếm cũng được đưa ra với một số ví dụ thực tiễn thú vị, việc này đáp ứng yêu cầu của CT GDPT môn Toán năm 2018 về việc gắn bài toán với thực tiễn. Đây là chương mở đầu của cuốn sách Toán 10, với nhiều ví dụ thực tiễn, các bài học của chương sẽ làm tăng hứng thú học tập và niềm yêu thích môn Toán của HS.

2 Cấu tạo chương

Chương I gồm 2 bài và một bài ôn tập cuối chương, được thực hiện trong 9 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 1. Mệnh đề	4 tiết
Bài 2. Tập hợp và các phép toán trên tập hợp	4 tiết
Bài tập cuối chương I	1 tiết

3 Một số điểm cần lưu ý

- Trong chương này GV cần nhấn mạnh để HS nhận ra mệnh đề và tập hợp được sử dụng thường xuyên trong nhiều ngành khoa học và trong cuộc sống. Thông qua đó HS sẽ cảm thấy Toán học gần gũi, tăng sự hứng thú và tình yêu đối với Toán học.
- GV cần quan tâm chia sẻ nội dung liên quan đến lịch sử Toán học về Lôgic mệnh đề và Lí thuyết tập hợp, từ đó nhấn mạnh thêm về những ứng dụng của Toán học trong thực tiễn. Toán học xuất phát từ thực tiễn và ứng dụng vào cuộc sống.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 1. MỆNH ĐỀ (4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Thiết lập và phát biểu được các mệnh đề phủ định; mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo; mệnh đề tương đương.
- Thiết lập và phát biểu được các mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$.
- Xác định được tính đúng sai của một mệnh đề trong những trường hợp đơn giản.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện được năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn (phát biểu các mệnh đề toán học, ...).
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Ở cấp THCS, HS đã được làm quen với các mệnh đề toán học thông qua các phát biểu khẳng định nội dung toán học (Định lí, mệnh đề, ...). Ở đây, HS sẽ được học cách xác định một mệnh đề, xác định tính đúng sai của một mệnh đề, học cách thiết lập và phát biểu các mệnh đề phủ định; mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo; mệnh đề tương đương; thiết lập và phát biểu các mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$.
- Trong CT GDPT môn Toán năm 2018, so với trước đây, yêu cầu về bài toán gắn với thực tiễn của mệnh đề được quan tâm nhiều hơn. GV cần lưu ý điều này khi giảng dạy và giao bài tập cho HS.
- Chuẩn bị: ngoài những hình vẽ gợi ý trong SGK, GV có thể chuẩn bị thêm:
  + Tranh ảnh, hình vẽ về luật giao thông;
  + Nội dung, hình vẽ một số định lí trong Toán học;
  + Video giới thiệu lịch sử toán học liên quan tới mệnh đề, giới thiệu nhà triết học Hy Lạp Aristotle, nhà toán học người Anh George Boole để HS hào hứng với bài học.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (4 tiết):

+ Tiết 1: Mục 1. Mệnh đề, mệnh đề chứa biến; Mục 2. Mệnh đề phủ định.
+ Tiết 2: Mục 3. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo; Mục 4. Mệnh đề tương đương.
+ Tiết 3: Mục 5. Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$.
+ Tiết 4: Chữa bài tập cuối bài.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Mệnh đề, mệnh đề phủ định

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
1. MỆNH ĐỀ, MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN		
a. Mệnh đề		
HĐ1. Nhận biết mệnh đề	Đây là tình huống cho HS làm quen với mệnh đề qua việc xác định các phát biểu đúng sai.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
Khung kiến thức (khái niệm mệnh đề)	Giúp phát triển kiến thức thu được từ HĐ1, HS nhận thức được khái niệm mệnh đề. Nhận biết những câu không phải mệnh đề.	GV gọi HS nhận xét và kết luận. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức.
Ví dụ 1	Củng cố cách xác định câu nào là mệnh đề, câu nào không phải mệnh đề.	GV hướng dẫn HS làm. GV theo dõi HS làm và tổng kết lại kiến thức.
Luyện tập 1	Củng cố cách xác định mệnh đề, xác định tính đúng sai của mệnh đề.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức. *Gợi ý.* "13 là số nguyên tố" là mệnh đề đúng. "Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn

		độ dài cạnh còn lại" là mệnh đề sai. "Bạn đã làm bài tập chưa?" Câu này không phải mệnh đề. "Thời tiết hôm nay thật đẹp!" Câu này không phải mệnh đề.
b. Mệnh đề chứa biến		
Nêu khái niệm mệnh đề chứa biến	Đưa ra tình huống dẫn đến mệnh đề chứa biến, từ đó giúp HS hình thành được khái niệm mệnh đề chứa biến.	GV gọi HS nhận xét và kết luận. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức.
	Giúp HS củng cố khái niệm mệnh đề chứa biến.	*Gợi ý.* "8 > 5" là một mệnh đề đúng. "3 > 5" là một mệnh đề sai.
2. MỆNH ĐỀ PHỦ ĐỊNH		
HĐ2	Dẫn dắt HS đến khái niệm mệnh đề phủ định. Nhận biết mệnh đề phủ định.	GV đề nghị HS đọc, nhận xét và kết luận. GV có thể thêm các hình vẽ trong luật giao thông và đề nghị HS thực hiện các ví dụ tương tự như trong SGK. GV tổng kết và đưa ra khái niệm về mệnh đề phủ định.
Ví dụ 2	Giúp HS tập phát biểu một mệnh đề phủ định của một mệnh đề cho trước.	GV hướng dẫn HS làm bài. Phân tích và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 2	Củng cố kĩ năng phát biểu một mệnh đề phủ định của một mệnh đề cho trước và xác định tính đúng sai của mệnh đề đó.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Gợi ý.* Mệnh đề phủ định của *P*: "2 022 không chia hết cho 5". Đây là mệnh đề đúng.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		Mệnh đề phủ định của Q: "Bất phương trình $2x + 1 > 0$ không có nghiệm". Đây là mệnh đề sai.
Vận dụng	Củng cố và nâng cao kĩ năng phát biểu một mệnh đề phủ định của một mệnh đề cho trước và xác định tính đúng sai của mệnh đề.	*Gợi ý.* Mệnh đề phủ định của Q: "Châu Á không phải là châu lục có diện tích lớn nhất trên thế giới". Đây là mệnh đề sai. Mệnh đề Q là mệnh đề đúng.
Chữa bài tập cuối bài	Giúp HS làm bài tập để củng cố kiến thức đã học. Bài tập 1.1 – 3 phút. Bài tập 1.2 – 5 phút.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS trả lời. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức (GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học).
Củng cố	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo. Mệnh đề tương đương

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
3. MỆNH ĐỀ KÉO THEO, MỆNH ĐỀ ĐẢO		
a. Mệnh đề kéo theo		
HĐ3	Thiết lập mệnh đề kéo theo thông qua việc xây dựng câu ghép.	HS hoàn thành hoạt động, sau đó rút ra nhận xét. GV có thể thêm các hình vẽ trong luật giao thông và đề nghị HS thực hiện tương tự như trong SGK.
HĐ4	Nhận biết mệnh đề kéo theo trong toán học thông qua phát biểu định lí Pythagore.	HS quan sát tam giác ABC và viết biểu thức toán học, từ đó phát biểu được nội dung định lí Pythagore.

Khung kiến thức (khái niệm mệnh đề kéo theo)	HS nhận biết khái niệm mệnh đề kéo theo.	Từ các hoạt động HĐ3, HĐ4, GV rút ra kiến thức cần nhớ với HS. GV ghi bảng định nghĩa trong Khung kiến thức.
Ví dụ 3	Củng cố cách xây dựng mệnh đề kéo theo.	Từ đó đưa ra kiến thức về định lí, điều kiện cần, điều kiện đủ trong Khung kiến thức.
b. Mệnh đề đảo		
HĐ5	Củng cố kiến thức về mệnh đề kéo theo, từ đó đưa ra khái niệm mệnh đề đảo.	HS tự làm cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS trả lời, nhận xét và kết luận. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức và phần nhận xét.
Ví dụ 4	Giúp HS tập phát biểu một mệnh đề đảo và xác định tính đúng sai của một mệnh đề đảo.	GV hướng dẫn HS làm bài. Phân tích và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 3	Giúp HS củng cố về mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, định lí và xác định các điều kiện cần, điều kiện đủ của định lí.	GV hướng dẫn HS làm bài. *Gợi ý.* a) $P \Rightarrow Q$: "Nếu a và b chia hết cho c thì $a + b$ chia hết cho c". Giả thiết P: "a và b chia hết cho c". Kết luận Q: "$a + b$ chia hết cho c". a và b chia hết cho c là *điều kiện đủ* để $a + b$ chia hết cho c. $a + b$ chia hết cho c là *điều kiện cần* để a và b chia hết cho c. b) Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$: "Nếu $a + b$ chia hết cho c thì a và b chia hết cho c". Đây là mệnh đề sai.
4. MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG		
HĐ6	Nhận biết mệnh đề tương đương thông qua đọc các mệnh đề và xác định tính đúng sai.	HS làm. GV gọi HS trả lời, nhận xét và kết luận. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức và phần nhận xét.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Ví dụ 5	Giúp HS tập phát biểu một mệnh để tương đương và cách xác định tính đúng sai của một mệnh để tương đương.	GV hướng dẫn HS làm bài. Phân tích và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 4	Củng cố kĩ năng phát biểu một mệnh để tương đương dưới dạng điều kiện cần và đủ.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Củng cố	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS bài tập về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3. Mệnh đề có chứa kí hiệu ∀, ∃

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
5. MỆNH ĐỀ CÓ CHỨA KÍ HIỆU ∀, ∃		
Thiết lập mệnh đề chứa kí hiệu ∀, ∃	Thiết lập mệnh đề chứa kí hiệu ∀, ∃ thông qua ví dụ cụ thể.	GV hướng dẫn HS đọc, và phân tích ví dụ, từ đó đưa ra kết luận.
	Giúp HS xác định tính đúng sai của hai mệnh đề.	GV gọi HS trả lời, sau đó rút ra nhận xét.
Luyện tập 5	HS làm quen với phát biểu "với mọi" qua việc phát biểu bằng lời mệnh đề chứa các kí hiệu ∀.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Gợi ý.* Với mọi số thực x, ta có $x^2+1\le 0$. Mệnh đề này sai.
Thiết lập mệnh đề phủ định của mệnh đề chứa kí hiệu ∀, ∃	Giúp HS làm quen với mệnh đề phủ định của mệnh đề có chứa kí hiệu ∀, ∃.	GV hướng dẫn HS đọc, và phân tích ví dụ, từ đó đưa ra kết luận.
Ví dụ 6	Giúp HS củng cố mệnh đề phủ định của mệnh đề chứa kí hiệu ∀, ∃.	GV hướng dẫn HS làm bài.
Luyện tập 6	Giúp HS củng cố mệnh đề chứa kí hiệu ∀, ∃ và mệnh đề phủ định của chúng, viết lại dưới dạng kí hiệu.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

Chữa bài tập	HS làm bài tập để củng cố kiến thức đã học. Bài tập 1.6.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS trả lời. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức. (GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học).
Củng cố	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS bài tập về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 4. Chữa bài tập và tìm hiểu lịch sử toán học về lôgic mệnh đề

- GV lựa chọn một số bài tập trong SGK để cho HS làm và chữa.
- GV cho HS tìm hiểu lịch sử toán học về lôgic mệnh đề.

3. Phân loại bài tập

- Nhận biết mệnh đề, xác định tính đúng sai của mệnh đề: Các Bài tập 1.1, 1.2.
- Phát biểu mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, mệnh đề tương đương: Các Bài tập 1.3, 1.4, 1.5.
- Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$ và phủ định của chúng: Các Bài tập 1.6, 1.7.
- Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong sách bài tập để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

1.1. Câu a là mệnh đề. Câu b, c, d không phải mệnh đề, chúng là câu hỏi, câu cầu khiến và câu không xác định được tính đúng sai.

1.2. a) Mệnh đề sai;

b) Mệnh đề đúng;

c) Mệnh đề đúng;

d) Mệnh đề đúng.

1.3. Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: "Tam giác ABC là tam giác vuông khi và chỉ khi tam giác ABC có một góc bằng tổng hai góc còn lại". Ngoài ra ta cũng có thể nói: "Tam giác ABC có một góc bằng tổng hai góc còn lại là điều kiện cần và đủ để tam giác ABC là tam giác vuông". Đây là mệnh đề đúng.

1.4. Mệnh đề đảo của P: "Nếu số tự nhiên n chia hết cho 5 thì n có chữ số tận cùng là 5". Mệnh đề này sai.

Mệnh đề đảo của Q: "Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật". Mệnh đề này sai.

1.5. a) $P \Rightarrow Q$: "Nếu $a^2 < b^2$ thì $0 < a < b$".

b) Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$: "Nếu $0 < a < b$ thì $a^2 < b^2$".

c) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai. Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ đúng.

1.6. Mệnh đề Q đúng.

Mệnh đề phủ định của Q: "$\forall n \in \mathbb{N}$, n không chia hết cho $n + 1$". Đây là mệnh đề sai.

1.7. a) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \geq n$.

b) $\exists x \in \mathbb{R}, x + x = 0$.

V. TÌM HIỂU LỊCH SỬ TOÁN HỌC VỀ LÔGIC MỆNH ĐỀ

(GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học).

Lôgic mệnh đề lần đầu tiên được phát triển một cách có hệ thống bởi nhà triết học Hy Lạp Aristotle hơn 2300 năm trước và được thảo luận bởi nhà toán học người Anh George Boole vào năm 1854 trong cuốn sách "The Laws of Think".

Aristotle – triết gia cổ Hy Lạp, được trích dẫn là người tiên phong đặt nền móng cho môn luận lí học (lôgics).

George Boole là triết gia thế kỉ XIX. Đối tượng nghiên cứu chính của ông là: Toán học, lôgic, triết học.

(Theo *vi.wikipedia.org*)



Aristotle



Georgle Boole

Bài 2. TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP (4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được các khái niệm cơ bản về tập hợp.
- Thực hiện được các phép toán trên tập hợp và vận dụng giải một số bài toán có nội dung thực tiễn.
- Sử dụng được biểu đồ Ven để biểu diễn tập hợp và các phép toán trên tập hợp.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn (mô tả tập hợp, đếm số phần tử của tập hợp, ...).
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Ở lớp 6 THCS, HS đã được làm quen với tập hợp và phần tử của tập hợp. Trong bài này, HS sẽ được học về các phép toán trên tập hợp và vận dụng giải một số bài toán có nội dung thực tiễn.
- Trong CT GDPT môn Toán năm 2018, so với trước đây, yêu cầu về bài toán gắn với thực tiễn của tập hợp được quan tâm nhiều hơn. GV cần lưu ý điều này khi giảng dạy và giao bài tập cho HS.
- Chuẩn bị: GV cần chuẩn bị một số hình vẽ khoảng, đoạn trong $\mathbb{R}$ để hướng dẫn HS thực hiện các phép toán giữa các tập con của $\mathbb{R}$.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (4 tiết):

+ Tiết 1: Mục 1. Các khái niệm cơ bản về tập hợp.
+ Tiết 2: Mục 2. Các tập hợp số.
+ Tiết 3: Mục 3. Các phép toán trên tập hợp.
+ Tiết 4: Chữa bài tập cuối bài.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Các khái niệm cơ bản về tập hợp

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
a. Tập hợp		
HĐ1. Nhận biết tập hợp	Giúp HS ôn lại về tập hợp và phần tử của tập hợp, cách liệt kê một tập hợp (đã học ở lớp 6).	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS nhận xét và kết luận.
HĐ2. Nhận biết tập hợp	Giúp HS ôn lại về tính chất đặc trưng của tập hợp và số phần tử của tập hợp.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS nhận xét và kết luận.
Khung kiến thức	Giúp HS nhắc lại các kiến thức về tập hợp đã học ở lớp 6.	GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức.
Ví dụ 1	Củng cố các kiến thức cơ bản về tập hợp: phần tử thuộc tập hợp, không thuộc tập hợp, liệt kê phần tử thuộc tập hợp, ...	GV hướng dẫn HS làm. GV theo dõi HS làm và tổng kết lại kiến thức. GV lưu ý HS nội dung trong phần Chú ý.
Khung kiến thức (khái niệm tập rỗng)	Đưa ra khái niệm tập rỗng.	GV đưa tình huống và giới thiệu khái niệm tập rỗng. GV nêu ví dụ về tập rỗng cho HS và có thể yêu cầu HS đưa ra một số ví dụ khác.
Luyện tập 1	Củng cố khái niệm phần tử thuộc tập hợp, số phần tử của tập hợp. Bên cạnh đó, bài luyện tập củng cố cách xác định tính đúng sai của mệnh đề.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức. *Gợi ý.* Phương trình $x^2 - 24x + 143 = 0$ có hai nghiệm $x = 11$, $x = 13$. Mệnh đề a đúng. Mệnh đề b sai. Mệnh đề c đúng.

b. Tập hợp con		
HĐ3	Giúp HS nhận biết về khái niệm tập hợp con.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS nhận xét và kết luận. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức.
Nhận xét	Tập rỗng là tập con của mọi tập hợp.	GV ghi bảng nội dung Nhận xét và giải thích cho HS.
Biểu đồ Ven	Giới thiệu về biểu đồ Ven giúp HS biết cách dùng biểu đồ Ven để biểu diễn tập hợp.	GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức và giải thích cho HS.
Ví dụ 2	Giúp HS củng cố các kiến thức cơ bản về tập con và biểu đồ Ven.	GV hướng dẫn HS làm. GV theo dõi HS làm và tổng kết lại kiến thức.
c. Hai tập hợp bằng nhau		
HĐ4	Giúp HS nhận biết về hai tập hợp bằng nhau.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS nhận xét và kết luận. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức.
Ví dụ 3	Giúp HS củng cố các kiến thức cơ bản về hai tập hợp bằng nhau.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS nhận xét và kết luận.
Luyện tập 2	Giúp HS củng cố kiến thức về tập hợp con và hai tập hợp bằng nhau.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức. *Gợi ý.* Mệnh đề a sai. Mệnh đề b đúng. Mệnh đề c sai.
Củng cố	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS bài tập về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Tiết 2. Các tập hợp số

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
a. Mối quan hệ giữa các tập hợp số		
Nhắc lại các tập hợp số	Giúp HS ôn lại các tập hợp số thường dùng: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.	GV đề nghị HS đọc, nhận xét và kết luận.
HĐ5	Giúp HS ôn lại mối quan hệ giữa các tập hợp số.	GV gọi HS nhận xét và kết luận. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức về mối quan hệ giữa các tập hợp số.
Ví dụ 4	Giúp HS củng cố các kiến thức cơ bản về các tập hợp số.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS nhận xét và kết luận.
Luyện tập 3	Giúp HS củng cố kiến thức về tập con, mối quan hệ giữa các tập con của tập số thực.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức.
b. Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$		
HĐ6	Nhắc lại kiến thức về tập con của tập số thực, phần tử thuộc khoảng, đoạn trong $\mathbb{R}$.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV ghi bảng nội dung trong Khung kiến thức về một số tập con của tập số thực.
Ví dụ 5	Giúp HS củng cố kiến thức về các tập con của tập số thực.	GV hướng dẫn HS làm. GV theo dõi HS làm và tổng kết lại kiến thức.
Luyện tập 4	Giúp HS củng cố kiến thức về các kí hiệu của khoảng, đoạn trong $\mathbb{R}$.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS trả lời. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức.
Củng cố	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3. Các phép toán trên tập hợp

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
a. Giao của hai tập hợp		
HĐ7	Thiết lập khái niệm giao của hai tập hợp.	HS hoàn thành hoạt động, sau đó rút ra nhận xét. GV ghi bảng định nghĩa trong Khung kiến thức.
Ví dụ 6	Hướng dẫn HS cách xác định giao của các tập con của $\mathbb{R}$.	GV hướng dẫn HS cách xác định giao của hai tập con của $\mathbb{R}$. GV trình bày mẫu và giảng giải cho HS.
Luyện tập 5	Củng cố kiến thức về giao của các tập con của $\mathbb{R}$.	HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS trả lời. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức.
b. Hợp của hai tập hợp		
HĐ8	Thiết lập khái niệm hợp của hai tập hợp.	GV hướng dẫn HS hoàn thành hoạt động, sau đó rút ra nhận xét. GV ghi bảng định nghĩa trong Khung kiến thức.
Ví dụ 7	Giúp HS củng cố về hợp của hai tập hợp và biểu diễn qua biểu đồ Ven.	GV hướng dẫn HS làm bài. GV trình bày mẫu và giảng giải cho HS.
Ví dụ 8	Giúp HS vận dụng các phép toán giữa hai tập hợp để giải bài toán đếm số phần tử của tập hợp.	GV hướng dẫn HS làm bài. GV trình bày mẫu và giảng giải cho HS.
Luyện tập 6	Giúp HS củng cố về phép hợp của hai tập hợp.	GV hướng dẫn HS hoàn thành bài vận dụng, sau đó rút ra kết luận.
c. Hiệu của hai tập hợp		
HĐ9	Thiết lập khái niệm hiệu của hai tập hợp.	HS hoàn thành hoạt động, sau đó rút ra nhận xét. GV ghi bảng định nghĩa hiệu của hai tập hợp và phần bù của tập hợp trong Khung kiến thức.

Ví dụ 9	Giúp HS củng cố cách tính hiệu của hai tập hợp và phần bù của một tập hợp.	GV hướng dẫn HS làm bài. GV trình bày mẫu và giảng giải cho HS.
Luyện tập 7	Giúp HS củng cố cách xác định phần bù của các tập hợp trong $\mathbb{R}$.	GV hướng dẫn HS làm bài. Phân tích và tổng kết lại phương pháp giải. a) $[-2;+\infty)$; b) $(-\infty;-5)$.
Vận dụng	Vận dụng các phép toán giữa hai tập hợp để giải bài toán đếm số phần tử.	GV hướng dẫn HS làm bài. Phân tích và tổng kết lại phương pháp giải. *Gợi ý*. Áp dụng công thức gợi ý trong SGK để tính ra số bạn HS lớp 10A tham gia thi đấu cả bóng đá và cầu lông.
Củng cố	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 4. Chữa bài tập và tìm hiểu lịch sử toán học về tập hợp

3. Phân loại bài tập

– Biểu diễn tập hợp, phần tử thuộc tập hợp: Các Bài tập 1.8, 1.9, 1.10.

– Tập hợp rỗng, tập con: Các Bài tập 1.11, 1.12.

– Hai tập hợp bằng nhau: Bài tập 1.13

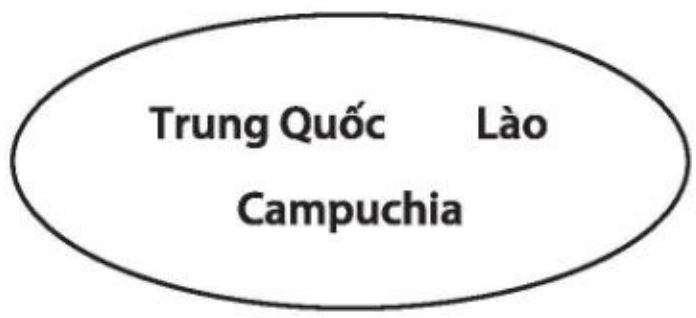
– Các phép toán giữa tập hợp: Các Bài tập 1.14, 1.15.

– Bài toán thực tiễn: Bài tập 1.16.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong Sách bài tập để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

1.8. X = {Trung Quốc; Lào; Campuchia}.



1.9. a) Việt Nam, Lào, Thái Lan.

b) Anh, Canada.

c) E = {Việt Nam; Lào; Thái Lan; Campuchia; Myanmar; Malaysia; Singapore; Indonesia; Brunei; Philippines; Đông Timor}.

Có 11 quốc gia tại khu vực Đông Nam Á. Vậy tập hợp E có 11 phần tử.

1.10. $A = \{4k \mid 0 \le k \le 4, k \in \mathbb{Z}\}$.

1.11. B là tập rỗng.

1.12. a) Sai vì $a \in X$.

b) Đúng.

c) Sai.

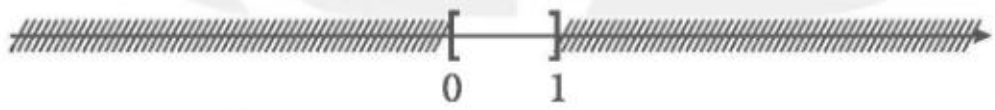
1.13. $x = 2; y = 5$.

1.14. a) $x < 4$ và $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow A = \{...; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Ta có: $(5x - 3x^2)(x^2 + 2x - 3) = 0 \Rightarrow x \in \{0; \frac{5}{3}; 1; -3\}$. Vì $\frac{5}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên $B = \{-3; 0; 1\}$.

b) $A \cap B = B$; $A \cup B = A$; $A \backslash B = C_A B$.

1.15. a) [0; 1]



b) (–3; 2]



c) ϕ



d) (3; +∞)



1.16. a) Số cán bộ huy động là: 35 + 30 – 16 = 49 (cán bộ).

b) Số cán bộ phiên dịch chỉ biết tiếng Anh là: 35 – 16 = 19 (cán bộ).

c) Số cán bộ phiên dịch chỉ biết tiếng Pháp là: 30 – 16 = 14 (cán bộ).

V. TÌM HIỂU LỊCH SỬ TOÁN HỌC VỀ TẬP HỢP

(GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học)

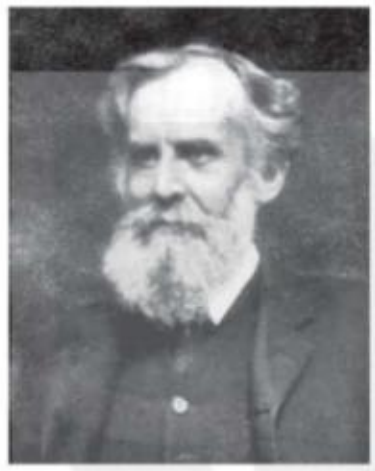
1. John Venn (1834–1923) là nhà toán học, nhà triết học người Anh và là người đã sáng tạo ra biểu đồ Venn. Biểu đồ này được sử dụng trong nhiều lĩnh vực, bao gồm cả lí thuyết tập hợp, xác suất, luận lí học, khoa học thống kê và khoa học máy tính.

2. Georg Cantor (1845–1918) được biết đến là một nhà toán học người Đức, với tư cách là cha đẻ của lí thuyết tập hợp. Georg Cantor sinh ra tại St. Petersburg, Nga, được biết đến là một nhà toán học người Đức. Cantor bắt đầu quan tâm tới Đại số từ thuở niên thiếu. Ông bắt đầu học đại học tại Zurich từ năm 1862. Sau khi bố ông mất, ông rời Zurich và tiếp tục học đại học tại Berlin năm 1863, dưới sự hướng dẫn của các nhà toán học Weierstrass, Kummer và Kronecker.

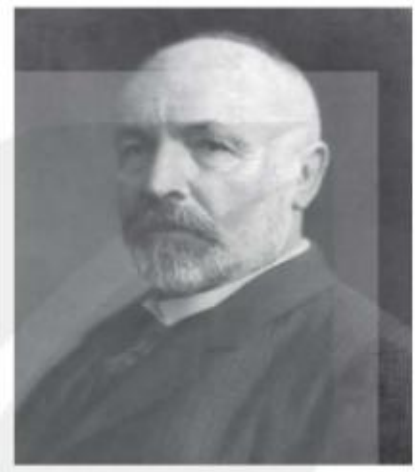
Ông nhận bằng Tiến sĩ năm 1867, với luận án về lí thuyết số. Cantor làm việc tại Đại học Halle từ năm 1869 cho đến khi ông qua đời.

Cantor được coi là cha đẻ của lí thuyết tập hợp. Những đóng góp của ông trong lĩnh vực này bao gồm cả việc chỉ ra tập số thực là tập không đếm được phần tử. Ông cũng có rất nhiều đóng góp trong giải tích toán học. Cantor cũng quan tâm đến triết học và tìm kiếm mối liên hệ giữa lí thuyết tập hợp và siêu hình học. Ông kết hôn năm 1874 và có 5 người con.

Ông mất năm 1918 bởi một cơn đau tim.



John Venn (1834–1923)



Georg Cantor (1845–1918)

(Theo *vi.wikipedia.org*)

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

1. Mệnh đề

a) Khái niệm

- Trong Toán học, mệnh đề hay gọi đầy đủ là mệnh đề lôgic, là một phát biểu nhận giá trị đúng hoặc sai, nhưng không phải cả hai.
- Thuộc tính cơ bản của một mệnh đề là tính đúng hoặc tính sai của phát biểu. Nếu phát biểu đó đúng, ta gọi là mệnh đề đúng. Nếu phát biểu đó sai, ta gọi là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề chứa biến, mệnh đề chứa kí hiệu $\forall, \exists$

- Khi một mệnh đề chứa biến, tính đúng hoặc sai của mệnh đề chứa biến phụ thuộc vào giá trị của biến. Người ta thường dùng các lượng từ "với mọi" hoặc "tồn tại" để đưa một mệnh đề chứa biến trở thành một mệnh đề.

- Phát biểu "$\forall x \in X, P(x)$" là một mệnh đề đúng nếu với bất kì $x_0 \in X$, $P(x_0)$ đúng và sai nếu có một $x_0 \in X$, $P(x_0)$ sai.
- Phát biểu "$\exists x \in X, P(x)$" là một mệnh đề đúng nếu có ít nhất một $x_0 \in X$ để $P(x_0)$ đúng và sai nếu với $x_0 \in X$ bất kì, $P(x_0)$ sai.
- Định lí toán học là mệnh đề đúng. Chứng minh các định lí là dùng các suy luận lôgic: phép kéo theo, phép tương đương, phép phủ định mệnh đề, ... để khẳng định rằng nội dung phát biểu của định lí là đúng.

c) Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo

- Cho hai mệnh đề P và Q. "Nếu P thì Q" hoặc "P kéo theo Q" là một mệnh đề, kí hiệu là $P \Rightarrow Q$, chỉ sai khi P đúng và Q sai, đúng trong các trường hợp còn lại.
- Để chứng minh định lí có dạng $P \Rightarrow Q$ đúng ta chỉ cần xét trường hợp P và Q cùng đúng. Phép chứng minh mệnh đề $P \Rightarrow Q$ được tiến hành theo ba bước:

  + *Bước 1*. Giả sử P đúng.

  + *Bước 2*. Từ giả thiết P đúng, dùng lập luận và các mệnh đề (toán học) đã biết, suy ra Q đúng.

  + *Bước 3*. Kết luận $P \Rightarrow Q$ đúng.
- Trong định lí có dạng $P \Rightarrow Q$, ta gọi P là giả thiết, Q là kết luận của định lí.
- Khi mệnh đề kéo theo đúng, thì người ta gọi P là điều kiện đủ để có Q; Q là điều kiện cần để có P.
- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

d) Mệnh đề tương đương, mệnh đề phủ định

- Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói P và Q là hai mệnh đề tương đương. Kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$.
- Mệnh đề "P tương đương Q" là một mệnh đề đúng nếu cả hai mệnh đề P và Q cùng đúng hoặc cùng sai.
- Phủ định của mệnh đề P là một mệnh đề, kí hiệu là $\overline{P}$, đúng khi P sai và sai khi P đúng.
- Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\exists x \in X, \overline{P(x)}$".
- Phủ định của mệnh đề "$\exists x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\forall x \in X, \overline{P(x)}$".

2. Tập hợp

a) Tập hợp là một khái niệm cơ bản của toán học. Chúng ta có thể biểu diễn tập hợp bằng ngôn ngữ, bằng công thức, hoặc liệt kê các phần tử của tập hợp, hoặc thông qua biểu đồ Ven.

- Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là tập rỗng, kí hiệu là $\varnothing$.
- Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì ta nói A là một tập hợp con của B và viết là $A \subset B$.

  Tập rỗng là tập con của mọi tập hợp, và tập hợp A là tập hợp con của chính nó.
- Hai tập hợp A và B được gọi là hai tập hợp bằng nhau nếu mỗi phần tử của A cũng là phần tử của tập hợp B và ngược lại. Kí hiệu $A = B$.

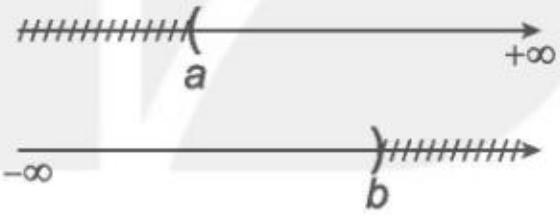
b) Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

- **Khoảng**

$(a;b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

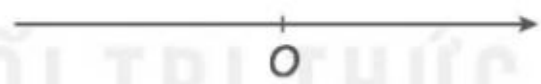


$(a;+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$



$(-\infty;b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$

$(-\infty;+\infty) = \mathbb{R}$



- **Đoạn**

$[a;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$



- **Nửa khoảng**

$[a;b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$



$(a;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$



$[a;+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x\}$



$(-\infty;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le b\}$



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

c) Các phép toán trên tập hợp bao gồm: phép hợp, phép giao và hiệu của hai tập hợp.

- Giao của hai tập hợp A và B, kí hiệu là $A \cap B$, là một tập hợp chứa các phần tử thuộc cả tập hợp A và tập hợp B.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}.$$

- Hợp của hai tập hợp A và B, kí hiệu là $A \cup B$, là một tập hợp chứa các phần tử thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}.$$

- Tập hợp gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B gọi là hiệu của hai tập hợp A và B. Kí hiệu là $A \setminus B$.

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}.$$

- Khi $B \subset A$ thì $A \setminus B$ gọi là phần bù của B trong A, kí hiệu $C_A B$.

II. GỢI Ý DẠY HỌC

Phân loại bài tập

– Bài tập trắc nghiệm: Bài tập 1.17-1.21.

– Tập hợp và biểu diễn tập hợp trên trục số: Bài tập 1.22-1.26.

– Một số bài toán thực tiễn: Bài tập 1.27.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong Sách bài tập để giao cho HS.

III. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

1.17. D. Vì "Bạn học giỏi quá!" là câu cảm thán không có khẳng định đúng hoặc sai.

1.18. D.

- "Hai tam giác bằng nhau" là điều kiện đủ.
- "Diện tích bằng nhau" là điều kiện cần.

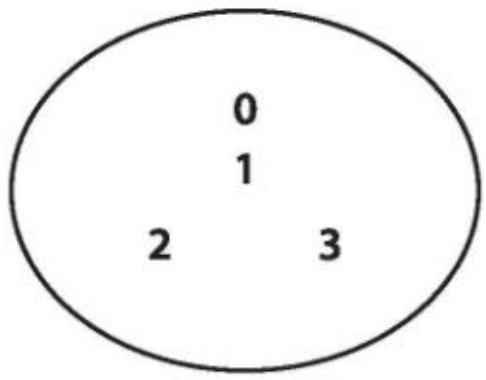
1.19. D. Ta có: $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 > 1 \Leftrightarrow x > 1$ hoặc $x < -1$.

Xét theo một chiều của mệnh đề ta thấy D đúng.

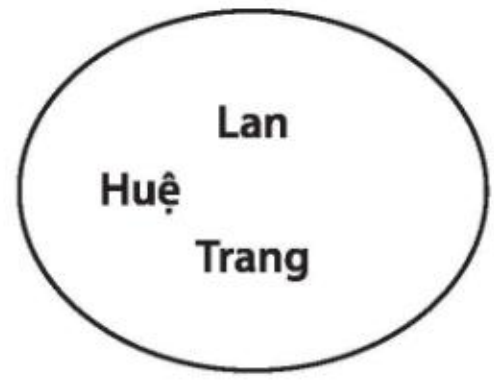
1.20. C. Số tập hợp con của tập hợp có 3 phần tử là $2^3 = 8$ tập hợp con.

1.21. A.

1.22. a)



b)



1.23. $(-\infty; -2) \cup [5; +\infty)$.

1.24. $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$; $A \cap B = \{1; 2; 3; 6\}$; $A \setminus B = \{0; 4; 5\}$.

1.25. $A \cap B = (1; 3]$, $B \setminus A = (3; +\infty)$, $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; 1]$.

1.26. a) (0; 1)



b) (−1; 7]



c) (5; 7]



1.27. Trong bài này ta áp dụng công thức $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, với A là tập hợp khách du lịch thăm vịnh Hạ Long có đến thăm động Thiên Cung; B là tập hợp khách du lịch thăm vịnh Hạ Long có đến thăm đảo Titop.

Khi đó $A \cap B$ là tập hợp khách du lịch vừa đến thăm động Thiên Cung và vừa đến đảo Titop trong vịnh Hạ Long.

Ta có: $1\,410 = 789 + 690 - n(A \cap B)$ nên $n(A \cap B) = 69$.

Từ đó suy ra có 69 khách du lịch vừa đến thăm động Thiên Cung và vừa đến đảo Titop trong vịnh Hạ Long.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

CHƯƠNG II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

- Chương này hệ thống hoá các khái niệm cơ bản về bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của nó, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và nghiệm của hệ, cách biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
- Vấn đề tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất có liên quan chặt chẽ đến Quy hoạch tuyến tính, một ngành toán học có nhiều ứng dụng trong đời sống và kinh tế.

2 Cấu tạo chương

Chương này gồm 2 bài học và 1 tiết Bài tập cuối chương, được thực hiện trong 6 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 3. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn	2 tiết
Bài 4. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	3 tiết
Bài tập cuối chương II	1 tiết

3 Một số điểm cần lưu ý

- CT GDPT và SGK năm 2006 trình bày một cách hệ thống trong chương Bất đẳng thức – Bất phương trình, từ bất đẳng thức, bất phương trình bậc nhất một ẩn, hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn, cũng như các phép biến đổi tương đương và biến đổi hệ quả trên các bất phương trình. Trong SGK Toán 10 viết theo CT GDPT năm 2006, bài Bất phương trình bậc nhất hai ẩn được dạy trong 2 tiết, nội dung bao gồm cả bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- CT GDPT môn Toán năm 2018 đã giảm nhẹ nhiều yếu tố hàn lâm, chỉ còn yêu cầu hiểu khái niệm, cách biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ. Trong SGK Toán 10, nội dung này được viết thành một chương độc lập gồm 6 tiết: bài thứ nhất là Bất phương trình bậc nhất hai ẩn dạy trong 2 tiết; bài thứ hai là Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn dạy trong 3 tiết; Bài tập cuối chương dạy trong 1 tiết. Do đó, GV có thời gian và điều kiện để trình bày kĩ hơn về ứng dụng của bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong thực tiễn.

Lưu ý rằng trong CT GDPT Toán năm 2018, ở lớp 10 chỉ yêu cầu dạy bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn mà không yêu cầu dạy bất đẳng thức, cũng như bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn, các phép biến đổi tương đương và các phép biến đổi hệ quả trên chúng. Phần Bất phương trình bậc hai một ẩn được dạy lồng ghép trong chương Hàm số, đồ thị và ứng dụng; sau khi học xong định lí về dấu của tam thức bậc hai. GV cần đặc biệt lưu ý điều này khi giảng dạy và ra bài tập cho HS.

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Biểu diễn được miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
- Vận dụng được kiến thức về bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Cơ sở toán học để biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ là mỗi đường thẳng $ax + by = c$ sẽ chia mặt phẳng toạ độ thành hai nửa mặt phẳng có bờ chung là đường thẳng đó: một nửa mặt phẳng (không kể bờ) gồm những điểm có toạ độ $(x; y)$ thoả mãn $ax + by < c$; nửa mặt phẳng còn lại (không kể bờ) gồm những điểm $(x; y)$ thoả mãn bất phương trình $ax + by > c$; những điểm $(x; y)$ nằm trên bờ chung đó thoả mãn phương trình $ax + by = c$.

Do đó để xác định nửa mặt phẳng nào là miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn đang xét, ta chỉ cần lấy một điểm đặc biệt không nằm trên đường thẳng để thử (thường là gốc toạ độ (0; 0), điểm (1; 0), hoặc điểm (0; 1)).

- Trong thực hành khi trình bày lời giải, không yêu cầu HS phải mô tả chi tiết từng bước biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn (như đã viết trong lời giải của các ví dụ) mà chỉ cần yêu cầu HS làm được, thể hiện được miền nghiệm trên hình vẽ và giải thích được cách làm (bằng miệng) khi yêu cầu.
- Chuẩn bị: Đối với bài học này, với các trường có điều kiện cơ sở vật chất tốt, GV có thể sử dụng và hướng dẫn HS sử dụng phần mềm GeoGebra để biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

- Dự kiến phân bổ thời gian (2 tiết):
  + Tiết 1: Mục 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và Mục 2. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ (đến trước Ví dụ 4).
  + Tiết 2: Mục 2. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn (phần còn lại) và chữa bài tập cuối bài.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

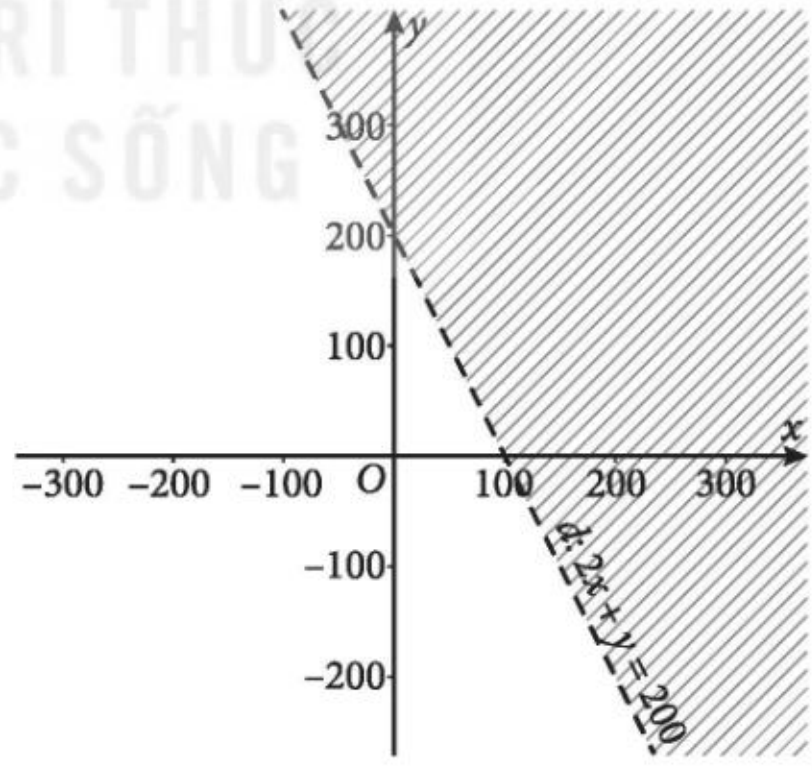
HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	HS bước đầu nhận biết được bất phương trình bậc nhất hai ẩn thông qua một tình huống quen thuộc trong đời sống là quan hệ giữa lượng vé bán được và số tiền thu được mà rạp chiếu phim phải bù lỗ (để tránh tình huống này).	GV chưa yêu cầu HS phải trả lời ngay câu hỏi, chỉ cần cho HS đọc tình huống và biểu diễn mối liên hệ giữa số vé bán được và số tiền thu được. Từ đó, gợi nên nhu cầu lập bất phương trình bậc nhất hai ẩn và tìm nghiệm của bất phương trình đó để giải quyết các bài toán thực tiễn.

1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN		
HĐ1. Nhận biết bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Gợi cho HS đến khái niệm bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Gợi ý.* $50x + 100y$. a) $50x + 100y \geq 20\,000$. b) $50x + 100y < 20\,000$.
Định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Đây là một đơn vị kiến thức quan trọng của bài, HS cần nắm vững.	GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức và giải thích cho HS.
Ví dụ 1	HS rèn luyện kĩ năng nhận biết bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	HS tự làm việc dưới sự hướng dẫn của GV.
HĐ2. Nhận biết nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn	HS nhận biết được nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	GV có thể cho HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Gợi ý.* Cặp số $(x; y) = (100; 100)$ thoả mãn bất phương trình hai ẩn $50x + 100y < 20\,000$. Nếu rạp chiếu phim bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì số tiền thu được là 15 triệu đồng. Do đó rạp chiếu phim phải bù lỗ. Cặp số $(x; y) = (150; 150)$ thoả mãn bất phương trình hai ẩn $50x + 100y \geq 20\,000$. Nếu rạp chiếu phim bán được 150 vé loại 1 và 150 vé loại 2 thì số tiền thu được là 22,5 triệu đồng. Do đó rạp chiếu phim không phải bù lỗ.
Định nghĩa nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Đây là một đơn vị kiến thức quan trọng của bài, HS cần nắm vững.	GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức và giải thích cho HS.
Ví dụ 2	HS rèn luyện kĩ năng nhận biết nghiệm của một bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	HS tự làm việc dưới sự hướng dẫn của GV.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Luyện tập 1	HS củng cố định nghĩa nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn, sau đó rút ra nhận xét về số nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	GV có thể cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọi một số HS lên bảng. *Gợi ý.* a) Hai nghiệm của bất phương trình đã cho chẳng hạn là: $(x; y) = (0; 1)$, $(x; y) = (1; 1)$. b) Với $y = 0$, có vô số giá trị x mà $x \geq 0$ thoả mãn bất phương trình đã cho.
2. BIỂU DIỄN MIỀN NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN TRÊN MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ		
HĐ3. Nhận biết miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ	HS làm quen với miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	GV có thể cho HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, sau đó gọi HS trả lời.
Định nghĩa miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Đây là một đơn vị kiến thức quan trọng của bài, HS cần nắm vững.	GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức và giải thích cho HS.
Ví dụ 3	HS làm quen với việc biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	GV hướng dẫn HS làm từng bước trong Ví dụ 3 để dẫn đến Khung kiến thức ghi nhớ quy tắc thực hành biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
Quy tắc thực hành biểu diễn miền nghiệm		GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức và giải thích cho HS. GV lưu ý cho HS: Để dễ dàng trong tính toán, ta thường chọn như sau: + Nếu $c \neq 0$ thì ta chọn M_0 chính là gốc toạ độ. + Nếu $c = 0$ thì ta chọn M_0 có toạ độ $(1; 0)$ hoặc $(0; 1)$.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 4	HS luyện tập cách biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 2	Củng cố cách biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Gợi ý.* *Bước 1*: Vẽ đường thẳng d: $2x + y = 200$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy. *Bước 2*: Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $2x + y$ ta được: $2 \cdot 0 + 0 = 0 < 200$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa điểm $O(0; 0)$ không kể đường thẳng d (miền không bị gạch). 
Ví dụ 5	Trở lại giải quyết bài toán ở tình huống mở đầu.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Vận dụng	HS thấy được nhiều vấn đề trong thực tiễn dẫn đến việc lập bất phương trình bậc nhất hai ẩn và tìm nghiệm của bất phương trình đó.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Gợi ý.* Gọi số phút gọi nội mạng sử dụng là x (phút), số phút gọi ngoại mạng sử dụng là y (phút). Khi đó, số tiền phải trả khi gọi nội mạng là: x (nghìn đồng). Số tiền phải trả khi gọi ngoại mạng là: $2y$ (nghìn đồng). Do đó ta có bất phương trình sau: $x + 2y < 200$. Bất phương trình trên có vô số nghiệm, vì thế có rất nhiều phương án sử dụng số phút gọi nội mạng và ngoại mạng trong một tháng để số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng. Chẳng hạn, gọi 100 phút nội mạng và 40 phút ngoại mạng thì số tiền phải trả sẽ ít hơn 200 nghìn đồng.
Chữa bài tập		GV chủ động sử dụng thời gian và lựa chọn bài tập cuối bài để chữa sao cho phù hợp với tình hình thực tế của lớp.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

3. Phân loại bài tập

- Nhận biết bất phương trình bậc nhất hai ẩn: Bài tập 2.1.
- Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn: Bài tập 2.2.
- Bài toán thực tiễn: Bài tập 2.3.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong sách bài tập để giao cho HS.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

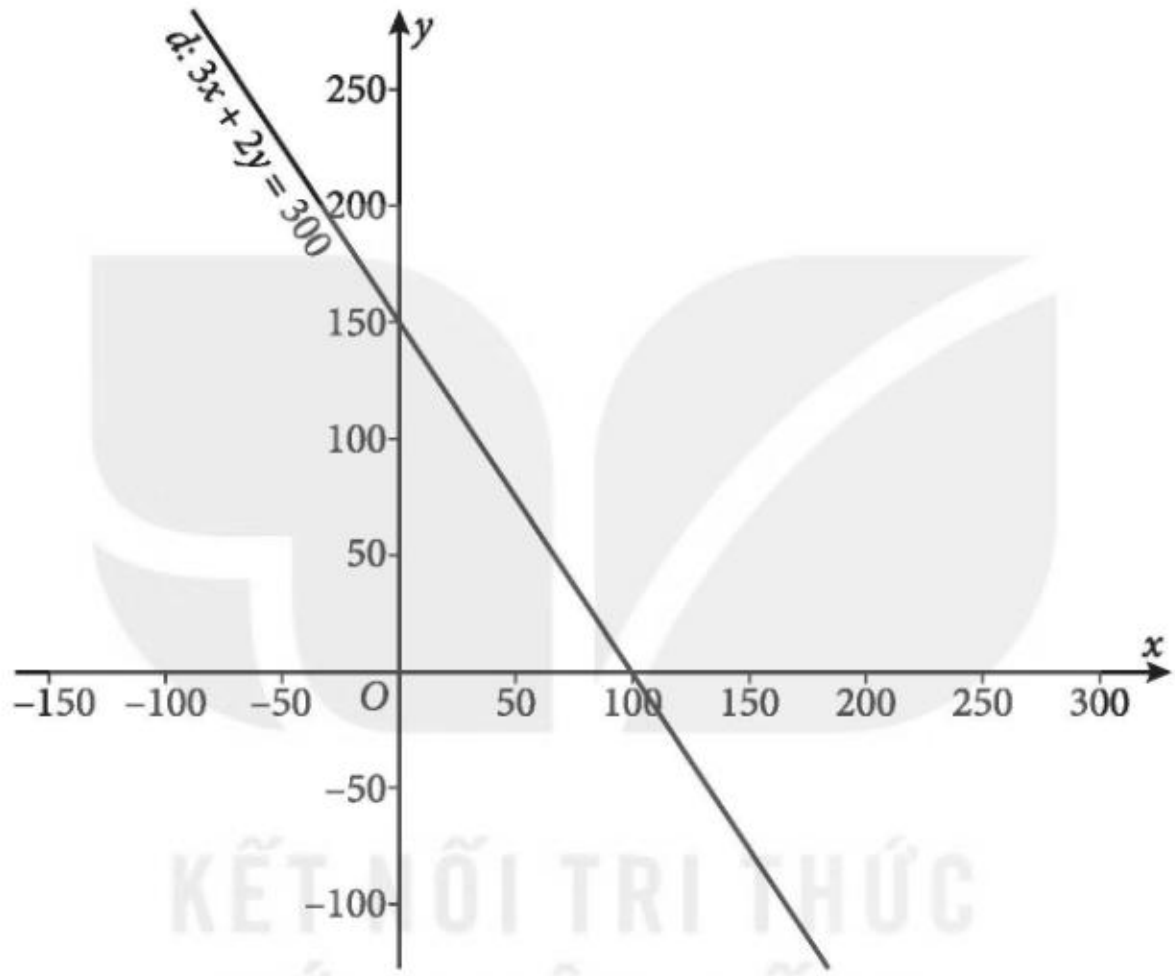
IV. ĐÁP SỐ/HƯỚNG DẪN/LỜI GIẢI

2.1. Các bất phương trình bậc nhất hai ẩn là: a và b.

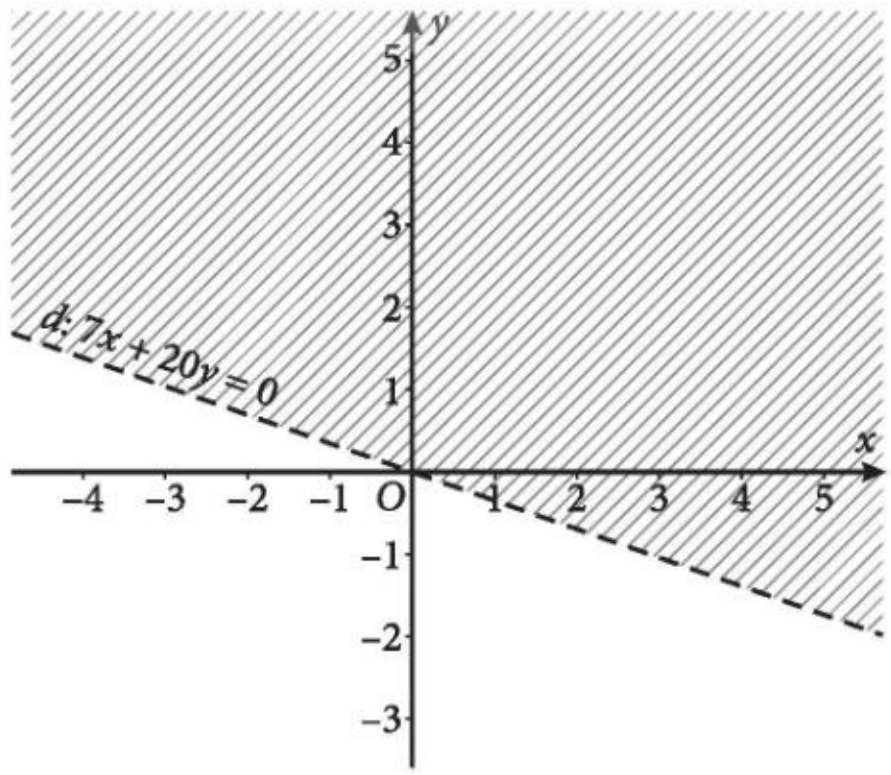
2.2. a) *Bước 1*: Vẽ đường thẳng d: $3x + 2y = 300$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

Bước 2: Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $3x + 2y$ ta được: $3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0 < 300$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).



b) *Bước 1*: Vẽ đường thẳng d: $7x + 20y = 0$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Bước 2: Lấy điểm $M(1; 1)$ không thuộc d và thay $x = 1$, $y = 1$ vào biểu thức $7x + 20y$ ta được: $7 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 27 > 0$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa điểm $M(1; 1)$ và không tính bờ d (miền không bị gạch).

2.3. a) Số tiền ông An phải trả khi thuê xe từ thứ Hai đến thứ Sáu là:

$$900 \cdot 5 + 8x = 4\,500 + 8x.$$

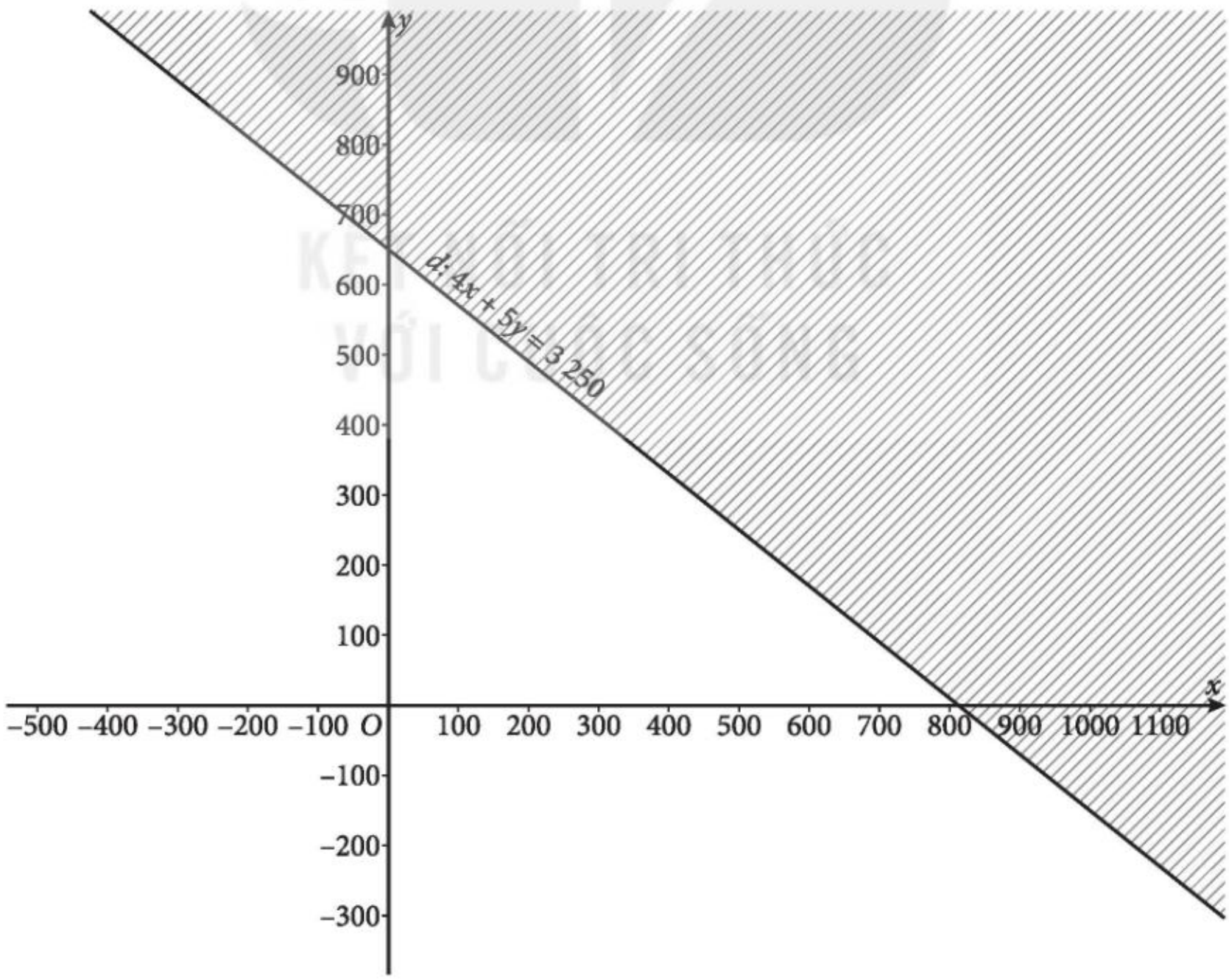
Số tiền ông An phải trả khi thuê xe hai ngày cuối tuần là: $1\,500 \cdot 2 + 10y = 3\,000 + 10y$.

Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu là: $4\,500 + 8x + 3\,000 + 10y \leq 14\,000$, hay $4x + 5y \leq 3\,250$.

b) *Bước 1*: Vẽ đường thẳng d: $4x + 5y = 3\,250$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

Bước 2: Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $4x + 5y$ ta được: $4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0 < 3\,250$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).



Bài 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Biểu diễn được miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
- Vận dụng được kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Trong thực tiễn, ta thường gặp rất nhiều bài toán kinh tế dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất nhiều ẩn và việc tìm cực trị của những biểu thức dạng bậc nhất đối với các ẩn trên miền nghiệm của những hệ bất phương trình này. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính, một ngành toán học có nhiều ứng dụng trong đời sống và kinh tế.

  Trong SGK Toán 10 (và theo đúng yêu cầu của CT GDPT môn Toán 2018), ta chỉ xét trường hợp hai biến, tức là việc tìm cực trị của biểu thức dạng $F(x; y) = ax + by$ trên miền đa giác là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

  Vì hàm $F(x; y)$ liên tục trên miền đa giác (là tập đóng và bị chặn, tức là tập compact) nên nó luôn đạt được GTLN và GTNN trên miền này. Hơn nữa, có thể chứng minh được biểu thức $F(x; y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất/nhỏ nhất tại các đỉnh. Đây chính là cơ sở lí thuyết để giải các bài toán ứng dụng xét trong bài.

  Với các bài toán ứng dụng xét trong bài, vì đáp số phải là những số nguyên không âm nên để bài đã thiết kế sẵn số liệu phù hợp để các đỉnh đạt cực trị đều có toạ độ nguyên không âm (để tránh gây ra sự lúng túng không cần thiết cho GV và HS). GV cần lưu ý điều này khi "sáng tác" các bài tập tương tự.
- Trong thực hành khi trình bày lời giải thì không yêu cầu HS phải mô tả chi tiết từng bước biểu diễn miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ (như đã viết trong lời giải của các ví dụ) mà chỉ cần yêu cầu HS làm được, thể hiện được miền nghiệm trên hình vẽ và giải thích được cách làm (bằng miệng) khi yêu cầu.

– Chuẩn bị: Đối với bài học này, với các trường có điều kiện cơ sở vật chất tốt, GV có thể sử dụng và hướng dẫn HS sử dụng phần mềm GeoGebra để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Từ đó dễ dàng xác định được các đỉnh của miền đa giác nghiệm đối với các bài toán thực tiễn.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

– Dự kiến phân bổ thời gian (3 tiết):

+ Tiết 1: Mục 1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và Mục 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
+ Tiết 2: Mục 3. Ứng dụng của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
+ Tiết 3: Chữa bài tập cuối bài ở SGK.

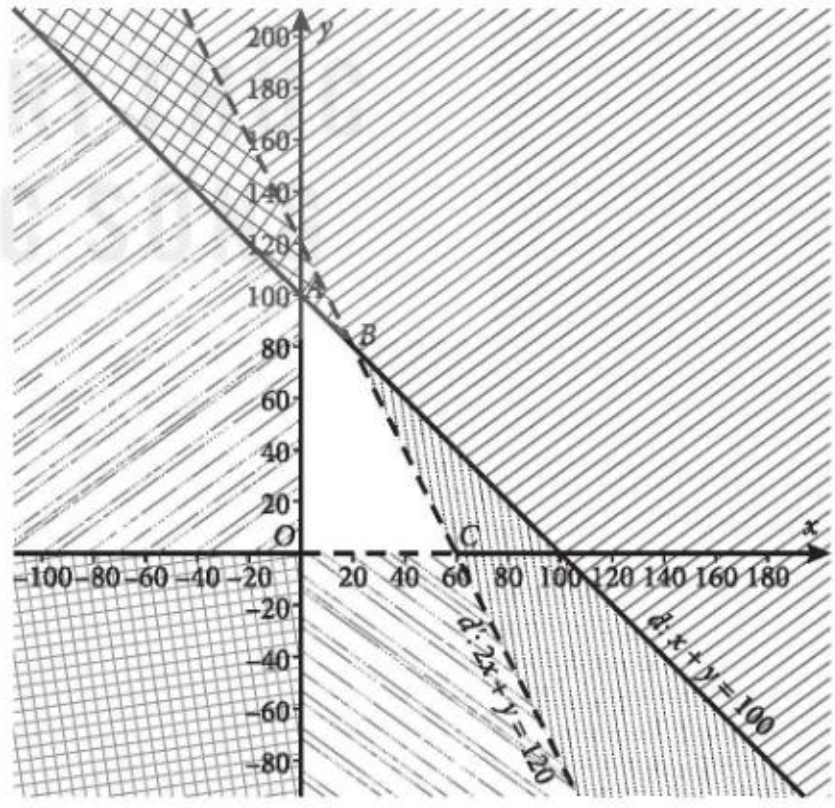
2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
1. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN		
Tình huống mở đầu	HS bước đầu nhận biết được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn thông qua một tình huống quen thuộc trong đời sống.	GV chưa yêu cầu HS phải đi sâu vào tình huống này ngay, mà chỉ cần cho HS đọc tình huống và dự đoán xem có thể mô tả được sự phụ thuộc này không (bằng kinh nghiệm sống của HS).
HĐ1. Nhận biết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Gợi cho HS đến khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	GV có thể cho HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Gợi ý.* Số tiền vốn mà cửa hàng phải bỏ ra để mua hai loại máy điều hoà là: $20x + 10y$ (triệu đồng). a) $x + y \leq 100$. b) $20x + 10y \leq 1\,200$. c) $3{,}5x + 2y$.
Định nghĩa hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Đây là đơn vị kiến thức quan trọng của bài, HS cần nắm vững.	GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

Ví dụ 1	HS rèn luyện kĩ năng nhận biết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và kiểm tra xem một cặp số cho trước có phải là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đó không.	HS tự làm việc dưới sự hướng dẫn của GV.
Luyện tập 1	HS luyện tập cách lập hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và tìm một nghiệm của hệ.	GV có thể cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọi HS lên bảng. GV chữa và giảng giải cho HS. *Gợi ý.* Ta có hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 100 \\ 2x + y \leq 120. \end{cases}$ Một nghiệm của hệ trên là $(x; y) = (30; 20)$.
2. BIỂU DIỄN MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN TRÊN MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ		
HĐ2. Nhận biết khái niệm miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	HS làm quen với khái niệm miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn (là giao của các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ).	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Gợi ý.* a) + Trục Oy có phương trình $x = 0$ và điểm $(1; 0)$ thoả mãn $1 > 0$. Do đó, miền nghiệm D_1 của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1; 0)$ (tính cả bờ Oy). + Trục Ox có phương trình $y = 0$ và điểm $(0; 1)$ thoả mãn $1 > 0$. Do đó, miền nghiệm D_2 của bất phương trình $y \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox chứa điểm $(0; 1)$ (tính cả bờ Ox). + Vẽ đường thẳng d: $x + y = 150$. Toạ độ điểm $O(0; 0)$ thoả mãn $0 + 0 < 150$.

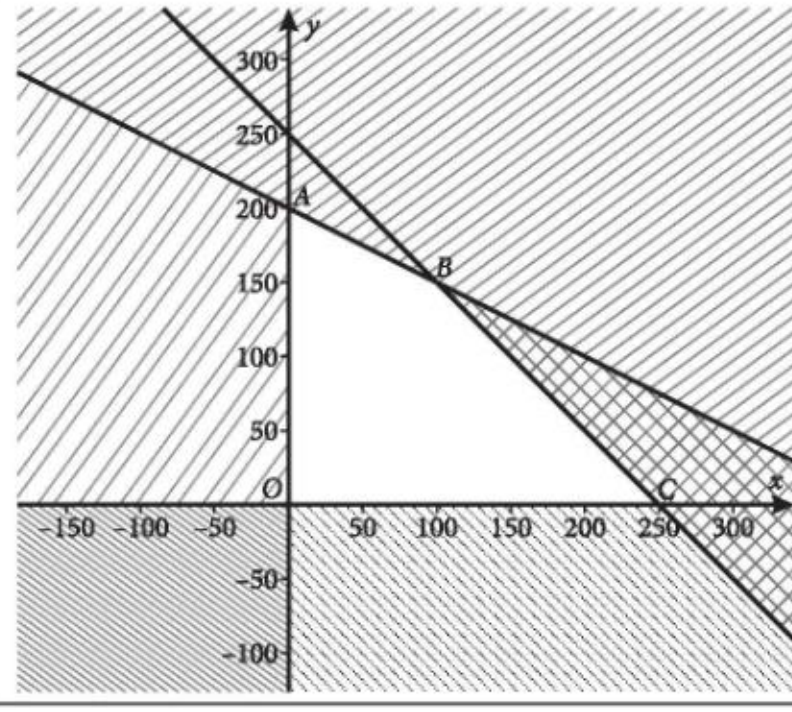
		Do đó, miền nghiệm D_3 của bất phương trình $x + y \leq 150$ là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc toạ độ (tính cả bờ d). b) Miền tam giác OAB là giao của các miền D_1, D_2 và D_3. c) Ta có: $1 > 0$, $2 > 0$ và $1 + 2 < 150$ nên (1; 2) là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Vì $1 > 0$, $149 > 0$ và $1 + 149 = 150$ nên (1; 149) là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
Định nghĩa nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Đây là đơn vị kiến thức quan trọng của bài, HS cần nắm vững.	GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.
Ví dụ 2	HS biết cách biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	GV trình bày mẫu Ví dụ 2 để hướng dẫn HS cách biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
Cách xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	Đây là đơn vị kiến thức quan trọng của bài, HS cần nắm vững.	GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức và giải thích cho HS. GV cần lưu ý cho HS chú ý "dấu" (>, <, ≥, ≤) của mỗi bất phương trình trong hệ để kết luận miền nghiệm có lấy "bờ" đó hay không.
Luyện tập 2	HS luyện tập cách biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.	GV có thể cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọi HS lên bảng. GV chữa và giảng giải cho HS. *Gợi ý.* *Bước 1*: Trục Oy có phương trình $x = 0$ và điểm (1; 0) thoả mãn $1 > 0$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm (1; 0) (miền không bị gạch).

		Bước 2: Trục Ox có phương trình $y = 0$ và điểm (0; 1) thoả mãn $1 > 0$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y > 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox chứa điểm (0; 1), không kể trục Ox (miền không bị gạch). *Bước 3*: Vẽ đường thẳng d: $x + y = 100$. Toạ độ điểm $O(0; 0)$ thoả mãn $0 + 0 < 100$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 100$ là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc toạ độ (miền không bị gạch). *Bước 4*: Vẽ đường thẳng d': $2x + y = 120$. Toạ độ điểm $O(0; 0)$ thoả mãn $2 \cdot 0 + 0 < 120$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $2x + y < 120$ là nửa mặt phẳng bờ d' chứa gốc toạ độ, không kể bờ d' (miền không bị gạch). Vậy miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $OABC$, không kể hai cạnh OC và BC (miền không bị gạch). 
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Tiết 2

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
3. ỨNG DỤNG CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN		
HĐ3. Biểu thức $F(x; y) = ax + by$ đạt giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) tại một trong các đỉnh của miền đa giác nghiệm	HS thông qua một trường hợp cụ thể, nhận biết được $F(x; y) = ax + by$, với $(x; y)$ là toạ độ các điểm thuộc miền đa giác là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, đạt giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của đa giác.	GV lưu ý rằng, trong SGK Toán 10 viết theo CT GDPT năm 2006, ta thừa nhận ngay kết quả giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức $F(x; y) = ax + by$ đạt được tại một trong các đỉnh của một miền đa giác (miền nghiệm của hệ bất phương trình). Ở đây, HĐ3 đã cố gắng thiết kế một ví dụ đơn giản để có thể chứng minh dễ dàng rằng biểu thức $F(x; y) = ax + by$ đạt giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) tại một trong các đỉnh của một miền đa giác nghiệm. Từ đó mới phát biểu thành kết quả tổng quát trong phần Nhận xét.
Ví dụ 3	HS củng cố cách biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và tìm lợi nhuận tương ứng với mỗi phương án bằng cách thay toạ độ các đỉnh vào biểu thức tính lợi nhuận, từ đó kết luận giá trị lớn nhất của biểu thức đó.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS lên bảng, sau đó GV nhận xét bài làm và giảng giải cho HS.
Vận dụng	Đây là bài toán thực tiễn cho HS thấy được có nhiều vấn đề trong cuộc sống cần phải tính toán phương án "tối ưu"	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Gợi ý.* Gọi số lượng máy tính loại A cần nhập là x ($x \in \mathbb{N}$) và loại B cần nhập là y ($y \in \mathbb{N}$).

	(là phương án có lợi nhất) thông qua việc biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và tìm cực trị của một hàm bậc nhất hai ẩn (hàm lợi nhuận) trên miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đó.	Do tổng nhu cầu hằng tháng không vượt quá 250 máy nên ta có: $x + y \le 250.$ Từ giả thiết ta suy ra giá mỗi máy loại A và B lần lượt là 10 triệu đồng và 20 triệu đồng. Do đó ta có bất phương trình: $10x + 20y \le 4\,000 \Leftrightarrow x + 2y \le 400.$ Khi đó ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x + y \le 250 \\ x + 2y \le 400. \end{cases}$ Lợi nhuận thu được khi bán x máy loại A và y máy loại B là: $F(x; y) = 2{,}5x + 4y.$ Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ khi $(x; y)$ thoả mãn hệ bất phương trình trên. *Bước 1*: Miền nghiệm của hệ bất phương trình là tứ giác $OABC$ với toạ độ các đỉnh là: $O(0; 0)$, $A(0; 200)$, $B(100; 150)$, $C(250; 0)$. 

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		Bước 2: Tính giá trị của $F(x; y)$ tại các đỉnh của tứ giác: $F(0; 0) = 0$, $F(0; 200) = 800$, $F(100; 150) = 850$, $F(250; 0) = 625$. *Bước 3*: So sánh các giá trị ở Bước 2, ta được giá trị lớn nhất cần tìm là: $F(100; 150) = 850$. Vậy cửa hàng cần đầu tư 100 máy loại A và 150 máy loại B.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3. Giải bài tập trong SGK

GV chủ động lựa chọn bài tập cuối bài, tuỳ tình hình thực tế của lớp và dụng ý sư phạm của mình.

3. Phân loại bài tập

– Nhận biết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: Bài tập 2.4.

– Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: Bài tập 2.5.

– Bài toán thực tiễn: Bài tập 2.6.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong Sách bài tập để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

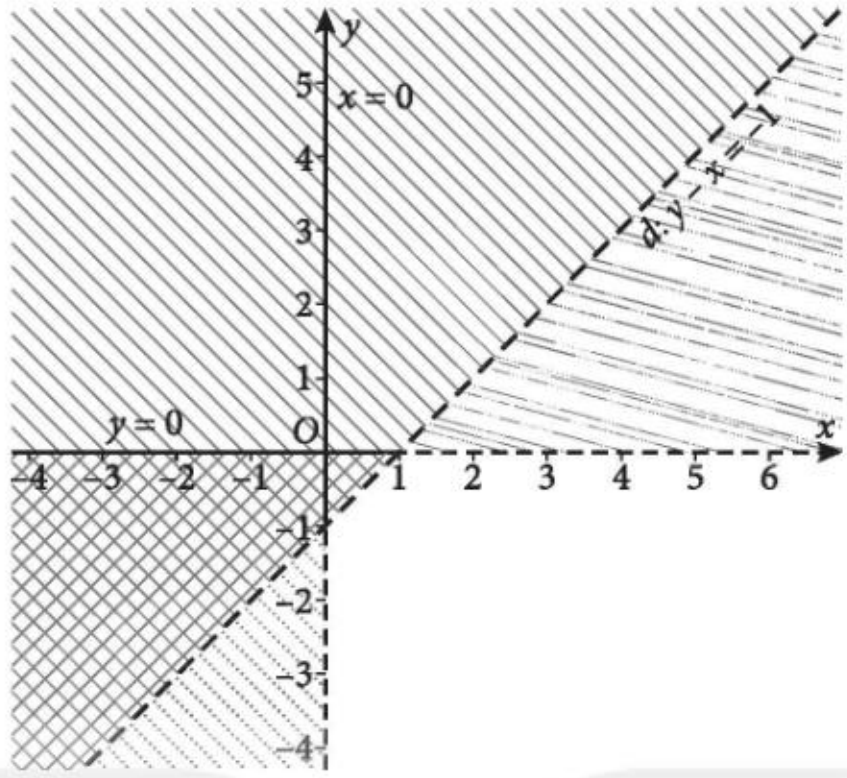
2.4. Các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là: a và d.

2.5. a) *Bước 1*: Vẽ đường thẳng d: $y - x = -1$. Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $y - x$ ta được: $0 - 0 = 0 > -1$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y - x < -1$ là nửa mặt phẳng bờ d không tính bờ d và không chứa điểm $O(0; 0)$.

Bước 2: Trục Oy có phương trình $x = 0$ và điểm $(1; 0)$ thoả mãn $1 > 0$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x > 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1; 0)$ và bỏ đi đường thẳng $x = 0$ (miền không bị gạch).

Bước 3: Trục Ox có phương trình $y = 0$ và điểm $(0; -1)$ thoả mãn $-1 < 0$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y < 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox chứa điểm $(0; -1)$ và bỏ đi đường thẳng $y = 0$ (miền không bị gạch).

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.



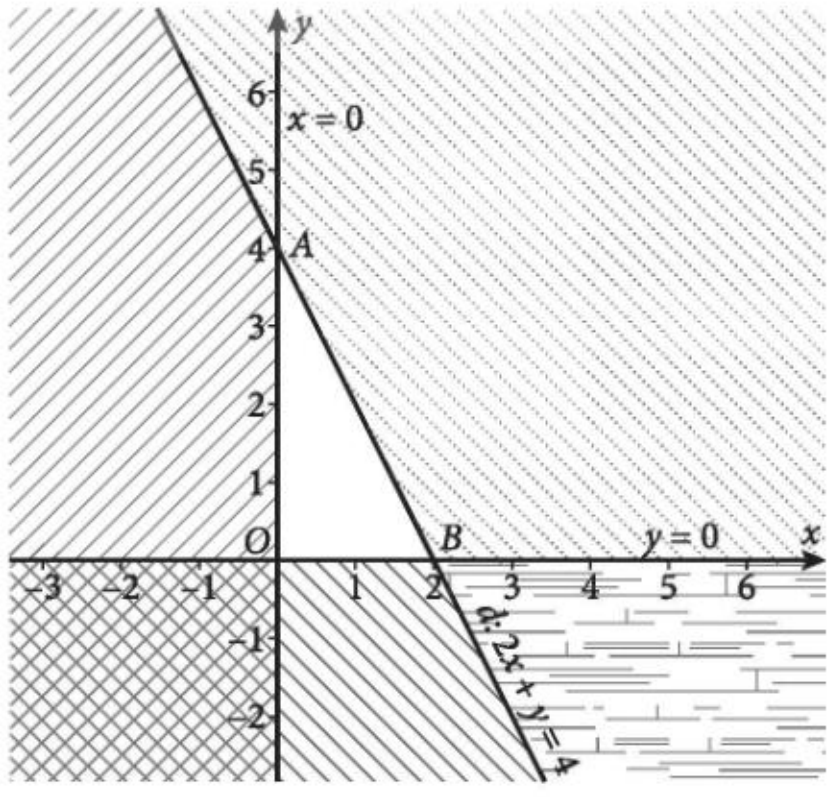
b) *Bước 1*: Trục Oy có phương trình $x = 0$ và điểm $(1; 0)$ thoả mãn $1 > 0$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1; 0)$ (miền không bị gạch).

Bước 2: Trục Ox có phương trình $y = 0$ và điểm $(0; 1)$ thoả mãn $1 > 0$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox chứa điểm $(0; 1)$ (miền không bị gạch).

Bước 3: Vẽ đường thẳng d: $2x + y = 4$. Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $2x + y$ ta được: $2 \cdot 0 + 0 = 0 < 4$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 4$ là nửa mặt phẳng bờ d chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).

Vậy miền nghiệm của hệ là miền tam giác OAB (miền không bị gạch).



c) *Bước 1*: Trục Oy có phương trình $x = 0$ và điểm $(1; 0)$ thoả mãn $1 > 0$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1; 0)$ (miền không bị gạch).

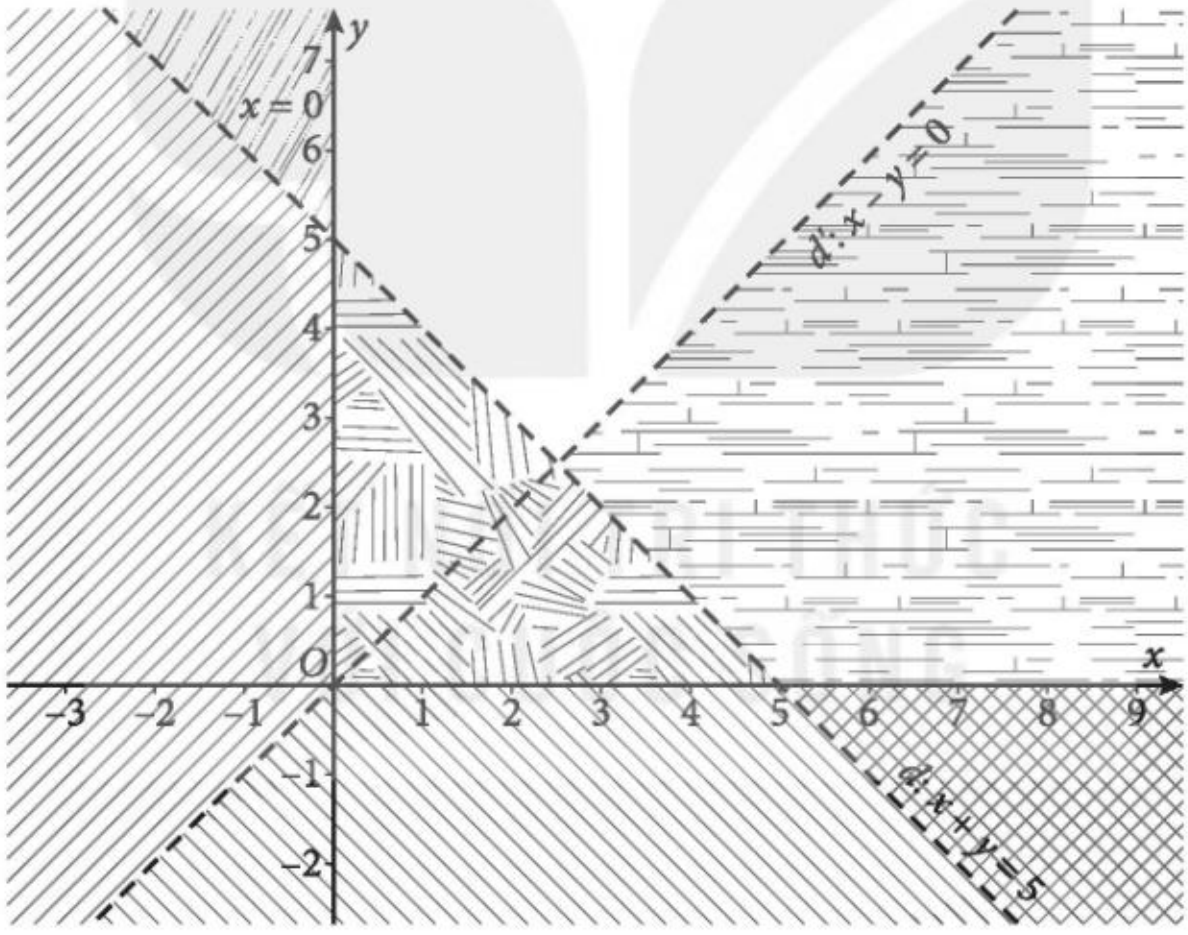
Bước 2: Vẽ đường thẳng d: $x + y = 5$. Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $x + y$ ta được: $0 + 0 < 5$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x + y > 5$ là nửa mặt phẳng bờ d không chứa điểm $O(0; 0)$ và không tính bờ d (miền không bị gạch).

Bước 3: Vẽ đường thẳng d': $x - y = 0$. Lấy điểm $(1; 0)$ không thuộc d' và thay $x = 1$, $y = 0$ vào biểu thức $x - y$ ta được: $1 - 0 > 0$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x - y < 0$ là nửa mặt phẳng bờ d' không chứa điểm $(1; 0)$ và không tính bờ d' (miền không bị gạch).

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.

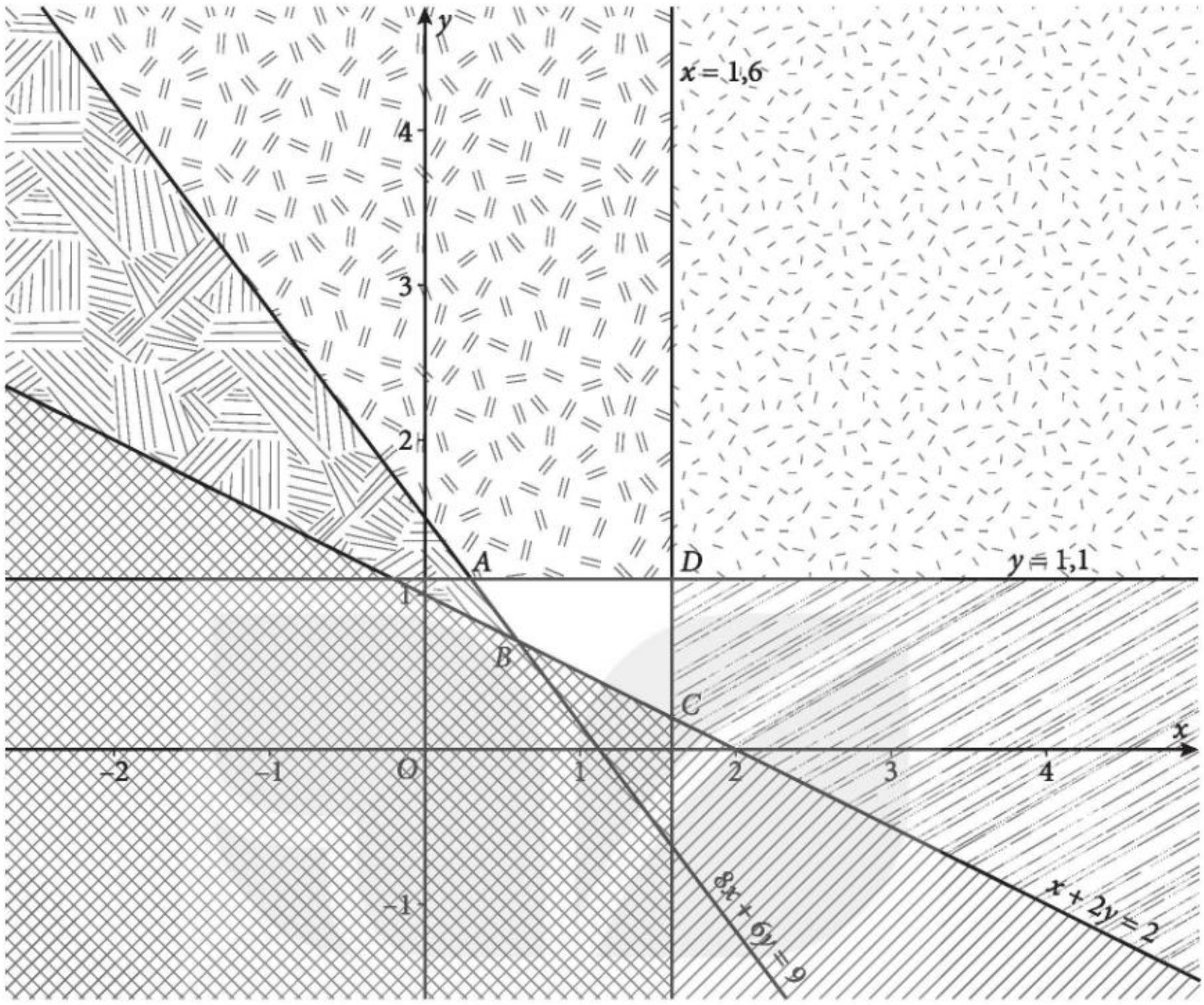


2.6. a) Ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

$$\begin{cases} x \leq 1{,}6 \\ y \leq 1{,}1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2. \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với toạ độ các đỉnh là:

$A(0{,}3;\ 1{,}1)$, $B(0{,}6;\ 0{,}7)$, $C(1{,}6;\ 0{,}2)$, $D(1{,}6;\ 1{,}1)$.



b) Số tiền phải trả khi mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là:

$$F(x; y) = 250x + 160y \text{ (nghìn đồng).}$$

c) Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y)$ khi $(x; y)$ thoả mãn hệ bất phương trình trong câu a.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

$$F(0{,}3; 1{,}1) = 251,\ F(0{,}6; 0{,}7) = 262,\ F(1{,}6; 0{,}2) = 432,\ F(1{,}6; 1{,}1) = 576.$$

So sánh các giá trị ở trên, ta được giá trị nhỏ nhất cần tìm là:

$$F(0{,}3; 1{,}1) = 251.$$

Vậy gia đình đó cần mua 0,3 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn để chi phí là ít nhất.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Dạng tổng quát:

$ax + by \le c$, $ax + by > c$,

$ax + by \ge c$, $ax + by < c$,

trong đó a, b, $c \in \mathbb{R}$, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

Cặp số $(x_0; y_0)$ là một **nghiệm** của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by \le c$ khi $ax_0 + by_0 \le c$ đúng.

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax + by \le c$ trên mặt phẳng toạ độ.

❶ Vẽ đường thẳng d: $ax + by = c$.

❷ Lấy điểm $M(x_0; y_0) \notin d$ và xét dấu biểu thức $ax_0 + by_0 - c$.

Dấu âm: Nửa mặt phẳng chứa điểm $(x_0; y_0)$ là **miền nghiệm**

Dấu dương: Nửa mặt phẳng không chứa điểm $(x_0; y_0)$ là **miền nghiệm**

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ khi $(x_0; y_0)$ đồng thời là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ đó.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.

❶ Trên cùng một mặt phẳng toạ độ, ta xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ và gạch bỏ miền còn lại.

❷ Miền còn lại không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

II. GỢI Ý DẠY HỌC

- GV hệ thống kiến thức lí thuyết của cả chương (có thể chuẩn bị slide theo tổng kết kiến thức ở trang trước).
- GV hệ thống các dạng toán cơ bản của toàn bộ chương và nhắc lại ngắn gọn phương pháp giải, cũng như những lưu ý cần thiết.
- Tuỳ tình hình thực tế của lớp, GV có thể cho HS chữa một số bài tập ở cuối chương theo dụng ý sư phạm của mình.

III. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

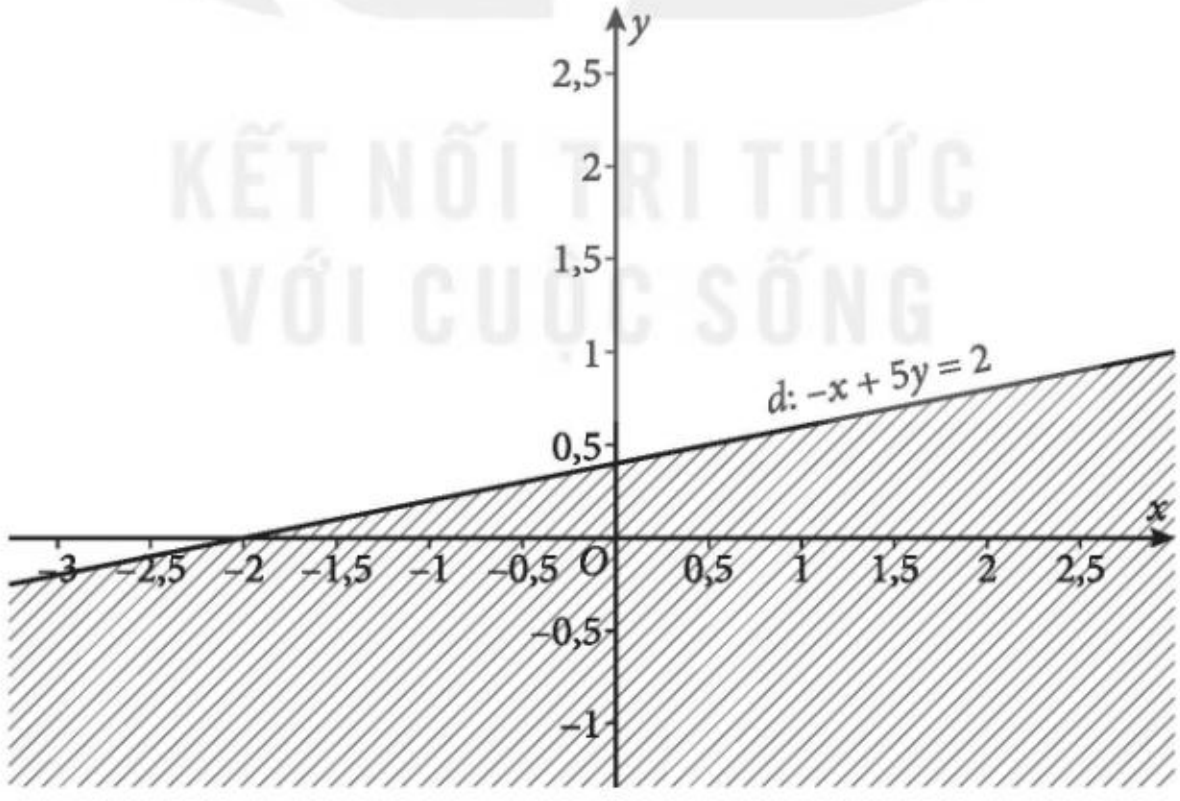
2.7. A. **2.8.** C. **2.9.** D. **2.10.** A. **2.11.** D.

2.12. Ta có: $\frac{x+y}{2} \geq \frac{2x-y+1}{3} \Leftrightarrow 3(x+y) \geq 2(2x-y+1) \Leftrightarrow -x+5y \geq 2$.

Bước 1: Vẽ đường thẳng d: $-x + 5y = 2$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

Bước 2: Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $-x + 5y$ ta được: $-0 + 5 \cdot 0 = 0 < 2$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).



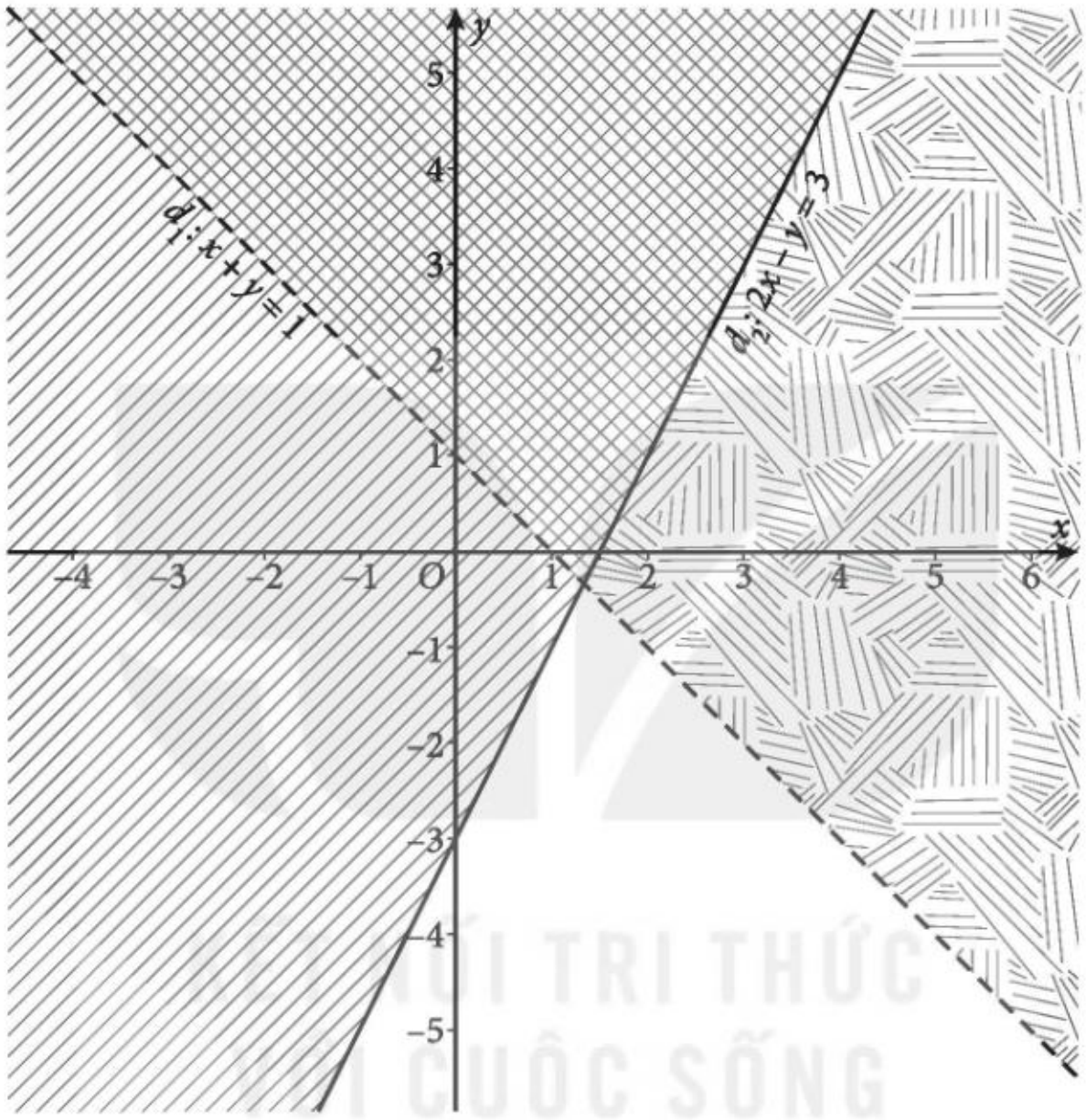
2.13. *Bước 1*: Vẽ đường thẳng d_1: $x + y = 1$. Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d_1 và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $x + y$ ta được: $0 + 0 = 0 < 1$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x + y < 1$ là nửa mặt phẳng bờ d_1 chứa điểm $O(0; 0)$ và không tính bờ d_1 (miền không bị gạch).

Bước 2: Vẽ đường thẳng d_2: $2x - y = 3$. Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d_2 và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $2x - y$ ta được: $2 \cdot 0 - 0 = 0 < 3$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $2x - y \geq 3$ là nửa mặt phẳng bờ d_2 không chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).

Vậy miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền không bị gạch.



2.14. *Bước 1*: Vẽ đường thẳng d_1: $y - 2x = 2$. Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d_1 và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $y - 2x$ ta được: $0 - 2 \cdot 0 = 0 < 2$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y - 2x \leq 2$ là nửa mặt phẳng bờ d_1 chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).

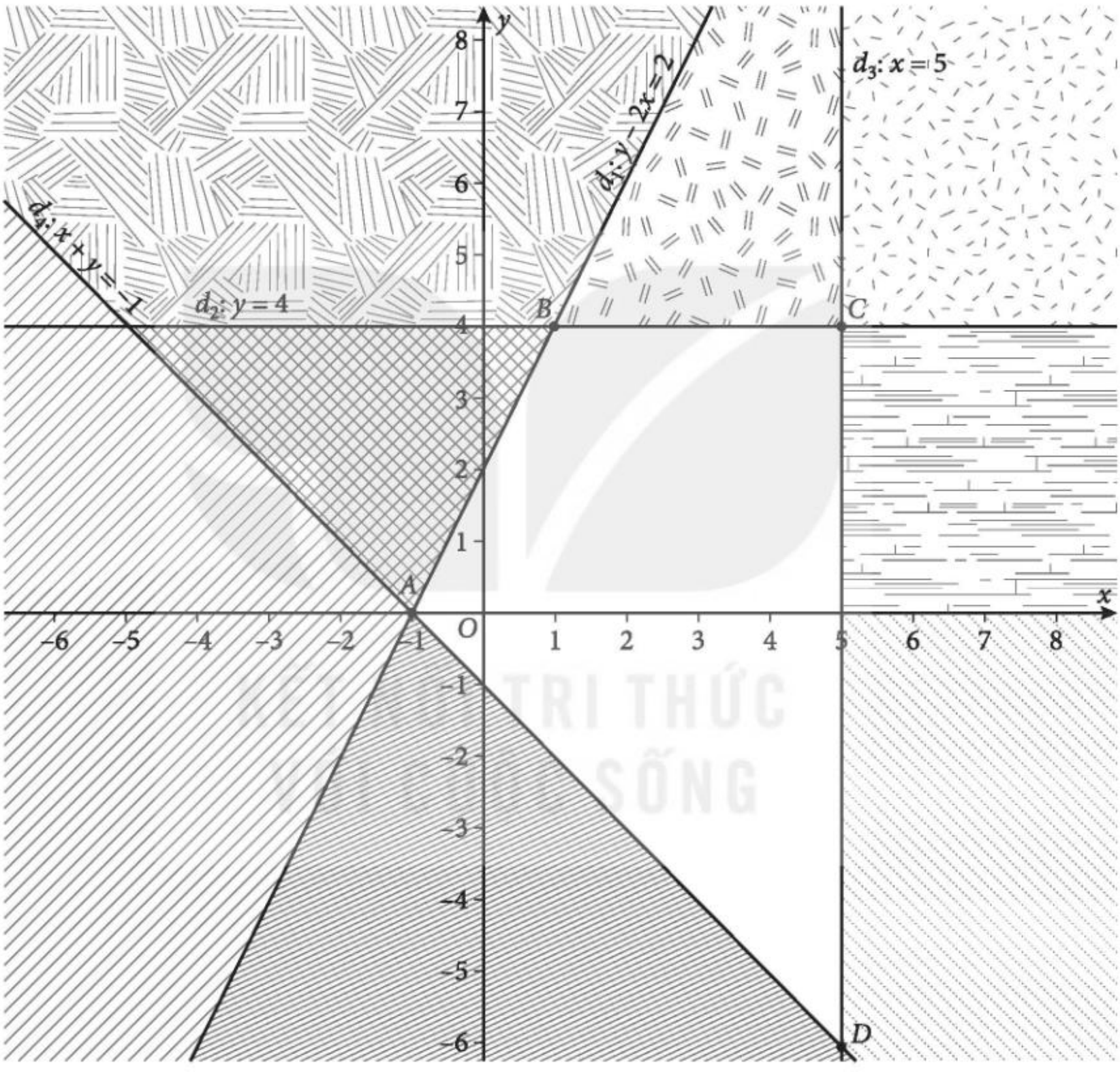
Bước 2: Vẽ đường thẳng d_2: $y = 4$ và điểm $O(0; 0)$ thoả mãn $0 < 4$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y \leq 4$ là nửa mặt phẳng bờ d_2 chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).

Bước 3: Vẽ đường thẳng d_3: $x = 5$ và điểm $O(0; 0)$ thoả mãn $0 < 5$. Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \leq 5$ là nửa mặt phẳng bờ d_3 chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).

Bước 4: Vẽ đường thẳng d_4: $x + y = -1$. Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc d_4 và thay $x = 0$, $y = 0$ vào biểu thức $x + y$ ta được: $0 + 0 = 0 > -1$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x + y \geq -1$ là nửa mặt phẳng bờ d_4 chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không bị gạch).

Vậy miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$ (miền không bị gạch) với toạ độ các đỉnh là $A(-1; 0)$, $B(1; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; -6)$.



Ta có $F(-1; 0) = 1$; $F(1; 4) = -5$; $F(5; 4) = -9$; $F(5; -6) = 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là: $F(-1; 0) = F(5; -6) = 1$; giá trị nhỏ nhất của biểu thức là: $F(5; 4) = -9$.

2.15. Gọi x, y (tỉ đồng) lần lượt là số tiền bác An đầu tư vào trái phiếu chính phủ, trái phiếu ngân hàng. Khi đó số tiền bác An đầu tư vào trái phiếu doanh nghiệp là: $1{,}2 - x - y$ (tỉ đồng).

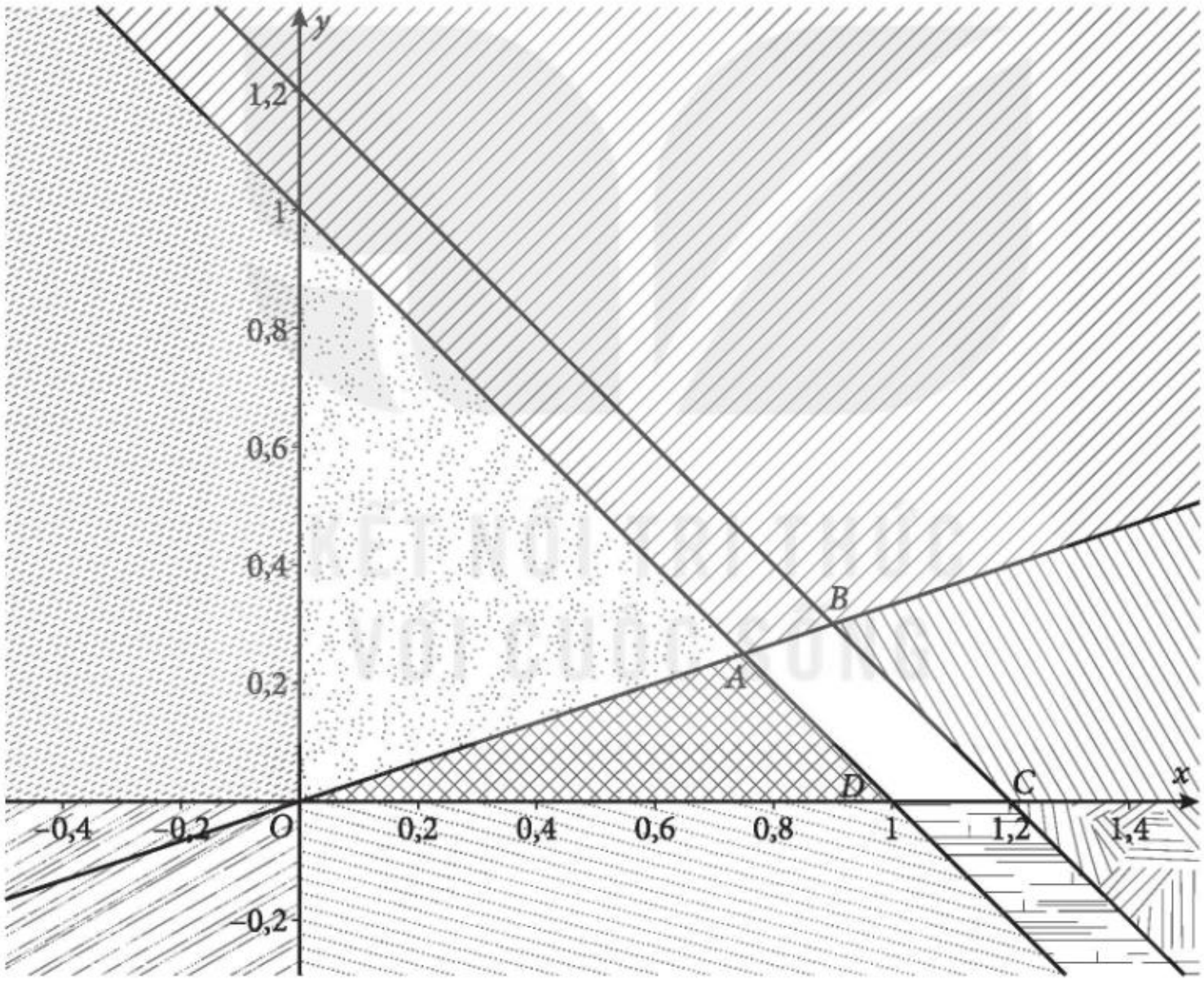
Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 1,2 - x - y \geq 0 \\ x \geq 3y \\ 1,2 - x - y \leq 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1,2 \\ x - 3y \geq 0 \\ x + y \geq 1. \end{cases}$$

Lợi nhuận bác An thu được sau 1 năm là:

$$F(x, y) = 0,07x + 0,08y + 0,12(1,2 - x - y) = 0,144 - 0,05x - 0,04y.$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền tứ giác $ABCD$ (miền không bị gạch), trong đó $A(0,75; 0,25)$, $B(0,9; 0,3)$, $C(1,2; 0)$, $D(1; 0)$, như hình vẽ sau:



Ta có: $F(0,75; 0,25) = 0,0965$; $F(0,9; 0,3) = 0,087$; $F(1,2; 0) = 0,084$; $F(1; 0) = 0,094$.

Vậy bác An nên đầu tư 750 triệu đồng vào trái phiếu chính phủ, 250 triệu đồng vào trái phiếu ngân hàng và 200 triệu đồng vào trái phiếu doanh nghiệp.

2.16. Gọi x và y (giây) lần lượt là thời lượng quảng cáo trên đài phát thanh và trên đài truyền hình trong một tháng.

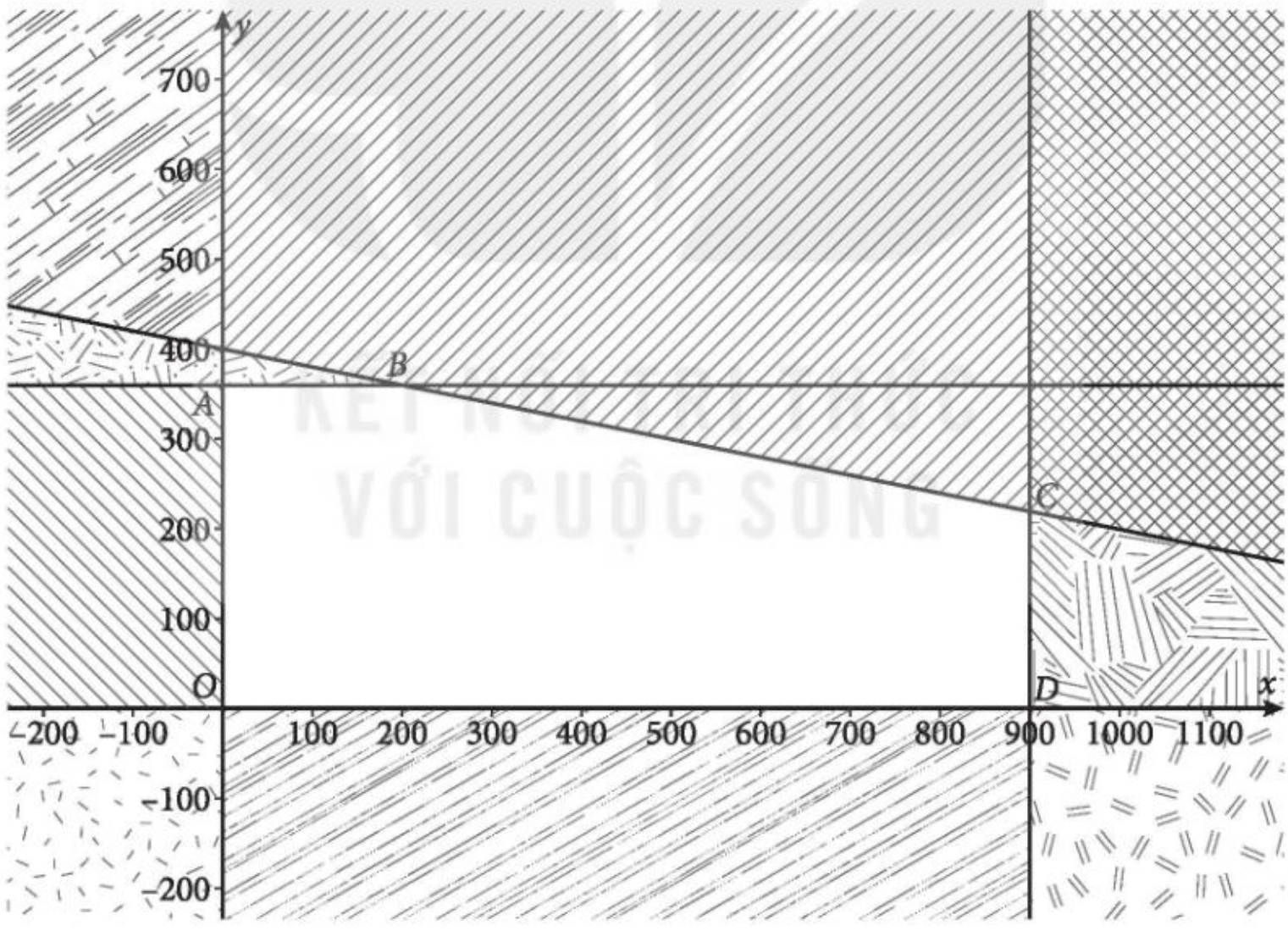
Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 900 \\ y \leq 360 \\ 80\,000x + 400\,000y \leq 160\,000\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 900 \\ 0 \leq y \leq 360 \\ x + 5y \leq 2\,000. \end{cases}$$

Giả sử hiệu quả khi quảng cáo trong 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo trong 1 giây trên đài truyền hình sẽ là 8 (đơn vị). Vì vậy, hiệu quả khi quảng cáo x giây trên đài phát thanh và y giây trên đài truyền hình là:

$$F(x; y) = x + 8y.$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền ngũ giác $OABCD$ (miền không bị gạch), trong đó $O(0; 0)$, $A(0; 360)$, $B(200; 360)$, $C(900; 220)$, $D(900; 0)$, như hình vẽ sau:



Ta có: $F(0; 0) = 0$, $F(0; 360) = 2\,880$, $F(200; 360) = 3\,080$,

$F(900; 220) = 2\,660$, $F(900; 0) = 900$.

Vậy công ty nên quảng cáo trên đài phát thanh 200 giây và trên đài truyền hình 360 giây.

CHƯƠNG III. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

- Lượng giác được hình thành từ nhu cầu tính toán, đo chiều cao, chiều rộng của một vật thể, ...
- Khái niệm giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° là bước chuyển tiếp từ khái niệm tỉ số lượng giác của một góc nhọn đến khái niệm hàm lượng giác (HS sẽ được học ở lớp 11).
- Bên cạnh khái niệm tỉ số lượng giác, chương này cung cấp các định lí sin, côsin và các công thức tính diện tích của một tam giác.

2 Cấu tạo chương

Chương III gồm 2 bài và một tiết ôn tập, được thực hiện trong 7 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 5. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°	2 tiết
Bài 6. Hệ thức lượng trong tam giác	4 tiết
Bài tập cuối chương III	1 tiết

3 Một số điểm cần lưu ý

Trong chương này cần nhấn mạnh để HS nhận ra toán học cung cấp ngôn ngữ và công cụ cho nhiều ngành khoa học.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 5. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180° (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°.
- Tính được giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay.

- Giải thích được hệ thức liên hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.
- Vận dụng giải một số bài toán có nội dung thực tiễn.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (đặc biệt là máy tính cầm tay).
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (chẳng hạn, trong Vận dụng về đu quay).
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập), yêu nước (chẳng hạn, việc học về đu quay tạo cơ hội cho HS tìm hiểu về các đu quay tiêu biểu ở nhiều tỉnh thành trong nước, hiểu biết hơn về đất nước, góp phần nhỏ bé vào việc truyền cho các em cảm hứng, tinh thần học tập để xây dựng tổ quốc, sánh vai cùng bạn bè quốc tế).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- HS đã được học các tỉ số lượng giác của một góc nhọn. Tuy vậy, góc tù không nằm trong một tam giác vuông như là góc nhọn. Do đó, ta cần có cái nhìn mới về trường hợp góc nhọn, từ đó có thể mở rộng một cách tự nhiên khái niệm giá trị lượng giác của một góc nhọn tới một góc bất kì từ 0° đến 180°. Việc làm rõ điều này sẽ giúp HS nhận ra rằng: có thể nhìn nhận, diễn giải tỉ số lượng giác của một góc nhọn theo những cách thức khác nhau và nhờ đó, có thể nhìn thấy sự thống nhất giữa các trường hợp góc tù và góc nhọn.
- Mặc dù bài học dạy HS sử dụng máy tính cầm tay để tính các giá trị lượng giác của một góc, nhưng có thể khuyến khích các em nhớ giá trị lượng giác của các góc đặc biệt, bởi không phải lúc nào ta cũng có sẵn máy tính. Hơn nữa, các ví dụ và luyện tập về tính giá trị lượng giác của các góc đặc biệt còn giúp các em hiểu sâu hơn khái niệm, biết tính toán bằng hình học (thoát li máy tính) khi cần thiết.
- Nên tìm hiểu thêm đôi chút về chiều cao, tầm nhìn của các đu quay ở Quảng Ninh, Đà Nẵng, Nha Trang.
- Nếu có điều kiện, nên sử dụng máy chiếu với hình vẽ cho phép điểm M có thể di

chuyển trên nửa đường tròn đơn vị để HS có thể quan sát sự thay đổi của góc, cũng như các giá trị sin, côsin của nó.

– Ngoài các đồ dùng dạy và học thường dùng, lưu ý HS chuẩn bị máy tính cầm tay.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Bài học có thời lượng 2 tiết, có thể phân bổ thời lượng như sau:

Tiết 1: Mục 1. Giá trị lượng giác của một góc.

Tiết 2: Mục 2. Mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Giá trị lượng giác của một góc

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu bài học	Nhắc lại tỉ số lượng giác của một góc nhọn. Đặt vấn đề mở rộng khái niệm.	GV cho HS nhìn hình vẽ và nhắc lại $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$ (trong tam giác vuông ABC). Đặt vấn đề đối với góc tù. GV nêu khó khăn chính gặp phải khi mở rộng khái niệm là góc tù không nằm trong một tam giác vuông như góc nhọn. Từ đó, nảy sinh nhu cầu cần có cái nhìn mới, một cách xác định các tỉ số lượng giác của một góc nhọn, sao cho với cách đó, ta có thể xác định được tỉ số lượng giác của một góc tù.
1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC		
Khái niệm nửa đường tròn đơn vị	Cho tương ứng mỗi góc từ 0° đến 180° với một điểm đại diện, dựa vào đó có thể mở rộng khái niệm tỉ số lượng giác.	Nhấn mạnh, mỗi góc tương ứng với đúng một điểm trên nửa đường tròn đơn vị. Nhấn mạnh, mỗi góc tạo bởi hai tia là tia Ox và tia còn lại là OM. GV lưu ý cho HS thấy rằng, với một góc cụ thể, cần dùng thước đo góc để xác định vị trí của điểm M tương ứng.

HĐ1	Cho HS bước đầu thấy sự phụ thuộc giữa góc và điểm đại diện. Kết nối ba trường hợp: nhọn, vuông, tù của góc mà ta đang hướng tới mở rộng từ trường hợp góc nhọn. Giúp HS nhận ra sin và côsin của một góc nhọn trong mô hình nửa đường tròn đơn vị. Từ đó, đi tới khung kiến thức một cách tự nhiên.	HS quan sát hình vẽ (trong sách hoặc trên bảng) và trả lời các câu hỏi. *Gợi ý.* a) Nếu $\alpha < 90^\circ$ thì điểm M tương ứng sẽ thuộc cung AC (không tính C) của nửa đường tròn đơn vị. b) Nếu cần, có thể gợi ý thêm bằng các câu hỏi bổ sung: Độ dài đoạn thẳng OM bằng bao nhiêu? Góc nhọn α nằm trong tam giác vuông nào? GV bình luận để HS thấy đây là một cái nhìn mới về sin, côsin của một góc nhọn, nhờ đó, ta có thể mở rộng một cách tự nhiên khái niệm tới trường hợp góc tuỳ ý từ 0° đến 180°.
Khái niệm tỉ số lượng giác	Cung cấp định nghĩa tỉ số lượng giác của một góc từ 0° đến 180°.	HS đọc hiểu, kết hợp với quan sát hình vẽ để nắm được khái niệm. GV chú ý cho HS: khi $\alpha < 90^\circ$, khái niệm mới thống nhất với khái niệm đã biết (do HĐ1). GV giải thích điều kiện về góc đối với tang, côtang.
Khung kiến thức	Biểu thị tang, côtang theo sin, côsin.	GV (hoặc gọi HS) nêu và giải thích công thức: $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ và $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. GV bình luận cho HS thấy, nhờ công thức này ta có thể quy các yếu tố liên quan đến tang, côtang về sin, côsin khi cần.
Bảng giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt	HS nhớ và sử dụng khi cần. Bảng này là cơ sở cho việc lập Bảng 3.2.	GV có thể yêu cầu một số HS nêu giá trị lượng giác của các góc nhọn đặc biệt: 30°, 45°, 60° (đã có trong chương trình lớp 9). GV dùng hình vẽ để giải thích (hoặc yêu cầu HS giải thích) giá trị lượng giác của các góc 0°, 90°, 180° (kết quả này cũng đã phần nào được đề cập trong các nội dung trước).

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		GV chú ý cho HS: Khi đã nhớ được sin và côsin của góc đặc biệt α thì ta cũng có thể tính được tang, côtang của góc đó theo các công thức: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ và $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.
Ví dụ 1	HS củng cố khái niệm tỉ số lượng giác của một góc. Cung cấp kĩ năng tính giá trị lượng giác của một góc cụ thể bằng hình học.	HS sử dụng hình vẽ trong sách (hoặc hình vẽ trên bảng). GV hướng dẫn HS cách xác định điểm M trên nửa đường tròn đơn vị tương ứng với góc 135°. GV giảng giải cách làm, trình bày lời giải mẫu cho HS. GV nhấn mạnh tới việc phải xác định hoành độ và tung độ của điểm M đại diện cho góc. Giải thích để HS thấy rằng, mặc dù $ON = OP = \frac{1}{\sqrt{2}}$, nhưng điểm N biểu thị số $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ trên trục Ox, điểm P biểu thị số $\frac{1}{\sqrt{2}}$ trên trục Oy.
Luyện tập 1	HS củng cố khái niệm tỉ số lượng giác. HS rèn luyện kĩ năng tính giá trị lượng giác của một góc bằng hình học. HS nhớ công thức tính tang, côtang theo sin, côsin.	HS dùng hình vẽ trong SGK để làm bài. GV nên vẽ hình trên bảng để thuận tiện cho việc gợi ý, hướng dẫn HS làm bài. GV có thể gợi ý HS tập trung tính sin và côsin, từ đó, dùng công thức để nhận được tang, côtang. GV có thể gợi ý HS tính $\widehat{POM}$, sau đó dùng $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$ và tam giác vuông OPM để tính MP, OP, chú ý độ dài của đoạn thẳng OM. GV lưu ý HS trong việc chuyển từ độ dài các đoạn thẳng ON, OP sang toạ độ điểm M.

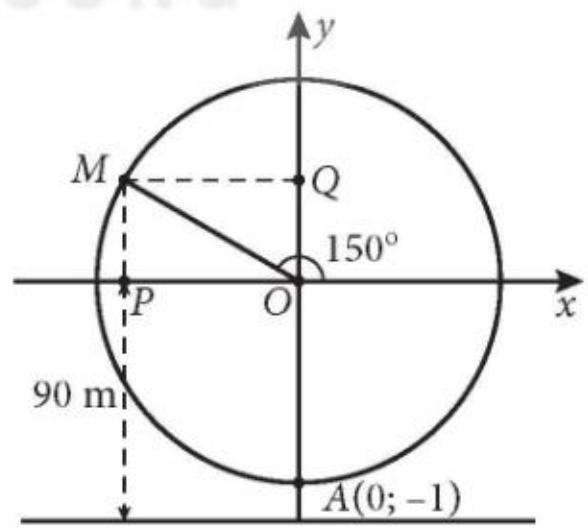
Sử dụng máy tính cầm tay	HS biết sử dụng máy tính cầm tay để tính giá trị lượng giác của một góc và tính góc khi biết giá trị lượng giác.	GV hướng dẫn, làm mẫu, yêu cầu HS thực hành và có thể cho HS so sánh các kết quả tính được với nhau. GV lưu ý cho HS, khi tìm x biết $\sin x$, máy tính chỉ đưa ra giá trị $x \le 90^\circ$, mặc dù góc bù với góc đó cũng có cùng giá trị sin.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	

Tiết 2. Mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
2. MỐI QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA HAI GÓC BÙ NHAU		
Đặt vấn đề	Đặt vấn đề tìm mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau.	GV (hoặc HS) nhắc lại mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc phụ nhau. HS đã biết giải thích các mối quan hệ này ở chương trình lớp 9 nên GV không cần giải thích thêm ở chỗ này. GV đặt vấn đề tìm mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau. HS quan sát Hình 3.5 trong SGK (hoặc hình vẽ tương ứng trên bảng). GV bình luận cho HS thấy rằng, để thiết lập mối quan hệ về giá trị lượng giác của hai góc, ta có thể dựa vào mối quan hệ giữa hai điểm đại diện.
HĐ2	HS dựa vào hình vẽ và định nghĩa để suy ra các mối quan hệ giữa sin và côsin của hai góc bù nhau.	HS dùng Hình 3.5 (hoặc hình vẽ tương ứng trên bảng) để thực hiện yêu cầu của hoạt động. *Gợi ý.* Hai điểm M và M' đối xứng với nhau qua trục Oy. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Khung kiến thức	Đưa ra mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau.	GV giải thích để HS thấy rằng mối quan hệ giữa các giá trị sin và giữa các giá trị côsin của hai góc bù nhau (HĐ2), kéo theo mối quan hệ giữa các giá trị tang và côtang của chúng (cũng có thể nêu câu hỏi để HS trả lời). GV phát biểu thành lời cho HS: Hai góc bù nhau có cùng giá trị sin, còn côsin, tang, côtang của chúng đối nhau.
Ví dụ 2	HS củng cố kiến thức, kĩ năng vừa học vào những tình huống cụ thể.	GV bình luận để HS thấy mặc dù ta hoàn toàn có thể tính các giá trị lượng giác này theo cách đã làm đối với Ví dụ 1, tuy vậy, ở đây ta có thể sử dụng bảng giá trị lượng giác của các góc nhọn đặc biệt (Bảng 3.1) và mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau để lời giải được gọn nhẹ. GV giảng giải và trình bày lời giải cho HS.
Bảng giá trị lượng giác (Bảng 3.2)	HS tổng hợp lại mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác đã được học trong bài.	GV gợi mở để HS nhận ra nhờ mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau, Bảng 3.2 được suy ra từ Bảng 3.1. GV gợi mở để HS nhận ra rằng, nhờ các công thức tính tang, côtang và các mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc phụ nhau, bù nhau, ta có thể nhận được các giá trị trong các Bảng 3.1, 3.2 từ sin và côsin của các góc 30°, 45°, 60°.
Luyện tập 2	HS củng cố khái niệm tỉ số lượng giác và rèn luyện kĩ năng vào bài học. HS nhận ra rõ hơn rằng, việc đi tìm mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc có thể quy về mối quan hệ giữa các điểm đại diện tương ứng.	Mặc dù, trong chương trình lớp 9, HS đã biết giải thích mối quan hệ này, tuy nhiên, ở đây, ta yêu cầu HS giải thích dựa vào định nghĩa mới. GV phát biểu thành lời cho HS: Hai góc phụ nhau có sin góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.

Vận dụng	HS vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng đã được học trong bài học vào một mô hình thực tế.	GV phân tích để HS xác định được ba bước chính: – Xây dựng mô hình toán học cho bài toán thực tế; – Giải quyết vấn đề toán học được đặt ra; – Từ kết quả toán học, diễn giải, thể hiện ngược trở lại bài toán thực tế. GV gợi ý HS xác định trên hình vẽ, vị trí A của cabin lúc xuất phát và vị trí M của cabin sau 20 phút quay. GV gợi ý để HS chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ trong SGK và tìm mối quan hệ giữa độ cao của cabin tại vị trí M với tung độ của điểm M. GV cho HS nhận xét về số đo góc AOM, từ đó, suy ra góc xOM. GV gợi ý HS quy ước 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng toạ độ Oxy ứng với 75 m trong thực tế (để điểm M thuộc nửa đường tròn đơn vị). Tuỳ tình hình thực tế lớp học, hỗ trợ để HS đi tới lời giải hoàn chỉnh. *Gợi ý.*  Do mỗi vòng quay, đu quay quay mất 30 phút, nên sau 20 phút, đu quay quay được $\frac{2}{3}$ vòng.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		Từ đó suy ra $\widehat{xOM} = \frac{2}{3} \cdot 360^\circ - 90^\circ = 150^\circ$. Do đó M có tung độ bằng $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$. Mặt khác, 1 đơn vị trong mặt phẳng toạ độ Oxy ứng với 75 m trong thực tế, nên độ dài đoạn thẳng OQ ứng với $\frac{75}{2} = 37,5$ m trong thực tế. Vậy sau 20 phút quay, đu quay ở độ cao là: $37,5 + 90 = 127,5$ (m).
Kiểm tra kết quả làm bài tập của HS	HS rèn luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	Kiểm tra kết quả làm bài của HS và đưa ra nhận xét, lưu ý, chỉ dẫn phù hợp.

3. Phân loại bài tập

- Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt: Bài tập 3.1.
- Mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau và công thức tính tang, côtang theo sin, côsin: Bài tập 3.2.
- Từ định nghĩa, khám phá tính chất của tỉ số lượng giác: Bài tập 3.3.
- Công thức tính tang theo sin và côsin: Bài tập 3.4.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.1. a) $\frac{-(1+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{6}-1)}{\sqrt{6}}$;

b) $\frac{1}{4}$;

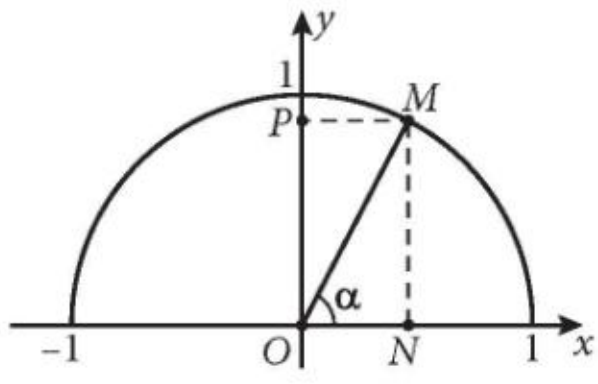
c) 1.

3.2. a) $2\sin 80^\circ$;

b) $\cos\alpha$.

3.3. a) Lấy điểm M trên nửa đường tròn đơn vị, sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$. Gọi N, P theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy.

Khi đó $N(\cos\alpha; 0)$, $P(0; \sin\alpha)$.



Suy ra $ON = |\cos\alpha|$, $OP = |\sin\alpha| = \sin\alpha$.

Hơn nữa, tứ giác $ONMP$ là hình chữ nhật có đường chéo $OM = 1$.

Theo định lí Pythagore ta được $OM^2 = ON^2 + OP^2$ và do đó $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

b) Vì $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ nên $1 + \tan^2\alpha = 1 + \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$.

c) Vì $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ nên $1 + \cot^2\alpha = 1 + \dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$.

3.4. Do góc α có $\tan\alpha = 3$ (xác định) nên $\cos\alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos\alpha$, ta được $P = \dfrac{2\tan\alpha - 3}{3\tan\alpha + 2} = \dfrac{3}{11}$.

Chú ý. Cũng có thể sử dụng kết quả của Bài tập 3.3 để tính $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ rồi tính được giá trị của P.

Bài 6. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC (4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Giải thích được định lí côsin, định lí sin, công thức tính diện tích tam giác.
- Vận dụng định lí côsin, định lí sin và công thức tính diện tích tam giác vào việc giải tam giác và giải quyết những tình huống mang tính thực tế.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (đặc biệt là máy tính cầm tay).
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (chẳng hạn, trong việc vận dụng về đo khoảng cách từ một điểm trên bờ hồ Hoàn Kiếm đến Tháp Rùa).
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập), yêu nước, chẳng hạn, việc học về Tháp Rùa (hồ Hoàn Kiếm, Hà Nội), công viên Hoà Bình (Hà Nội) tạo cơ hội cho HS hiểu biết về đất nước, góp

phần nhỏ bé vào việc truyền cho các em cảm hứng, tinh thần học tập để xây dựng tổ quốc, sánh vai cùng bạn bè quốc tế.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Ở cấp THCS, HS đã được học về các hệ thức lượng trong tam giác vuông, bài này bổ sung thêm các hệ thức lượng trong tam giác bất kì.
- Chúng ta đều biết định lí côsin là mở rộng của định lí Pythagore. Chúng ta không muốn áp đặt định lí đó cho HS, hay yêu cầu HS chứng minh, mà mong muốn HS "tìm ra" công thức đó thông qua một số HĐ trải nghiệm với sự "giúp đỡ" của GV.
- Về cách tính diện tích của tam giác, HS đã biết đến công thức $S = \frac{1}{2}ah_a$, HĐ4, HĐ5 và thảo luận sẽ giúp HS hình thành các công thức khác.
- Ngoài một số công thức cần nhớ, bài học này còn giúp cho HS luyện tập tính toán, và đây là dịp tốt để HS sử dụng máy tính cầm tay nếu có điều kiện. Ở những nơi không có máy tính cầm tay thì có thể sử dụng bảng số; trong trường hợp không có cả bảng số, GV có thể cân nhắc thay đổi dữ kiện của bài toán sao cho HS có thể tính được, chẳng hạn với Ví dụ 1, có thể cho $AB = 7, AC = 8$ và $\widehat{CAB} = 120^\circ$ để được $BC^2 = 169$, từ đó HS dễ dàng tính được $BC = 13$.
- Mỗi bài toán hoặc ví dụ trong bài này xem như là một HĐ. Các HĐ này được thiết kế tương ứng với các trường hợp giải tam giác khi biết hai cạnh và góc xen giữa, biết một cạnh và hai góc kề, biết ba cạnh của tam giác.
- Các HĐ ở Vận dụng và Thảo luận có nội dung thực tế đưa về giải tam giác. Nếu có thể bố trí được tiết đo đạc ngoài trời (kết hợp với buổi dã ngoại) thì càng tốt. Tuỳ từng địa phương, GV có thể cho HS trải nghiệm việc đo khoảng cách giữa hai địa điểm trong thực tế sao cho phù hợp.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Bài học có thời lượng 4 tiết, có thể phân bổ như sau:

Tiết 1: Mục 1. Định lí côsin

Tiết 2: Mục 2. Định lí sin và Mục 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế

Tiết 3: Mục 4. Công thức tính diện tích tam giác

Tiết 4: Giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Định lí côsin

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu		– GV giới thiệu sơ lược về vị trí của hồ Hoàn Kiếm, tháp Rùa. – Đặt vấn đề theo SGK.
1. ĐỊNH LÍ CÔSIN		
HĐ1	HS trải nghiệm việc vẽ hình, đo đạc và tính khoảng cách trên bản đồ.	Chia nhóm HS thực hiện vẽ hình, đo đạc và đọc kết quả. Chú ý. Cơ sở cho phép tính ở câu b là tính chất của tam giác đồng dạng.
HĐ2	HS thực hành tính độ dài đoạn thẳng nhờ định lí Pythagore, qua đó dẫn hình thành công thức định lí côsin với một tam giác cụ thể.	– HS quan sát hình vẽ (trong SGK, trên bảng, ...), tính độ dài BD, DA, DC; rồi tính độ dài BC nhờ định lí Pythagore. – GV bình luận để HS thấy được mối liên hệ giữa độ dài BC với độ dài các cạnh BA, AC và côsin của góc A.
Khung kiến thức	Cung cấp nội dung định lí côsin.	– HS đọc khung kiến thức, kết hợp với quan sát hình vẽ để nắm được nội dung định lí côsin.
Ví dụ 1	Củng cố nội dung định lí côsin cho HS.	HS sử dụng hình vẽ trong SGK hoặc trên bảng; GV giảng giải cách làm, trình bày lời giải mẫu cho HS.
Khám phá	Tính côsin một góc của tam giác theo độ dài ba cạnh của tam giác đó.	GV cho HS thực hiện và đưa ra đáp án.
Luyện tập 1	Củng cố về cả hai cách phát biểu định lí côsin cho HS.	GV hướng dẫn HS xác định các yếu tố đã biết, các yếu tố cần tính và hướng dẫn HS làm bài.

		Gợi ý $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $= 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 89 - 40\sqrt{2}.$ Suy ra $BC = \sqrt{89 - 40\sqrt{2}} \approx 5,6949.$ $\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - CA^2}{2 \cdot BA \cdot BC} \approx -0,1153,$ suy ra $B \approx 96^o37'.$ $\cos C = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot CA \cdot CB} \approx 0,7839,$ suy ra $C \approx 38^o23'.$
Trải nghiệm	HS thực hiện vẽ một tam giác tuỳ ý, đo độ dài các cạnh, đo góc; kiểm tra tính đúng đắn của định lí côsin.	GV chia lớp thành từng nhóm HS thực hiện. GV có thể gợi ý HS đo trực tiếp các số liệu trên hình vẽ, sau đó thay vào định lí sin để thấy tính đúng đắn (gần đúng).
Vận dụng 1	HS áp dụng định lí côsin để tính khoảng cách giữa tàu và cảng Vân Phong sau 1,5 giờ (trong HĐ1b).	GV cho HS thực hiện và đưa ra đáp án. GV nhấn mạnh cho HS: Nhờ có định lí côsin ta có thể thực hiện tính toán mà không cần đo như trong HĐ1b.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2. Định lí sin. Giải tam giác và ứng dụng thực tế

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
2. ĐỊNH LÍ SIN		
HĐ3	Tính R theo a và sin A trong các trường hợp góc A nhọn và tù. Từ đó khái quát lên để có định lí sin.	Chia nhóm HS tính R trong mỗi trường hợp.
Khung kiến thức	Cung cấp nội dung định lí sin.	HS đọc khung kiến thức, kết hợp với quan sát hình vẽ để nắm được nội dung định lí.

Ví dụ 2	HS vận dụng định lí sin vào giải tam giác.	HS sử dụng hình vẽ trong SGK hoặc trên bảng. GV giảng giải cách làm, trình bày lời giải mẫu cho HS.
Luyện tập 2	Củng cố nội dung định lí sin cho HS.	GV hướng dẫn HS xác định các yếu tố đã biết, các yếu tố cần tính và trình bày bài làm. *Gợi ý.* Theo định lí sin, ta có: $R = \frac{b}{2\sin B} = \frac{8}{2\sin 80^\circ} \approx 4{,}062.$ $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \sin C = \frac{5 \cdot \sin 80^\circ}{8} \approx 0{,}6155.$ Suy ra $C \approx 38^\circ$. Do $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$, nên $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} \approx 62^\circ$. Theo định lí sin, ta có: $\frac{a}{\sin A} = 2R.$ Suy ra $a = \sin A \cdot 2R.$ Vậy $a \approx 7{,}1731.$
3. GIẢI TAM GIÁC VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ		
Ví dụ 3	HS vận dụng định lí sin vào giải tam giác.	HS sử dụng hình vẽ trong SGK hoặc trên bảng. GV giảng giải cách làm, trình bày lời giải mẫu cho HS.
Luyện tập 3	HS luyện tập kĩ năng giải tam giác.	GV hướng dẫn HS xác định các yếu tố đã biết, các yếu tố cần tính và trình bày bài làm.
Ví dụ 4	Nêu các bước đo khoảng cách từ vị trí A tới Tháp Rùa.	GV giảng giải và trình bày cho HS.
Vận dụng 2	HS vận dụng định lí sin giải quyết bài toán thực tế.	GV hướng dẫn HS xây dựng mô hình toán học của tình huống. GV giải thích các bước làm. *Bước 1.* Từ một vị trí ở vùng quan sát, ngắm hai đỉnh núi và đo góc giữa hai hướng ngắm đó. *Bước 2.* Tương tự Ví dụ 4, tính khoảng cách từ vị trí vừa ngắm tới các đỉnh núi. *Bước 3.* Dùng định lí côsin để tính toán.

Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	

Tiết 3. Công thức tính diện tích tam giác

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
4. CÔNG THỨC TÍNH DIỆN TÍCH TAM GIÁC		
Đặt vấn đề	Hình thành những công thức tính diện tích tam giác từ công thức $S = \frac{1}{2}ah_a$ đã biết.	GV gợi mở vấn đề cho HS.
HĐ4	Hình thành công thức tính diện tích theo nửa chu vi và bán kính đường tròn nội tiếp.	HS quan sát hình vẽ (trên bảng hoặc trong SGK), trả lời các câu hỏi.
Khung kiến thức	Cung cấp công thức $S = pr = \frac{(a+b+c)r}{2}$.	HS đọc (phát biểu bằng lời) Khung kiến thức.
HĐ5	Hình thành công thức tính diện tích theo hai cạnh và góc xen giữa.	HS quan sát hình vẽ (trên bảng hoặc trong SGK), trả lời các câu hỏi.
Khung kiến thức	Cung cấp công thức $S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ca\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$.	HS đọc (phát biểu bằng lời) Khung kiến thức.
Ví dụ 5	Củng cố hai công thức tính diện tích vừa học.	HS sử dụng hình vẽ trong SGK hoặc trên bảng; GV giảng giải cách làm, trình bày lời giải mẫu cho HS.
Luyện tập 4	Củng cố định lí sin và các công thức tính diện tích đã học.	GV chia nhóm và hướng dẫn HS tính diện tích theo hai hướng: – Hướng 1: tính theo cạnh đáy và chiều cao; – Hướng 2: tính theo hai cạnh và góc xen giữa. Đáp số: $S = 1 + \sqrt{3}$.

Chú ý	Cung cấp công thức $S = \frac{abc}{4R}$.	GV hướng dẫn để HS phát hiện công thức $S = \frac{abc}{4R}$.
Thảo luận	Hình thành công thức tính $\sin A$ theo ba cạnh và công thức Heron.	– GV hướng dẫn HS liên hệ với công thức cơ bản (Bài tập 3.3) để tính $\sin A$ khi đã biết $\cos A$ (kết quả của Khám phá ở tiết 1). – GV hướng dẫn HS liên hệ đến công thức $S = \frac{1}{2}bc\sin A$ để hình thành công thức tính diện tích theo ba cạnh.
Khung kiến thức	Cung cấp công thức Heron.	HS đọc Khung kiến thức.
Ví dụ 6	Củng cố về các công thức tính diện tích đã biết.	HS sử dụng hình vẽ trong SGK hoặc trên bảng; GV giảng giải cách làm, trình bày lời giải mẫu cho HS.
Vận dụng 3	Vận dụng các hệ thức lượng trong tam giác đã được học vào thực tế.	GV hướng dẫn HS xây dựng mô hình toán học của tình huống. GV giải thích về cách đo khoảng cách giữa hai điểm trên Google Maps. GV hướng dẫn HS thực hiện phép chia hình để tính diện tích công viên Hoà Bình. *Gợi ý*: Áp dụng công thức Heron, ta được: $S_{ABE} \approx 51\,328\ (\text{m}^2)$; $S_{BDE} \approx 51\,495\ (\text{m}^2)$; $S_{BCD} \approx 112\,268\ (\text{m}^2)$. Suy ra diện tích công viên Hoà Bình bằng: $S_{ABE} + S_{BDE} + S_{BCD} \approx 215\,091\ (\text{m}^2)$.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Tiết 4. Giải bài tập

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Điểm lại kiến thức cơ bản	HS rèn luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	HS nhắc lại nội dung các định lí, các công thức đã học.
Kiểm tra kết quả làm bài tập của HS		GV kiểm tra kết quả làm bài của HS và đưa ra nhận xét, lưu ý, chỉ dẫn phù hợp (Bài tập 3.8, 3.9, 3.11).
Thảo luận		GV tổ chức cho HS thảo luận và báo cáo kết quả về cách đo bề rộng Đảo Yến (Bài tập 3.10).

3. Phân loại bài tập

- Định lí côsin, công thức tính diện tích tam giác: Bài tập 3.5.
- Định lí sin: Bài tập 3.6.
- Định lí sin, công thức tính diện tích tam giác: Bài tập 3.7.
- Xác định hướng trên bản đồ và vận dụng định lí côsin để tính khoảng cách giữa hai điểm: Bài tập 3.8, Bài tập 3.11.
- Vận dụng định lí sin để tính chiều cao vật thể: Bài tập 3.9.
- Vận dụng định lí sin để tính khoảng cách giữa hai điểm: Bài tập 3.10.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.5. $\cos A = \dfrac{53}{80} = 0{,}6625; S = \dfrac{3\sqrt{399}}{4} \approx 14{,}9812; r = \dfrac{3\sqrt{399}}{38} \approx 1{,}577.$

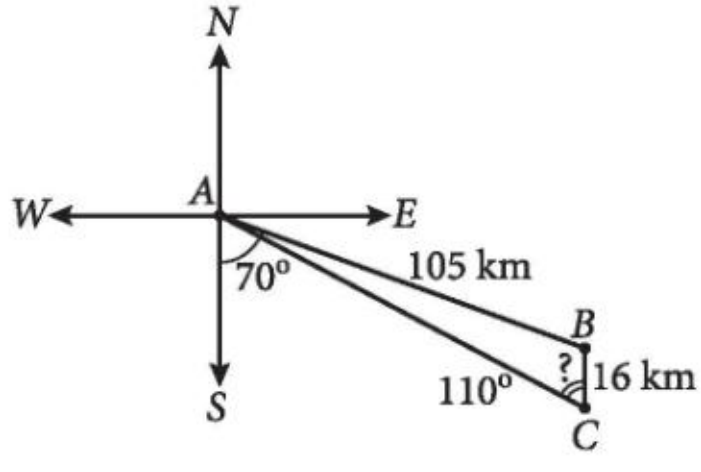
3.6. $R = 5\sqrt{2}; b = 10\sqrt{2}\sin 70^\circ \approx 13{,}2893; c = 10\sqrt{2}\sin 65^\circ \approx 12{,}8171.$

3.7. $\widehat{C} = 35^\circ; b = \dfrac{6\sin 130^\circ}{\sin 35^\circ} \approx 8{,}0133;$

$a = \dfrac{6\sin 15^\circ}{\sin 35^\circ} \approx 2{,}7074, S = \dfrac{1}{2}ac\sin B \approx 6{,}222.$

3.8. Sau 90 phút, tàu cá chạy từ A đến B với vận tốc 70 km/h, nên $AB = 105$ (km).

Sau 2 giờ, tàu trôi từ B đến C với vận tốc 8 km/h, suy ra $BC = 16$ (km).



Vì từ A đến B tàu chạy theo hướng $S70^\circ E$ và từ B đến C tàu trôi theo hướng $S0^\circ E$, nên $\widehat{ABC} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

a) Theo định lí côsin, ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\widehat{ABC} \approx 12\,430$.

Suy ra khoảng cách từ cảng A đến vị trí neo đậu C bằng $AC \approx 111{,}5$ (km).

b) Gọi hướng từ cảng A đến vị trí neo đậu C là hướng $Sx^\circ E$. Khi đó, do $BC // AS$ nên $\widehat{SAC} = \widehat{ACB} = x$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC, ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{AB \cdot \sin B}{AC} \approx \frac{105 \cdot \sin 110^\circ}{111{,}5} \approx 0{,}8849.$$

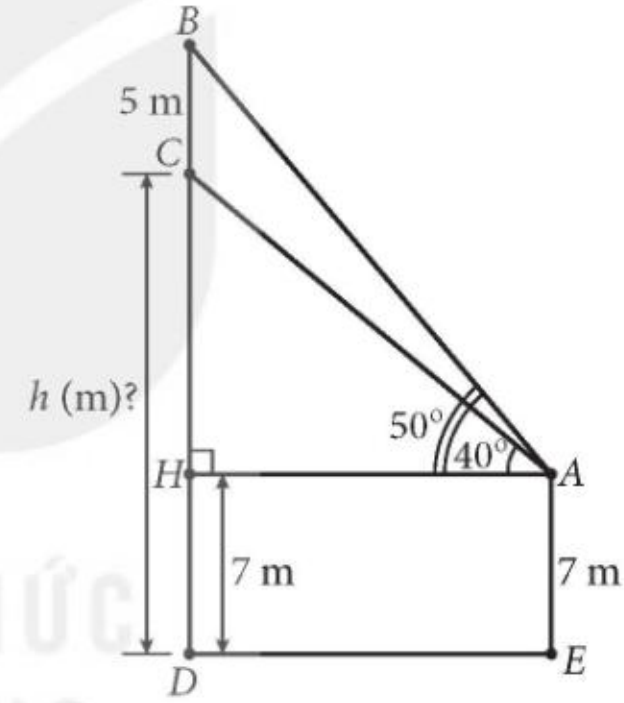
Suy ra $x = \hat{C} \approx 62^\circ$. Vậy hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S62^\circ E$.

3.9. a) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC.

Do $\widehat{AHB} = 90^\circ, \widehat{BAH} = 50^\circ$ nên

$\widehat{ABC} = \widehat{ABH} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$;

$\widehat{BAC} = 10^\circ$; $\widehat{ACB} = 130^\circ$.



b) Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC, ta được:

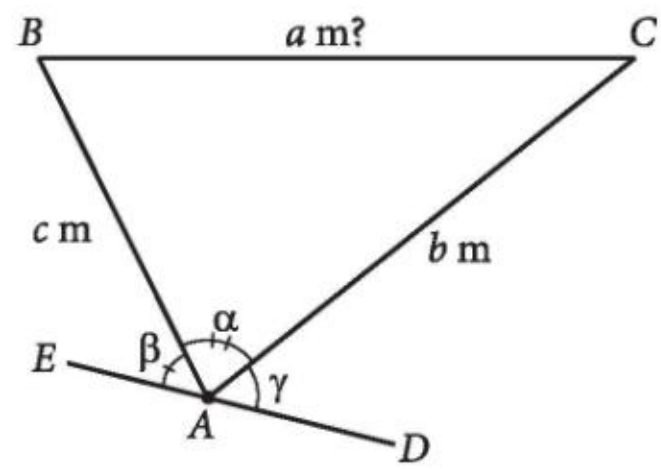
$$AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18{,}5 \text{ (m)}.$$

Suy ra $CH = AC \cdot \sin\widehat{CAH} \approx 18{,}5 \cdot \sin 40^\circ \approx 11{,}9$ (m).

Từ đó chiều cao của toà nhà xấp xỉ bằng:

$$11{,}9 + 7 = 18{,}9 \text{ (m)}.$$

3.10. Giả sử từ một điểm A trên bãi biển Vũng Chùa ta nhìn thấy Đảo Yến với đỉnh bên trái là B, đỉnh bên phải là C.



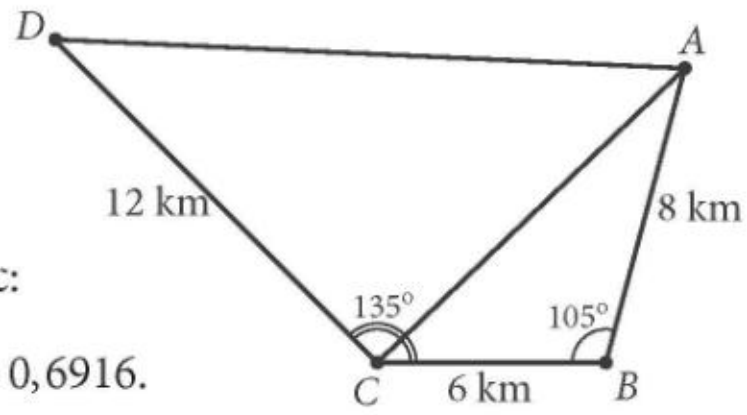
Ngắm và đo góc $\widehat{BAC} = \alpha$.

Bằng cách làm như khi đo khoảng cách từ một điểm trên bờ hồ Hoàn Kiếm đến Tháp Rùa (Ví dụ 4), ta tính được khoảng cách AC bằng b m và khoảng cách AB bằng c m.

Sau đó, áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC với $AB = c$, $AC = b$, $\widehat{CAB} = \alpha$, tính được khoảng cách BC (bề rộng của Đảo Yến mà ta nhìn thấy).

3.11. Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC, ta được:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos\widehat{ABC}$$
$$= 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 105^\circ \approx 124{,}8466.$$



Suy ra $AC \approx 11{,}1735$ (km).

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC, ta được:

$$\sin\widehat{BCA} = \frac{AB}{AC} \cdot \sin\widehat{ABC} = \frac{8}{11{,}1735} \cdot \sin 105^\circ \approx 0{,}6916.$$

Suy ra $\widehat{BCA} \approx 44^\circ$ và do đó $\widehat{ACD} = \widehat{BCD} - \widehat{BCA} \approx 91^\circ$.

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ACD, ta được:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD \cdot \cos\widehat{ACD} = 11{,}1735^2 + 12^2 - 2 \cdot 11{,}1735 \cdot 12 \cdot \cos 91^\circ \approx 273{,}5272.$$

Suy ra $AD \approx 16{,}5387$ (km).

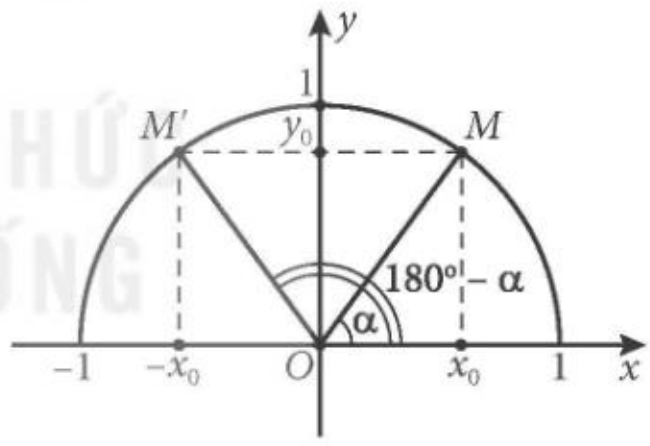
Bởi vậy, đường mới sẽ giảm so với đường cũ $(12 + 6 + 8) - 16{,}5387 = 9{,}4613$ (km).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°

– Với mỗi góc α $(0^\circ \le \alpha \le 180^\circ)$, ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{MOx} = \alpha$. Giả sử điểm M có toạ độ $(x_0; y_0)$. Khi đó:



$$\sin\alpha = y_0; \quad \cos\alpha = x_0; \quad \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} (\alpha \ne 90^\circ);$$

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \ (\alpha \ne 0^\circ \text{ và } \alpha \ne 180^\circ)$$

– Hai góc bù nhau có sin bằng nhau, còn côsin, tang, côtang đối nhau.

2. Định lí côsin trong tam giác

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A, \ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B, \ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C.$$

Cách viết khác: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$, $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

3. Định lí sin trong tam giác

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

4. Công thức tính diện tích của tam giác

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

II. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nhắc lại kiến thức cơ bản	HS nhớ lại kiến thức cơ bản đã học trong chương III.	– HS nhắc lại các công thức, định lí đã học. – GV kiểm tra nhanh kết quả hai câu hỏi trắc nghiệm trong SGK (câu hỏi 3.12 và 3.13) và Bài tập 3.14.
Luyện tập tổng hợp	HS vận dụng các kiến thức đã học vào giải các bài toán.	Tổ chức và hướng dẫn cho HS giải các bài tập: 3.15, 3.18.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	GV hướng dẫn các bài tập: 3.16, 3.17, 3.19.

2. Phân loại bài tập

- Giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt và mối liên hệ giữa các giá trị lượng giác của một góc: Bài 3.14.
- Định lí sin, các công thức tính diện tích: Bài 3.15.
- Định lí côsin: Bài 3.16, 3.17.
- Vận dụng định lí côsin vào tình huống trong thực tế: Bài 3.18, 3.19.

III. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

3.12. a) **D.** $S = \frac{\sqrt{2}}{4}ca$. Vì $S = \frac{1}{2}ca\sin B$ và $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên **D** là phương án trả lời đúng; **A** và **B** là phương án trả lời sai; phương án **C** sai vì chưa biết góc A.

b) **B.** $R = \frac{\sqrt{2}}{2}b$. Theo định lí sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, nên $R = \frac{b}{2\sin B}$, vậy **B** là phương án trả lời đúng; **A** là phương án trả lời sai; **C** và **D** là phương án trả lời sai vì chưa biết các góc A và C.

c) **D.** $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos 135^\circ$.

Vì theo định lí côsin: $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B = c^2 + a^2 - 2ca\cos 135^\circ$, nên **D** là phương án trả lời đúng. Phương án **A** sai vì **A** xảy ra khi và chỉ khi $b = c$, nhưng khi đó tam giác ABC có hai góc tù: $\hat{B} = \hat{C} = 135^\circ$, vô lí. Phương án **C** sai, vì $\sin B = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Phương án **B** sai, vì **B** xảy ra khi và chỉ khi $\hat{A} = \hat{B} = 135^\circ$, vô lí.

3.13. a) **B**. $r = \dfrac{2S}{a+b+c}$. Vì $S = \dfrac{r(a+b+c)}{2} = \dfrac{abc}{4R}$ nên **B** là phương án trả lời đúng, **D** và **A** là phương án trả lời sai; phương án **C** là phương án trả lời sai vì theo định lí côsin thì $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$.

b) **A**. $\sin A = \sin(B + C)$.

Vì $\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C})$ nên $\sin A = \sin\left[180^\circ - (B + C)\right] = \sin(B + C)$, nên **A** là phương án trả lời đúng; **B** là phương án trả lời sai vì $\cos A = -\cos(B + C)$; còn các phương án **C** và **D** cũng không đúng vì góc A không biết là nhọn, vuông hay tù.

3.14. a) $M = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 30^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1.$

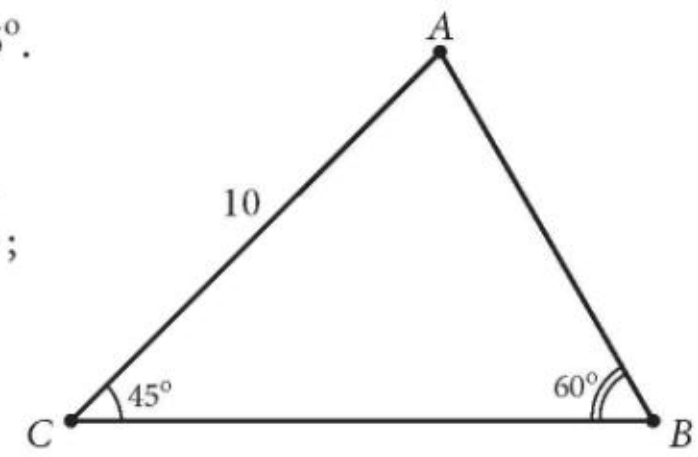
b) $N = \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \dfrac{1}{2} \cdot \cos 45^\circ \cdot \sin 45^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4} = 1.$

c) $P = 1 + \tan^2 60^\circ = 1 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4.$

d) *Cách 1.* $Q = \dfrac{1}{\sin^2 120^\circ} - \cot^2 120^\circ = (1 + \cot^2 120^\circ) - \cot^2 120^\circ = 1.$

Cách 2. $Q = \dfrac{1}{\sin^2 120^\circ} - \cot^2 120^\circ = \dfrac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{3} - \dfrac{1}{3} = 1.$

3.15. Do $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ nên $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 75^\circ$.



Theo định lí sin, ta được:

$a = \dfrac{b}{\sin B} \cdot \sin A = \dfrac{10}{\sin 60^\circ} \cdot \sin 75^\circ = \dfrac{5\sqrt{6} + 15\sqrt{2}}{3};$

$c = \dfrac{b}{\sin B} \cdot \sin C = \dfrac{10}{\sin 60^\circ} \cdot \sin 45^\circ = \dfrac{10\sqrt{6}}{3};$

$R = \dfrac{b}{2\sin B} = \dfrac{10}{2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}.$

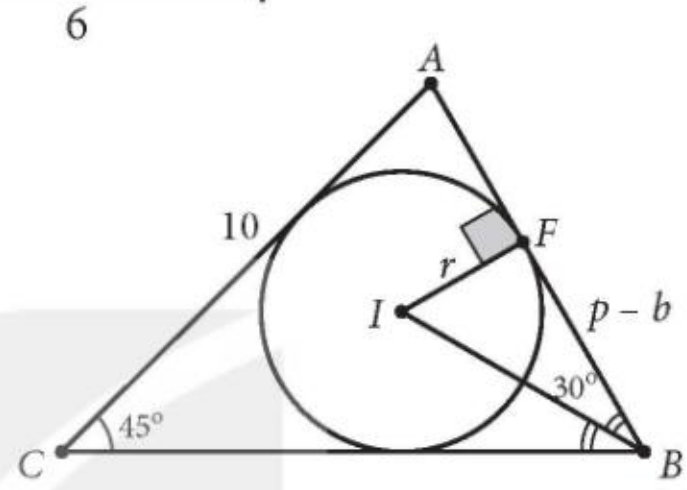
Suy ra $S = \dfrac{abc}{4R} = \dfrac{\dfrac{5\sqrt{6}+15\sqrt{2}}{3}\cdot 10\cdot\dfrac{10\sqrt{6}}{3}}{4\cdot\dfrac{10\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{25(\sqrt{3}+3)}{3}$.

Từ đó, vì $a+b+c = \dfrac{5\sqrt{6}+15\sqrt{2}}{3}+10+\dfrac{10\sqrt{6}}{3} = 5\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}+2\right)$ nên

$$r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{\dfrac{50(\sqrt{3}+3)}{3}}{5(\sqrt{2}+\sqrt{6}+2)} = \frac{5\sqrt{6}(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{6}.$$

Chú ý. Cũng có thể tính r như sau:

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác và F là tiếp điểm của đường tròn nội tiếp với cạnh AB. Khi đó BI là phân giác của $\widehat{ABC}$ và $BF = p-b = \dfrac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2}$.



Suy ra $r = IF = BF\cdot\tan\widehat{IBF} = \dfrac{5\sqrt{2}(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{6}(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{6}$.

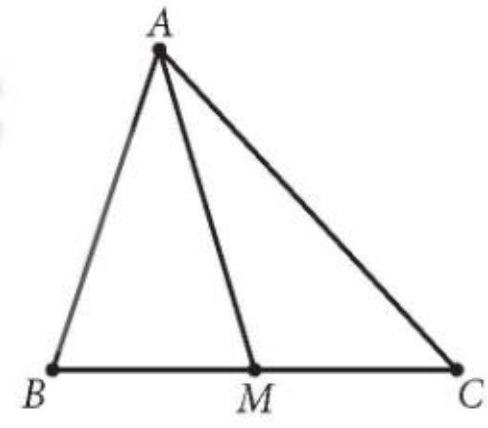
3.16. a) *HD.* Hai góc $\widehat{AMB}$ và $\widehat{AMC}$ bù nhau.

b) *HD.* Áp dụng định lí côsin cho tam giác AMB và tam giác AMC.

c) Từ kết quả câu b suy ra:

$$(MA^2+MB^2-AB^2)+(MA^2+MC^2-AC^2)$$
$$= 2MA\cdot MB\cdot\cos\widehat{AMB}+2MA\cdot MC\cdot\cos\widehat{AMC}.$$

Từ đó, do $MB = MC = \dfrac{BC}{2}$ và theo kết quả câu a, ta được:

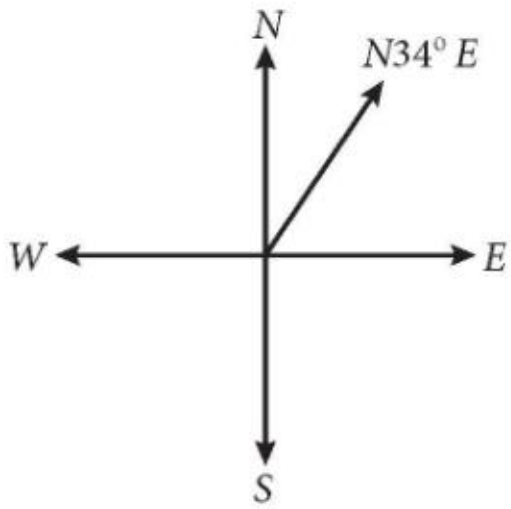


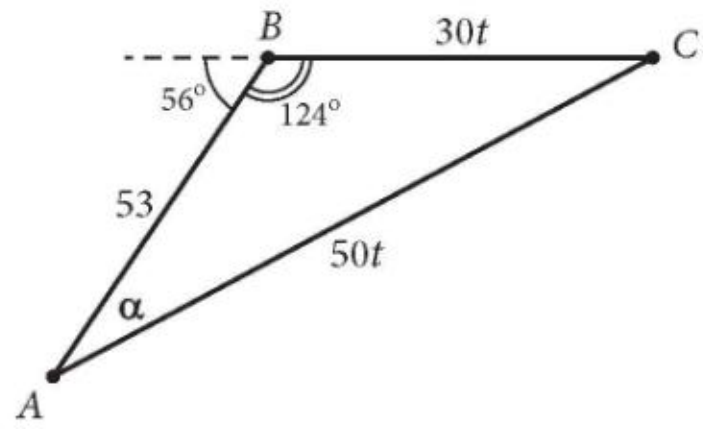
$$2MA^2+\frac{BC^2}{2}-(AB^2+AC^2) = 2MA\cdot MB\left(\cos\widehat{AMB}+\cos\widehat{AMC}\right) = 0.$$

Từ đó suy ra $MA^2 = \dfrac{2(AB^2+AC^2)-BC^2}{4}$.

3.17. *HD.* Vì $0^\circ < \hat{A} < 180^\circ$ nên góc A nhọn khi và chỉ khi $\cos A > 0$, góc A vuông khi và chỉ khi $\cos A = 0$, và góc A tù khi và chỉ khi $\cos A < 0$.

3.18. a) Giả sử sau t giờ, tàu A gặp tàu B ở điểm C. Khi đó $BC = 30t$, $AC = 50t$. Do tàu B ở vị trí cách tàu A về hướng $N34^\circ E$ và tàu B chạy về hướng đông nên $\widehat{ABC} = 124^\circ$. Đặt $\widehat{CAB} = \alpha$. Khi đó, tàu A chạy từ A, theo hướng $N(34+\alpha)^\circ E$.





Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC, ta được $\sin\alpha = \dfrac{30t}{50t} \cdot \sin 124^\circ \approx 0{,}5$. Suy ra $\alpha \approx 30^\circ$. Do đó, tàu A cần chạy theo hướng $N64^\circ E$ để gặp tàu B.

b) Do tổng ba góc của tam giác ABC bằng 180°, nên suy ra

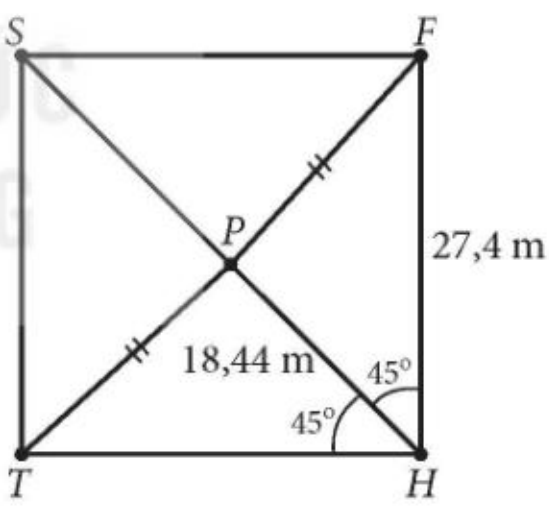
$$\widehat{BCA} = 180^\circ - 124^\circ - 30^\circ = 26^\circ.$$

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC, ta được:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{53}{\sin 26^\circ} = \frac{50t}{\sin 124^\circ} \Rightarrow t = \frac{53 \cdot \sin 124^\circ}{50 \cdot \sin 26^\circ} \approx 2 \text{ (giờ).}$$

Vậy sau 2 giờ chạy theo hướng $N64^\circ E$ thì tàu A gặp tàu B.

3.19. Gọi H, F, S, T theo thứ tự là vị trí gôn Nhà, gôn 1, gôn 2, gôn 3 và gọi P là vị trí đứng ném bóng (hình vẽ). Từ giả thiết suy ra $HF = 27{,}4$ (m), $HP = 18{,}44$ (m) và $\widehat{FHP} = 45^\circ$.



Áp dụng định lí côsin cho tam giác FHP, ta được:

$$\begin{aligned} PF^2 &= HP^2 + HF^2 - 2 \cdot HP \cdot HF \cdot \cos\widehat{FHP} \\ &= 18{,}44^2 + 27{,}4^2 - 2 \cdot 18{,}44 \cdot 27{,}4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &\approx 376{,}2537 \end{aligned}$$

Suy ra $PF \approx 19{,}3973$ (m).

Do đó khoảng cách từ vị trí đứng ném bóng đến gôn 1 xấp xỉ bằng 19,4 (m).

Hoàn toàn tương tự, khoảng cách từ vị trí đứng ném bóng đến gôn 3 xấp xỉ bằng 19,4 (m).

Chú ý. Cũng có thể nhờ vào tính đối xứng của hình vuông để chỉ ra $PT = PF$. Do đó, chỉ cần áp dụng định lí côsin cho tam giác FHP để tính PF là đủ.

CHƯƠNG IV. VECTƠ

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

Được ra đời vào hai thập niên đầu của thế kỉ XIX, với sự biểu diễn hình học của số phức, ngày nay, vectơ được dùng trong nhiều lĩnh vực của Toán học, Vật lí, Hoá học, ...

Trong chương trình lớp 10, HS có thể nhận thấy ứng dụng của vectơ trong:

– Biểu thị và tính toán các đại lượng lực, vận tốc trong Vật lí;

– Biểu thị một số đối tượng và mối quan hệ hình học và nhiều bài toán hình học;

– Thiết lập phương trình đường thẳng.

2 Cấu tạo chương

Chương gồm 5 bài và một tiết ôn tập, được thực hiện trong 13 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 7. Các khái niệm mở đầu	2 tiết
Bài 8. Tổng và hiệu của hai vectơ	2 tiết
Bài 9. Tích của một vectơ với một số	2 tiết
Bài 10. Vectơ trong mặt phẳng toạ độ	3 tiết
Bài 11. Tích vô hướng của hai vectơ	3 tiết
Bài tập cuối chương IV	1 tiết

3 Một số điểm cần lưu ý

– Trong chương này cần nhấn mạnh để HS nhận ra toán học cung cấp ngôn ngữ và công cụ cho nhiều ngành khoa học.

– Khác với SGK cũ, SGK Toán 10 đặt chương về vectơ sau chương về hệ thức lượng trong tam giác. Điều này giúp việc trình bày tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng trong tích vô hướng được thuận tiện hơn.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 7. CÁC KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được khái niệm vectơ, hai vectơ cùng phương, hai vectơ cùng hướng, hai vectơ bằng nhau, vectơ-không.
- Biết biểu thị các đại lượng như lực, vận tốc bằng vectơ.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (thước kẻ, ê-ke).
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (xuyên suốt bài học: thiết lập đối tượng toán học để biểu diễn đại lượng gồm hai thành phần là độ lớn và hướng, từ đó, giải quyết các vấn đề liên quan tới các đại lượng đó, chẳng hạn như ở Ví dụ 4, Vận dụng).
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Đây là bài học xây dựng khái niệm toán học. Trước hết cần cho HS nhận ra sự xuất hiện của các đại lượng gồm hai thành phần là hướng và độ lớn, từ đó xây dựng đối tượng toán học để biểu diễn các đại lượng đó. Bài học cũng đưa ra các ví dụ bước đầu cho thấy ý nghĩa của việc sử dụng vectơ để biểu diễn lực, vận tốc.
- Bài học có nhiều khái niệm, cần chú ý tới việc cho HS có trải nghiệm, ý tưởng, liên tưởng về các khái niệm đó trước khi đưa ra định nghĩa.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Bài học có thời lượng 2 tiết, có thể phân bổ thời lượng như sau:

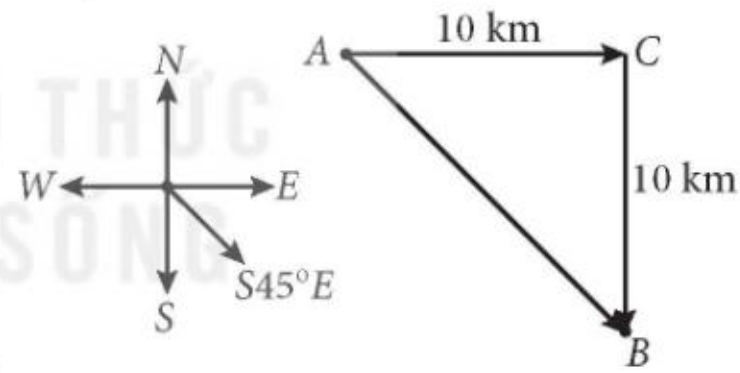
KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Tiết 1: Các khái niệm mở đầu về vectơ (Kết thúc ở Luyện tập 2).

Tiết 2: Dùng vectơ để biểu thị một số mối quan hệ hình học, đại lượng Vật lí (Bắt đầu từ Ví dụ 3).

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Các khái niệm mở đầu về vectơ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu bài học và mở đầu chương	Trong khi mở đầu chương đề cập tới một ví dụ dễ hình dung, tình huống mở đầu bài học đưa ra một ví dụ gần gũi trong cuộc sống về đại lượng vectơ và đặt nó trong sự đối sánh với đại lượng vô hướng.	GV nêu ví dụ và đặt vấn đề cho HS như trong SGK.
1. KHÁI NIỆM VECTƠ		
HĐ1	Tương tự ví dụ mở đầu chương, hoạt động này đề cập tới một tình huống mà HS dễ hình dung, hơn nữa, có thể tham gia tính toán, quan sát, để liên tưởng tới đoạn thẳng nối từ đảo A đến đảo B.	GV nhấn mạnh đến hình ảnh đoạn, đường (thẳng) từ đảo A đến đảo B. *Gợi ý.*  Gọi điểm mà tàu rẽ là C, khi đó $AC = CB = 10$ (km). Suy ra tam giác ACB vuông cân tại C. Từ đó $\widehat{CAB} = \widehat{CBA} = 45^\circ$ và $AB = AC\sqrt{2} \approx 14{,}14$ (km). Vậy khi tàu chạy thẳng từ A tới B (không đổi hướng), thì tàu phải đi theo hướng $S45^\circ E$ và phải đi 14,14 km.

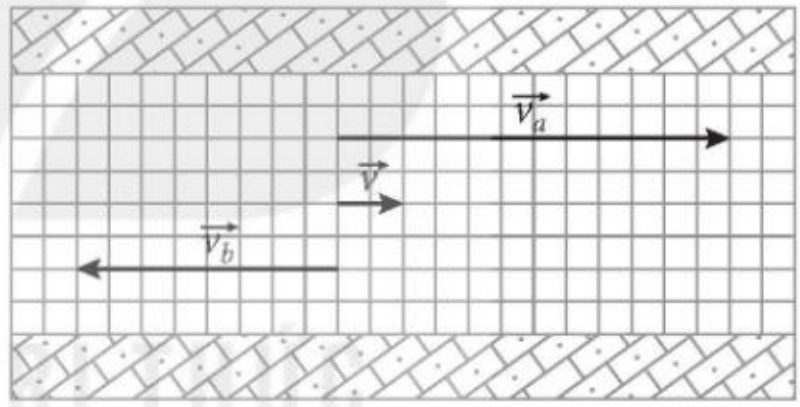
Khung kiến thức	Cung cấp định nghĩa vectơ, độ dài của vectơ.	GV cho HS đọc khung kiến thức. GV trình bày và giải thích cho HS.
Chú ý	Cung cấp cách viết, cách đọc, kí hiệu vectơ, độ dài vectơ.	GV nhấn mạnh cho HS: Khi viết và đọc vectơ: điểm đầu đọc, viết trước, điểm cuối đọc, viết sau.
Ví dụ 1	Đưa ra một ví dụ cơ bản để HS nhận biết về độ dài của vectơ.	GV giảng cho HS, định hướng, dẫn dắt để HS tìm ra lời giải.
Luyện tập 1	HS nhận biết độ dài của một vectơ.	GV tổ chức cho HS luyện tập. Lưu ý giải thích rõ: theo định nghĩa, hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$ là phân biệt.
2. HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG , CÙNG HƯỚNG, BẰNG NHAU		
HĐ2	Đưa ra một ví dụ gần gũi trong cuộc sống về cùng phương, cùng hướng (chiều), ngược hướng.	GV tổ chức cho HS thực hiện HĐ. Sau khi HS thực hiện HĐ, GV có thể nhấn mạnh thêm: Chỉ khi hai xe di chuyển trên hai làn đường song song ta mới xét tới sự cùng hướng hay ngược hướng của chúng.
Khung kiến thức và ví dụ	Cung cấp định nghĩa giá của vectơ, hai vectơ cùng phương.	GV cho HS đọc khung kiến thức. GV trình bày và giải thích cho HS. GV nêu ví dụ cho HS.
HĐ3	Đưa ra các ví dụ (hình ảnh) về hai vectơ cùng hướng và hai vectơ ngược hướng.	GV tổ chức cho HS thực hiện: Từ các cặp $\vec{a}, \vec{x}$ và $\vec{a}, \overrightarrow{AB}$, HS quan sát, khái quát để chỉ ra các cặp khác.
Khung kiến thức	Để giảm tải, ta không đưa ra định nghĩa về hai vectơ cùng hướng, ngược hướng, mà để HS quan sát những ví dụ cụ thể để cùng với các chú ý có thể nhận biết được các trường hợp cụ thể khác. Hai vectơ bằng nhau được định nghĩa	Cho HS đọc khung kiến thức. GV nhấn mạnh cho HS, chỉ khi hai vectơ cùng phương thì ta mới xét tới chúng cùng hướng hay ngược hướng. GV có thể bình luận thêm với HS: Định nghĩa hai vectơ bằng nhau là phù hợp với mục đích ban đầu của chúng ta: xây dựng vectơ để biểu diễn

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

	dựa trên sự cùng hướng và cùng độ dài của chúng.	các đại lượng gồm hai thành phần là độ lớn và hướng.
Chú ý	Khẳng định các vectơ-không bằng nhau và dùng chung một kí hiệu.	GV nhấn mạnh cho HS.
Ví dụ 2	Cung cấp cho HS ví dụ về cách nhận biết các cặp vectơ bằng nhau (nhấn mạnh từng thuộc tính: phương, hướng, độ dài).	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Luyện tập 2	Giúp HS thực hành nhận biết cặp vectơ cùng phương, cùng hướng, cùng độ dài và kiểm tra sự bằng nhau giữa hai vectơ.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể nêu câu hỏi sau để HS nắm vững bài hơn: "Trong bài làm, em sử dụng giả thiết $AB < CD$ ở đâu?"
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2. Dùng vectơ để biểu thị một số mối quan hệ hình học, đại lượng Vật lí

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 3	Thể hiện điều kiện thẳng hàng của ba điểm theo ngôn ngữ vectơ.	GV trình bày, giảng giải cho HS. Từ đó, rút ra Nhận xét về điều kiện thẳng hàng của ba điểm.
Luyện tập 3	Thể hiện điều kiện điểm nằm giữa hai điểm theo ngôn ngữ vectơ.	GV tổ chức, hướng dẫn để HS thực hiện. Chỉ cần yêu cầu HS chọn được đáp án, không yêu cầu giải thích. GV có thể hỗ trợ HS bằng cách vẽ lên bảng ba trường hợp thể hiện vị trí tương đối giữa ba điểm thẳng hàng A, B, C để HS quan sát.
Chú ý	Đưa ra nguyên tắc biểu diễn các đại lượng lực, vận tốc, gia tốc bằng vectơ.	GV cho HS đọc. GV có thể diễn giải thêm cho HS (nhấn mạnh và giải thích thế nào là độ dài của vectơ được lấy tỉ lệ với độ lớn của đại lượng).

Ví dụ 4	Đưa ra ví dụ về việc dùng vectơ để biểu diễn lực tác động lên vật.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Vận dụng	Để HS sử dụng vectơ biểu diễn vận tốc.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể gợi ý HS: – Tính độ lớn các vectơ $\overrightarrow{v_a}$, $\overrightarrow{v_b}$; – Tìm mối quan hệ về hướng giữa mỗi vectơ đó với $\vec{v}$; – Tính tỉ số giữa độ lớn của mỗi vectơ đó với độ lớn của vectơ $\vec{v}$. Chú ý: Ở đây chưa nói tới phép cộng vectơ. *Gợi ý.* a) Độ lớn của vectơ vận tốc $\vec{v}$, $\overrightarrow{v_a}$, $\overrightarrow{v_b}$ tương ứng là 3, 18, 12 (km/h). Do đó tỉ lệ độ dài giữa chúng là $\lvert\vec{v}\rvert : \lvert\overrightarrow{v_a}\rvert : \lvert\overrightarrow{v_b}\rvert = 1:6:4$.  b) Do ca nô A chạy xuôi dòng nước nên các vectơ vận tốc $\vec{v}$ và $\overrightarrow{v_a}$ cùng phương và cùng hướng; do ca nô B chạy ngược dòng nước, nên các vectơ vận tốc $\vec{v}$ và $\overrightarrow{v_b}$ cùng phương và ngược hướng. Vậy trong các vectơ $\vec{v}, \overrightarrow{v_a}, \overrightarrow{v_b}$ có các cặp vectơ cùng phương là: $\vec{v}$ và $\overrightarrow{v_a}$, $\overrightarrow{v_a}$ và $\overrightarrow{v_b}$, $\overrightarrow{v_b}$ và $\vec{v}$; có các cặp vectơ ngược hướng là: $\overrightarrow{v_a}$ và $\overrightarrow{v_b}$, $\overrightarrow{v_b}$ và $\vec{v}$.
Kiểm tra kết quả làm bài tập của HS	HS luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	Kiểm tra kết quả làm bài của HS và đưa ra nhận xét, lưu ý, chỉ dẫn phù hợp.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

3. Phân loại bài tập

– Nhận biết hai vectơ cùng phương, hướng, bằng nhau: Các Bài tập 4.1, 4.2.

– Thể hiện mối quan hệ hình học bởi ngôn ngữ vectơ: Bài tập 4.3.

– Nhận biết khái niệm vectơ: Bài tập 4.4.

– Vận dụng vectơ: Bài tập 4.5.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

4.1. – Do vectơ $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ nên khẳng định a đúng.

– Nếu $\vec{b}$ không cùng hướng với $\vec{a}$ thì $\vec{b}$ và $\vec{a}$ có thể cùng phương hoặc không cùng phương, bởi vậy chưa thể kết luận $\vec{b}$ ngược hướng với $\vec{a}$. Do đó khẳng định b không đúng.

– Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều cùng phương với $\vec{c}$ thì giá của $\vec{a}$ và giá của $\vec{b}$ hoặc song song hoặc trùng với giá của $\vec{c}$. Do đó giá của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ song song hoặc trùng nhau, suy ra $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương. Vậy khẳng định c đúng.

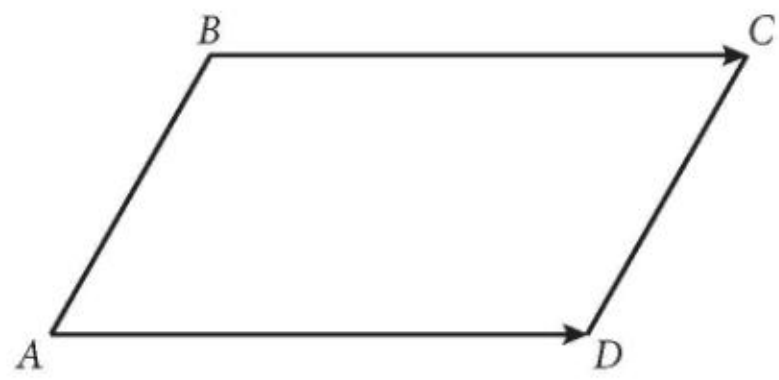
– Nếu $\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{c}$ thì giá của $\vec{a}$ và $\vec{c}$ song song hoặc trùng nhau, hướng từ gốc đến ngọn của $\vec{a}$ trùng với hướng từ gốc đến ngọn của $\vec{c}$; $\vec{b}$ cùng hướng với $\vec{c}$ suy ra giá của $\vec{b}$ và $\vec{c}$ song song hoặc trùng nhau, hướng từ gốc đến ngọn của $\vec{b}$ trùng với hướng từ gốc đến ngọn của $\vec{c}$. Từ đó suy ra giá của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ song song hoặc trùng nhau, hướng từ gốc đến ngọn của $\vec{a}$ trùng với hướng từ gốc đến ngọn của $\vec{b}$. Do đó khẳng định d đúng.

4.2. – Các cặp vectơ cùng phương: $\vec{a}$ và $\vec{b}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$, $\vec{c}$ và $\vec{a}$.

– Các cặp vectơ ngược hướng: $\vec{a}$ và $\vec{b}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$.

– Cặp vectơ bằng nhau: $\vec{a}$ và $\vec{c}$.

4.3. Giả sử tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành. Khi đó $BC // AD$ và $BC = AD$. Suy ra hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AD}$ có cùng độ dài và cùng hướng. Do đó $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.



Ngược lại, giả sử tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Khi đó $BC = AD$ (1)

và hai đường thẳng BC, AD song song hoặc trùng nhau. Nếu hai đường thẳng BC, AD trùng nhau thì bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trên một đường thẳng, điều này không

xảy ra vì $ABCD$ là một hình tứ giác. Vậy $BC // AD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành.

4.4. $S = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{CO}, \overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DB}\}$.

Các nhóm gồm các vectơ bằng nhau:

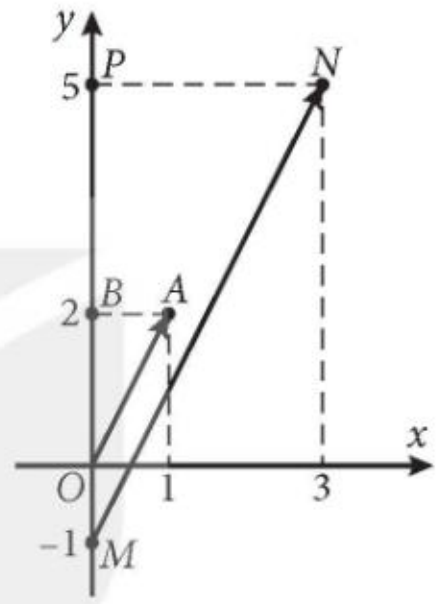
$\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}\}, \{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}\}, \{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}\}, \{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DA}\}, \{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}\}, \{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{CO}\}, \{\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OD}\}, \{\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{DO}\}$.

4.5. a) Dựng các điểm $B(0; 2)$ và $P(0; 5)$. Khi đó $OB = 2$, $BA = 1$; $MP = 6$, $PN = 3$.

Suy ra hai tam giác OAB và MNP là các tam giác vuông đồng dạng. Do đó $\widehat{BOA} = \widehat{PMN}$.

Suy ra $OA // MN$ và $\frac{MN}{OA} = \frac{PN}{BA} = \frac{MP}{OB} = 3$.

Như vậy, vectơ $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OA}$ và có độ dài gấp ba lần độ dài của vectơ $\overrightarrow{BA}$.



b) Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OA}$ nên vật đó sẽ đi qua N. Hơn nữa, sau mỗi giờ vật đó đi được quãng đường bằng $|\overrightarrow{OA}|$ và $|\overrightarrow{MN}| = 3|\overrightarrow{OA}|$ nên sau 3 giờ vật đó sẽ tới N.

Bài 8. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện được các phép toán cộng, trừ vectơ.
- Mô tả được trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác bằng vectơ.
- Vận dụng vectơ trong giải các bài toán tổng hợp, phân tích lực, tổng hợp vận tốc.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (thước kẻ, ê-ke, máy tính cầm tay).
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (đặc biệt trong Ví dụ 4, Vận dụng, Bài tập 4.10).

– Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập), phẩm chất yêu nước (qua vận dụng, HS có thêm cơ hội tìm hiểu để thấy cha ông ta vất vả hi sinh chống giặc giữ nước).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– Đây là bài học xây dựng khái niệm toán học. Trong bài học trước, HS đã biết dùng vectơ để biểu diễn các đại lượng như lực, bài học này cần nhấn mạnh tới việc xây dựng các phép toán vectơ tương thích với phép hợp lực, phân tích lực, tổng hợp vận tốc.

– Trong bài học này, HS có cơ hội củng cố thêm kiến thức và kĩ năng về hệ thức lượng trong tam giác.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Bài học có thời lượng 2 tiết, có thể phân bổ thời lượng như sau:

Tiết 1: Tổng, hiệu của hai vectơ và sự biểu thị trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm tam giác bằng vectơ (Kết thúc ở Ví dụ 3).

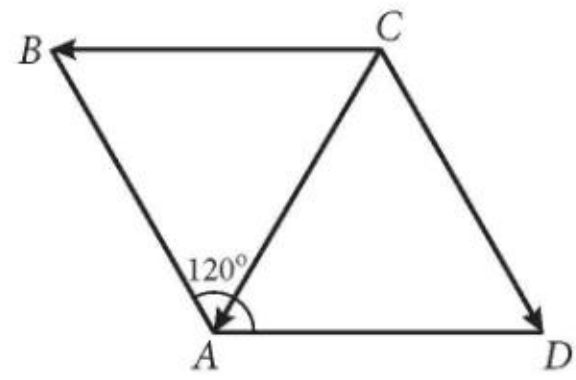
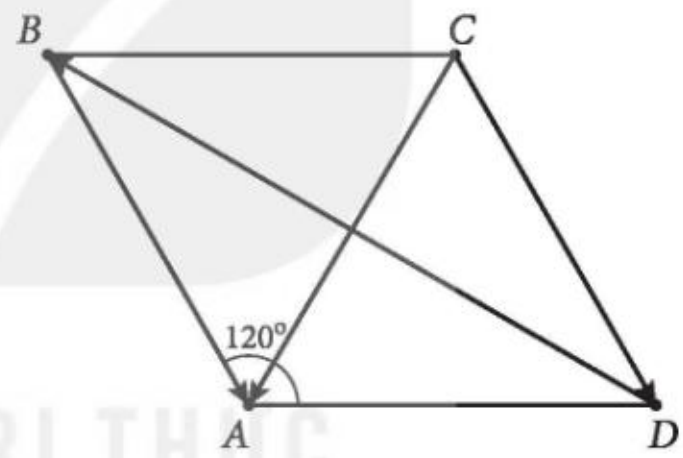
Tiết 2: Vận dụng phép toán vectơ để biểu diễn hợp lực và tổng hợp vận tốc (Bắt đầu từ Luyện tập 3).

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Tổng, hiệu của hai vectơ và sự biểu thị trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác bằng vectơ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu bài học	Thông qua tình huống cụ thể, tạo động lực thiết lập các phép toán trên vectơ tương thích với các phép hợp lực, tổng hợp vận tốc.	GV nêu ví dụ và đặt vấn đề cho HS như trong SGK.
1. TỔNG CỦA HAI VECTƠ		
HĐ1	Cho thấy định nghĩa phép cộng theo quy tắc ba điểm không phụ	GV tổ chức để HS thực hiện, chỉ yêu cầu HS trả lời kết quả bằng quan sát hình vẽ mà không cần giải thích.

	thuộc vào việc lấy vectơ đại diện trong lớp các vectơ bằng nhau.	GV có thể lưu ý HS vẽ chính xác (song song, độ dài bằng nhau, hướng giống nhau).
Khung kiến thức	Định nghĩa phép cộng hai vectơ	Cho HS đọc khung kiến thức. GV trình bày và giảng cho HS.
HĐ2	Vừa để củng cố định nghĩa, vừa chuẩn bị cho quy tắc hình bình hành.	GV tổ chức để HS thực hiện và kết luận.
Khung kiến thức	Cung cấp các quy tắc để thực hiện phép cộng: quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.	Cho HS đọc khung kiến thức. GV có thể nhấn mạnh: Để thực hiện phép cộng hai vectơ, ta có thể thay hai vectơ đó bởi các vectơ tương ứng bằng chúng sao cho hoặc hai vectơ mới có chung gốc (quy tắc hình bình hành) hoặc điểm cuối của một vectơ trùng với điểm đầu của vectơ còn lại.
HĐ3	Hình thành tính chất của phép cộng vectơ.	GV tổ chức cho HS thực hiện HĐ, hình thành nên kiến thức.
Ví dụ 1	Giúp HS thực hành phép cộng vectơ.	GV trình bày và giảng giải cho HS. GV có thể lưu ý cho HS là có nhiều cách thay thế các vectơ để có thể sử dụng được hai quy tắc cộng.
Luyện tập 1	Giúp HS luyện tập thực hành việc sử dụng các quy tắc cộng.	GV tổ chức cho HS thực hiện. GV có thể gợi ý (hoặc sau đó nhấn mạnh): Có nhiều cách thay thế các vectơ để thực hiện phép cộng. Chẳng hạn, thay vectơ $\overrightarrow{MN}$ bởi một vectơ có điểm đầu là P (để dùng quy tắc ba điểm) hoặc bởi một vectơ có điểm đầu là O (để dùng quy tắc hình bình hành). *Gợi ý.* Do $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD} = 120^\circ$ nên các tam giác ABC, ADC là các tam giác đều. Do đó $CA = CB = CD = 1$. (1) + Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ (Hình 1): Theo quy tắc hình bình hành, ta có $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

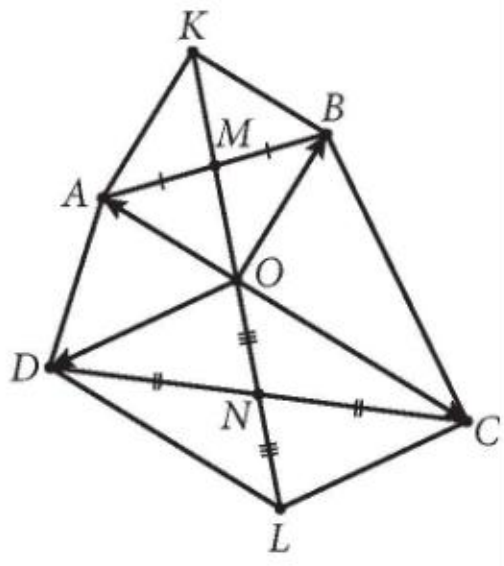
		Từ đó và (1) suy ra $\left\|\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right\|=\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=1$.  Hình 1 + Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}$ (Hình 2): Do tính giao hoán và tính kết hợp của phép cộng vectơ, nên $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BA}$ $=\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}\right)+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CA}$. Từ đó và (1) suy ra $\left\|\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}\right\|=\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=1$.  Hình 2
2. HIỆU CỦA HAI VECTƠ		
HĐ4	Đưa ra tình huống để HS nảy sinh nhu cầu dẫn đến vectơ đối.	GV nêu câu hỏi để HS trả lời.
Khung kiến thức	Đưa ra định nghĩa vectơ đối.	HS đọc khung kiến thức. GV giảng cho HS.
Chú ý	Nêu chú ý về tổng của hai vectơ đối nhau.	GV giảng cho HS.
Khung kiến thức, chú ý và ví dụ đi kèm	Định nghĩa hiệu hai vectơ, quy tắc hiệu hai vectơ.	GV cho HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải cho HS.

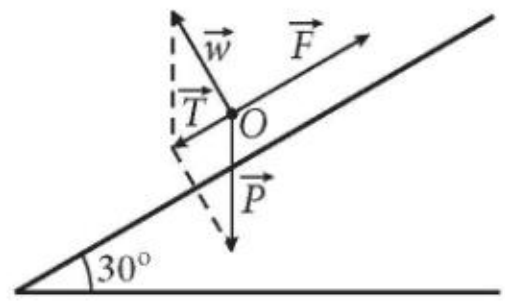
KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Ví dụ 2	HS sử dụng kiến thức về vectơ đối.	GV cho HS thực hiện, sau đó GV trình bày, giảng giải cho HS.
Ví dụ 3	HS sử dụng quy tắc cộng, vectơ đối để biểu thị trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm tam giác theo vectơ. Hình thành cho học sinh một dấu hiệu nhận biết trung điểm đoạn thẳng, trọng tâm tam giác.	GV cho HS thực hiện, sau đó GV trình bày, giảng giải cho HS.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2. Vận dụng phép toán vectơ để biểu diễn hợp lực và tổng hợp vận tốc

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Luyện tập 2	HS luyện tập và củng cố về quy tắc cộng.	GV tổ chức, hướng dẫn để HS thực hiện. GV có thể gợi ý HS vẽ các hình bình hành để có thể thực hiện phép cộng $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ và $\overrightarrow{OD}$ (để ý rằng chúng có chung gốc). *Gợi ý.* Lấy K và L lần lượt đối xứng với O qua M và N. Khi đó các tứ giác $AOBK$, $CODL$ là các hình bình hành. Hơn nữa, do O là trung điểm của MN nên $OK = 2OM = 2ON = OL$, do đó O cũng là trung điểm của KL. Suy ra $\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OL} = \vec{0}$.



		Từ đó suy ra $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})+(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})$ $=\overrightarrow{OK}+\overrightarrow{OL}=\vec{0}.$
Chú ý	Khẳng định sự tương thích giữa phép cộng vectơ và phép hợp lực, tổng hợp vận tốc.	HS đọc hiểu. GV giảng giải cho HS.
Ví dụ 4	Vận dụng phép toán cộng vectơ để tổng hợp vận tốc, giải quyết bài toán trong tình huống mở đầu.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Vận dụng	Vận dụng phép cộng vectơ để tính hợp lực.	GV tổ chức, hướng dẫn để HS thực hiện. *Gợi ý.* Lực tổng hợp của trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{w}$ là lực $\vec{T}$ theo phương dốc, hướng từ đỉnh dốc xuống chân dốc, có độ lớn bằng $\lvert\vec{P}\rvert\cdot\sin 30^{\circ}=11\,074\,(N)$. Bởi vậy, để kéo được pháo lên dốc, lực kéo $\vec{F}$ cần phải có độ lớn lớn hơn độ lớn của lực $\vec{T}$. Và do đó $\lvert\vec{F}\rvert>\lvert\vec{T}\rvert=11\,074\,(N)$. Do $\frac{11\,074}{100}=110{,}74$ nên nếu lực kéo của mỗi người bằng 100 N thì cần tối thiểu 111 người để kéo pháo lên dốc. 
Kiểm tra kết quả làm bài tập của HS	HS luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	Kiểm tra kết quả làm bài của HS và đưa ra nhận xét, lưu ý, chỉ dẫn phù hợp.

3. Phân loại bài tập

- Thực hiện các phép toán cộng, trừ vectơ: Các Bài tập 4.6, 4.7, 4.8.
- Vận dụng phép toán vectơ để tính hợp lực và tổng hợp vận tốc: Các Bài tập 4.9, 4.10.

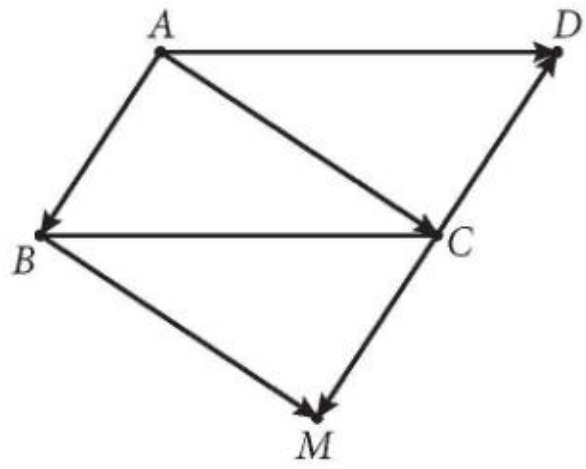
KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

4.6. a) Áp dụng tính chất kết hợp của phép cộng vectơ.

b) Sử dụng quy tắc tìm hiệu của hai vectơ.

4.7. Giả sử tìm được điểm M thoả mãn $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Khi đó, theo quy tắc hình bình hành ta được $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. Từ đó, theo kết quả Bài tập 4.3, tứ giác $ABMC$ là một hình bình hành. Vậy điểm M cần tìm là đỉnh thứ tư của hình bình hành dựng trên hai cạnh AB, AC.



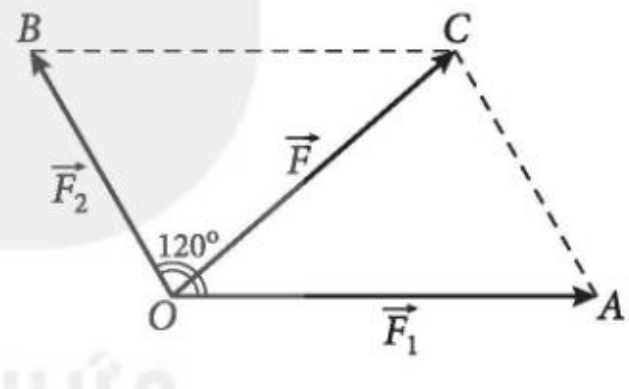
Do tứ giác $ABMC$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$. (1)

Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{CD}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{CM}$ là hai vectơ đối nhau.

4.8. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = a$, $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

4.9. Vectơ $\overrightarrow{OA}$ biểu diễn cho lực $\overrightarrow{F_1}$, vectơ $\overrightarrow{OB}$ biểu diễn cho lực $\overrightarrow{F_2}$ và vectơ $\overrightarrow{OC}$ biểu diễn cho hợp lực $\vec{F}$.



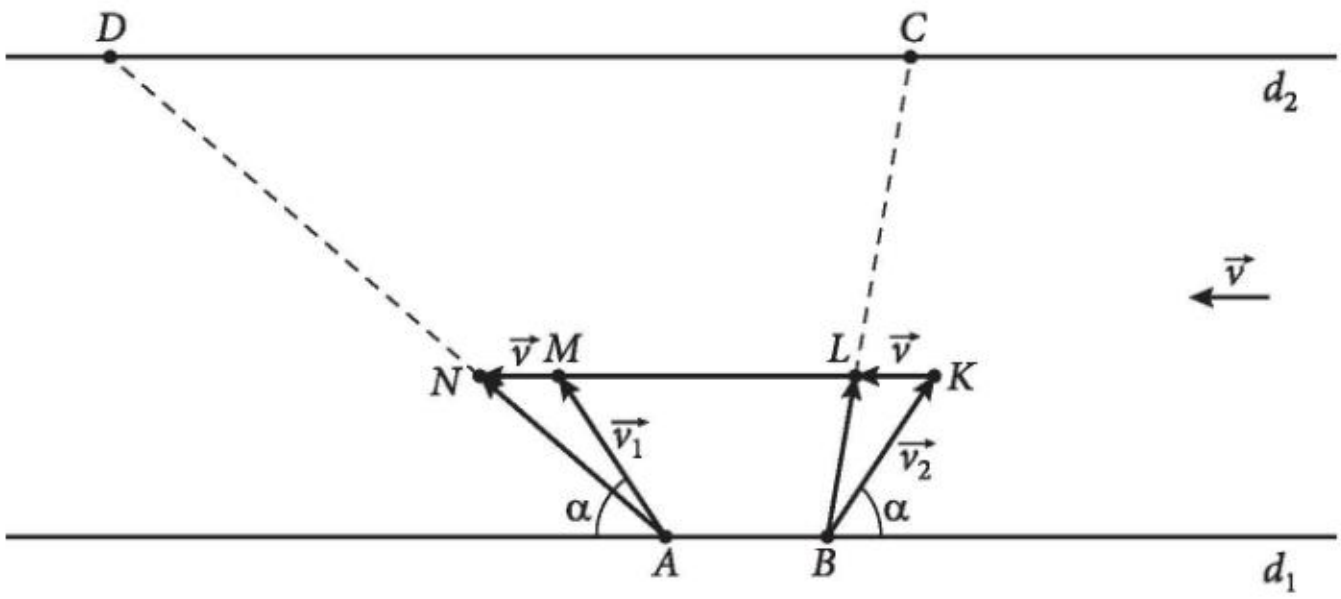
Trong tam giác OAC có

$OA = |\overrightarrow{F_1}| = 3$, $AC = OB = |\overrightarrow{F_2}| = 2$

và $\widehat{OAC} = 180^\circ - \widehat{AOB} = 60^\circ$.

Theo định lí côsin, ta có $|\vec{F}| = OC = \sqrt{AO^2 + AC^2 - 2 \cdot AO \cdot AC \cdot \cos\widehat{OAC}} = \sqrt{7}$ (N).

4.10. Biểu thị hai bờ sông là hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Giả sử tàu thứ nhất xuất phát từ A hướng về hạ lưu và tàu thứ hai xuất phát từ B hướng về thượng nguồn (xem hình vẽ).



Ta sử dụng các vectơ $\vec{v}, \vec{v_1}, \vec{v_2}$ để biểu diễn cho vận tốc của dòng nước, vận tốc riêng của tàu thứ nhất và tàu thứ hai.

Lấy các điểm K, M sao cho $\overrightarrow{BK} = \vec{v_2}, \overrightarrow{AM} = \vec{v_1}$. Từ giả thiết suy ra tứ giác $ABKM$ là một hình thang cân.

Lấy các điểm L, N sao cho $\overrightarrow{KL} = \vec{v} = \overrightarrow{MN}$. Khi đó K, L, M, N cùng nằm trên một đường thẳng song song với d_1, d_2 và các vectơ $\overrightarrow{AN} = \vec{v_1} + \vec{v}, \overrightarrow{BL} = \vec{v_2} + \vec{v}$ tương ứng biểu diễn cho vận tốc thực của tàu thứ nhất và tàu thứ hai.

Khi đó tàu thứ nhất chuyển động theo hướng $\overrightarrow{AN}$ đến đích là điểm D và tàu thứ hai chuyển động theo hướng $\overrightarrow{BL}$ và đến đích là điểm C bên bờ đối diện.

Do các đường thẳng KL, MN, d_1, d_2 đôi một song song, nên theo định lí Thales $\frac{AD}{AN} = \frac{BC}{BL}$. Suy ra hai tàu cần thời gian như nhau để sang được đến bờ bên kia.

Bởi vậy cả hai tàu sang đến bờ bên kia cùng một lúc.

Bài 9. TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện được phép toán tích của một vectơ với một số.
- Biểu thị các mối quan hệ cùng phương, cùng hướng bằng vectơ.
- Phân tích một vectơ theo hai vectơ khác phương cho trước.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (thước kẻ, ê-ke).
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (thể hiện điểm khối tâm bằng phương trình vectơ, quy việc đi tìm điểm khối tâm về việc giải phương trình vectơ).
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

Có thể diễn đạt tích của một vectơ là gấp một vectơ lên một số lần, do đó, ta bắt đầu từ nguyên dương lần một vectơ (cộng nhiều lần vectơ đó lại với nhau), từ đó mới khái quát thành tích với số không âm, và tiếp theo là số âm.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

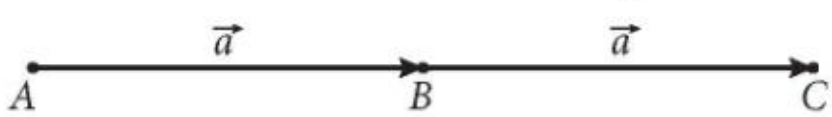
Bài học có thời lượng 2 tiết, có thể phân bổ thời lượng như sau:

Tiết 1: Tích của một vectơ với một số và tính chất (Kết thúc ở khung kiến thức về tính chất).

Tiết 2: Biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương (Bắt đầu từ Ví dụ 2).

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Tích của một vectơ với một số và tính chất

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu bài học	Thông qua tình huống cụ thể, tạo động lực xây dựng kiến thức toán học mới.	GV đặt vấn đề như trong SGK.
1. TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ		
HĐ1	Gấp đôi một vectơ để từ đó khái quát thành gấp k lần một vectơ (với k là một số không âm).	GV tổ chức để HS thực hiện. GV nhắc HS vẽ hình và thể hiện điểm C trên hình vẽ. Chỉ cần yêu cầu HS trả lời đúng mà có thể bỏ qua giải thích. *Gợi ý.* a) Theo quy tắc ba điểm, $\vec{a}+\vec{a}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$ Do đó hai vectơ $\vec{a}+\vec{a}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng nhau.  b) Vì $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ và $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$ nên B là trung điểm của AC. Do đó vectơ $\vec{a}+\vec{a}=\overrightarrow{AC}$ cùng hướng

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		với vectơ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ và độ dài của $\vec{a} + \vec{a}$ gấp đôi độ dài của $\vec{a}$.
Khung kiến thức và câu hỏi	Đưa ra định nghĩa tích của một vectơ với một số.	Cho HS đọc khung kiến thức. GV nêu câu hỏi để HS trả lời. Yêu cầu HS giải thích.
HĐ2	Cho HS quan sát để mở rộng khái niệm đã biết tới khái niệm tích của một vectơ với số âm.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV nêu vấn đề về mối quan hệ giữa $\overrightarrow{ON}$ và $\overrightarrow{OA}$ để đi tới khái niệm mới.
Khung kiến thức và chú ý	Định nghĩa tích của vectơ với một số âm.	HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải cho HS.
Ví dụ	Ví dụ về tích của một vectơ với một số.	GV giảng giải cho HS.
Nhận xét	Kết hợp hai trường hợp $k \geq 0$ và $k < 0$.	GV giảng và chốt kiến thức cho HS. Chú ý vectơ $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ.
	Giúp HS hiểu hơn kiến thức mới học.	GV nêu câu hỏi để HS trả lời (có giải thích).
Ví dụ 1	Áp dụng kiến thức nêu trên để biểu thị quan hệ cùng phương giữa hai vectơ.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Luyện tập 1	Giúp HS rèn luyện, củng cố kiến thức, kĩ năng vừa được học.	GV tổ chức để HS thực hiện. HS chỉ cần chọn đáp án đúng là *a* và *c*. *Gợi ý*. Nếu điều kiện cho phép GV giải thích hoặc yêu cầu HS giải thích đầy đủ như sau: a) Điểm M thuộc đường thẳng AB khi và chỉ khi các vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$ có giá trùng nhau, tức là hai vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương. Theo kết quả của Ví dụ 1, điều này xảy ra khi và chỉ khi tồn tại số t để $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$. Vậy khẳng định a đúng. b) Với một điểm M bất kì, hai vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$ nói chung là không cùng phương. Do đó khẳng định b không đúng.

		c) Với điểm M thuộc tia đối của tia AB thì hai vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương và ngược hướng. Do đó, tồn tại số $t \le 0$ để $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$. Ngược lại, nếu tồn tại số $t \le 0$ để $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ thì hoặc hai vectơ $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ ngược hướng (với $t < 0$) hoặc $M \equiv A$ (với $t = 0$). Vậy khẳng định c đúng.
2. CÁC TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN VECTƠ VỚI MỘT SỐ		
HĐ3	HS củng cố kiến thức, kĩ năng vừa học. Chuẩn bị cho tính chất của phép nhân của một vectơ với một số.	GV tổ chức để HS thực hiện. HS chỉ cần chọn các khẳng định đúng là a, b, c, d. *Gợi ý.* Nếu điều kiện cho phép GV giải thích hoặc yêu cầu HS giải thích đầy đủ như sau: a) Vì $\lvert k(t\vec{u})\rvert = \lvert k\rvert \cdot \lvert t\vec{u}\rvert = \lvert k\rvert \cdot \lvert t\rvert \cdot \lvert\vec{u}\rvert = \lvert kt\rvert \cdot \lvert\vec{u}\rvert$ và $\lvert kt\vec{u}\rvert = \lvert kt\rvert \cdot \lvert\vec{u}\rvert$ nên mệnh đề a đúng. b) Khi $kt \ge 0$ thì $(kt)\vec{u}$ cùng hướng với $\vec{u}$. (1) Nếu $t > 0$ thì $k \ge 0$ và $t\vec{u}$ cùng hướng với $\vec{u}$. Từ đó suy ra $k(t\vec{u})$ cùng hướng với $t\vec{u}$, nên cũng cùng hướng với $\vec{u}$. (2) Nếu $t < 0$ thì $k \le 0$ và $t\vec{u}$ ngược hướng với $\vec{u}$. Từ đó suy ra $k(t\vec{u})$ ngược hướng với $t\vec{u}$, nên cùng hướng với $\vec{u}$. (3) Nếu $t = 0$ thì cả hai vectơ $k(t\vec{u})$ và $(kt)\vec{u}$ đều bằng vectơ $\vec{0}$, do đó cả hai đều cùng hướng với $\vec{u}$. (4) Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra mệnh đề b đúng. c) Bằng lập luận tương tự như ở b, ta thấy mệnh đề c đúng. d) Từ các mệnh đề a, b, c đúng, suy ra mệnh đề d cũng đúng.
HĐ4	HS củng cố kiến thức, kĩ năng vừa học. Chuẩn bị cho tính chất phân phối của phép	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể hướng dẫn HS thực hiện từng phép toán một. *Gợi ý.* Ta có: $3(\vec{u} + \vec{v}) = 3\overrightarrow{OM}$, $3\vec{u} + 3\vec{v} = \overrightarrow{OC}$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

	cộng vectơ với phép nhân với một số.	Do hai vectơ $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OM}$ cùng hướng và $OC = 3OM$ nên $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OM}$. Do đó $3\vec{u} + 3\vec{v} = 3(\vec{u} + \vec{v})$.
Khung kiến thức	Tính chất của phép nhân một vectơ với một số.	HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải cho HS.
Tổng kết, dặn dò	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2. Biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 2	Ví dụ dùng tích của một vectơ với một số. Biểu thị vectơ nối tới trung điểm bởi vectơ nối tới hai đầu mút của một đoạn thẳng.	GV trình bày và giảng giải cho HS. Nhấn mạnh tới việc sử dụng hệ thức vectơ biểu thị trung điểm I của AB đã học ở bài học trước. Nhấn mạnh tới quy tắc cộng đã được học ở bài học trước.
Luyện tập 2	HS luyện tập, củng cố kiến thức, kĩ năng mới học. Biểu thị vectơ nối tới trọng tâm theo vectơ nối tới ba đỉnh của tam giác.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể gợi ý HS nhớ tới hệ thức vectơ biểu thị trọng tâm G của tam giác ABC. GV có thể gợi ý HS phân tích $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GA}$ để xuất hiện $\overrightarrow{GA}$. *Gợi ý.* Phân tích vectơ $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GX}$ và sử dụng kết quả của Ví dụ 2, Bài 8.
Nhận xét	Biểu thị trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác bằng hệ thức vectơ. Khẳng định dấu hiệu nhận biết trung điểm đoạn thẳng, dấu hiệu nhận biết trọng tâm tam giác.	GV giảng giải cho HS. Nhấn mạnh tới điều kiện cần và đủ (HS đã biết trước đây về điều kiện cần và đã sử dụng ở Ví dụ 2, Luyện tập 2). GV có thể yêu cầu HS giải thích vì sao từ Ví dụ 2, Luyện tập 2 lại rút ra kết luận trong Nhận xét.

Luyện tập 3	Thực hành biểu thị một vectơ qua hai vectơ không cùng phương cho trước.	HS quan sát hình vẽ, giải thích việc biểu thị $\vec{u}, \vec{v}$ theo $\vec{a}, \vec{b}$. *Gợi ý.* $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{v} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.
Chú ý	Khẳng định tính duy nhất của việc biểu thị tuyến tính một vectơ theo hai vectơ không cùng phương.	GV giải thích rõ cho HS; HS quan sát hình vẽ trên bảng (có thể sử dụng hình vẽ trong SGK). HS đọc khung kiến thức.
Ví dụ 3	HS củng cố kiến thức đã được học. Điểm M xác định ứng với điểm khối tâm của hệ ba điểm A, B, C với các trọng lượng tương ứng theo tỉ lệ 1 : 3 : 2.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Trở lại điểm khối tâm	Chỉ ra một trong các ứng dụng của kiến thức HS mới được học.	GV giảng giải, đặt vấn đề cho HS.
Kiểm tra kết quả làm bài tập của HS	HS luyện kiến thức, kĩ năng đã học.	Kiểm tra kết quả làm bài của HS và đưa ra nhận xét, lưu ý, chỉ dẫn phù hợp.

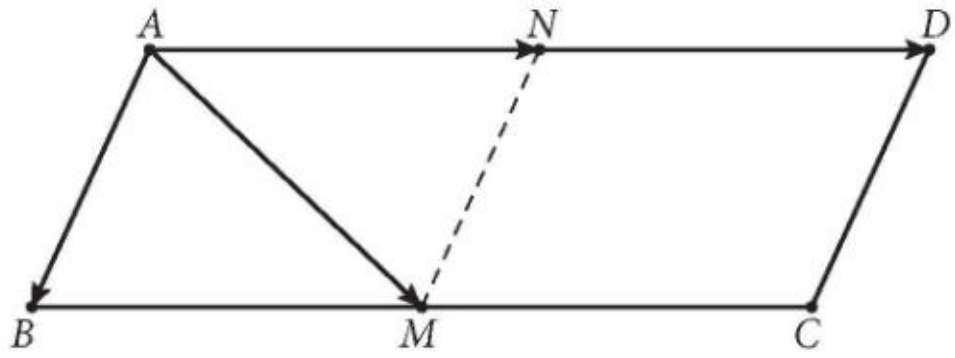
3. Phân loại bài tập

- Thực hiện phối hợp các phép toán cộng vectơ và nhân vectơ với một số: Các Bài tập 4.12, 4.14.
- Sử dụng hệ thức vectơ biểu thị trung điểm của đoạn thẳng: Bài tập 4.12.
- Biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương: Các Bài tập 4.11, 4.13.
- Vận dụng kiến thức về phép cộng và phép nhân vectơ với một số xác định điểm khối tâm: Bài tập 4.14.
- Vận dụng phép cộng vectơ để tính hợp lực: Bài tập 4.15.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

4.11. *Cách 1.* Do $ABCD$ là hình bình hành nên $BC // AD$ và $BC = AD$.

Gọi N là trung điểm của AD. Khi đó $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Hơn nữa $AN // BM$ và $AN = BM$ (cùng bằng một nửa AD). Do đó tứ giác $ABMN$ là một hình bình hành.

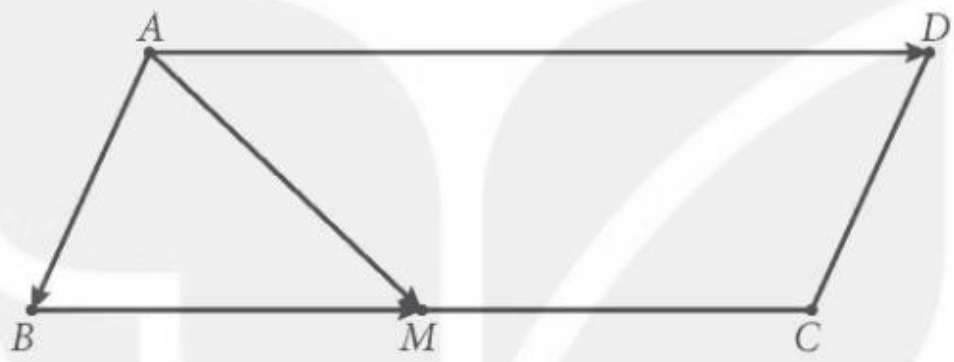


Theo quy tắc hình bình hành, ta được $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

Cách 2. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Do M là trung điểm của BC nên B, M, C thẳng hàng theo thứ tự đó và $BM = \frac{1}{2}BC$.

Suy ra $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.



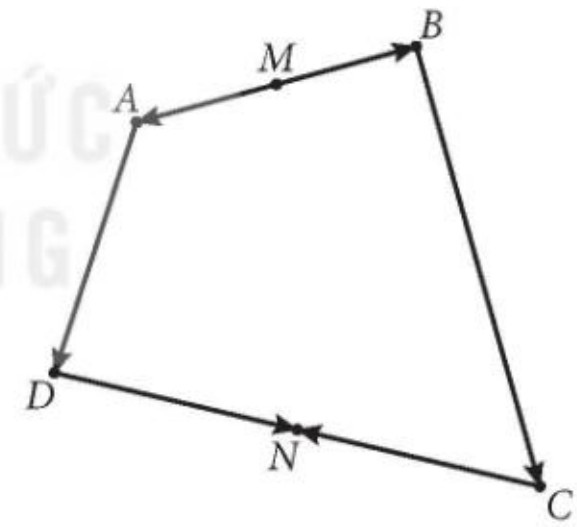
Từ đó, theo quy tắc ba điểm, ta được $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

4.12. • Do M là trung điểm của AB và N là trung điểm của CD, nên theo kết quả của Ví dụ 3, Bài 8 ta được $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ (1)

và $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN} = \vec{0}$. (2)

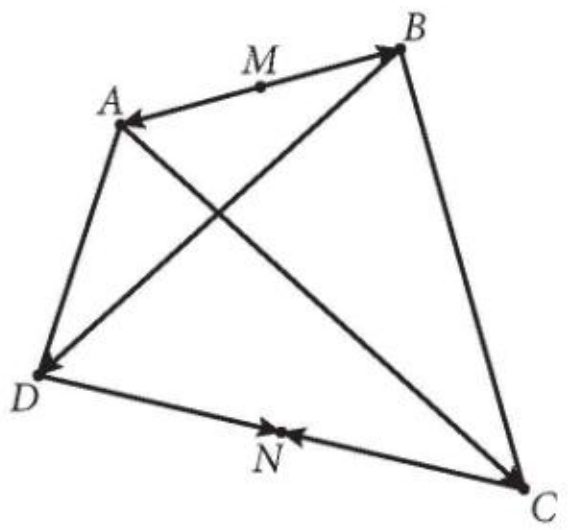
Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$ (3)

và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$. (4)



Cộng vế với vế của (3) và (4) ta được

$$2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}) + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN})$$
$$= (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN})$$
$$= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} \text{ (do (1) và (2)).}$$



• Hoàn toàn tương tự, từ

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$$

thu được $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

4.13. a) Giả sử có điểm K thoả mãn $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{KB}$. Suy ra hai vectơ $\overrightarrow{KA}$ và $\overrightarrow{KB}$ cùng phương, ngược hướng và $KA = 2KB$. Suy ra điểm K thuộc đoạn AB và $KA = 2KB$.



b) Với điểm O bất kì, ta có:

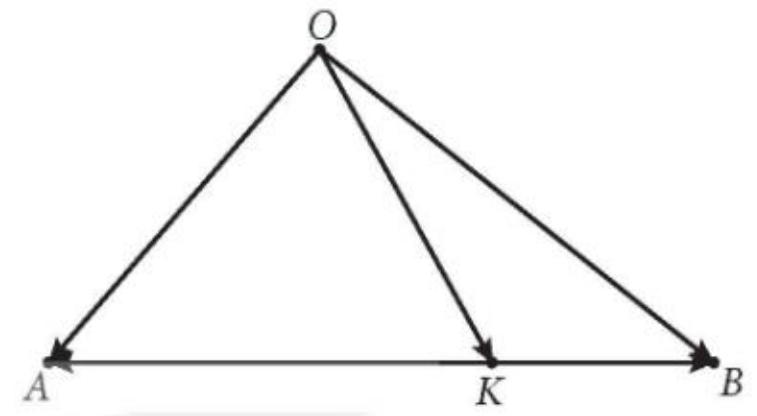
$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KA} \qquad (1)$$

và $$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KB}. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} = (\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KA}) + 2(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KB})$$
$$= 3\overrightarrow{OK} + (\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB}) = 3\overrightarrow{OK}.$$

Từ đó $\overrightarrow{OK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$.



4.14. a) Giả sử có điểm M thoả mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. (1)

Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

Suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC})$.

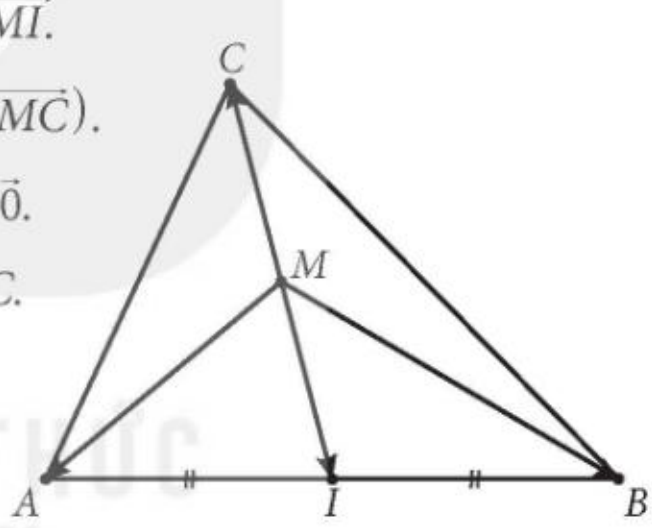
Từ đó đẳng thức (1) tương đương với $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi M là trung điểm của IC.

b) Với điểm O tuỳ ý, ta có:

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}$,
$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MC}$.

Suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OM} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) = 4\overrightarrow{OM}$.



4.15. Ta dùng các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ để biểu diễn cho các lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ tác động vào chất điểm A, vectơ $\overrightarrow{AE}$ biểu diễn cho lực $\vec{F}$ là hợp lực của $\overrightarrow{F_2}$ và $\overrightarrow{F_3}$.

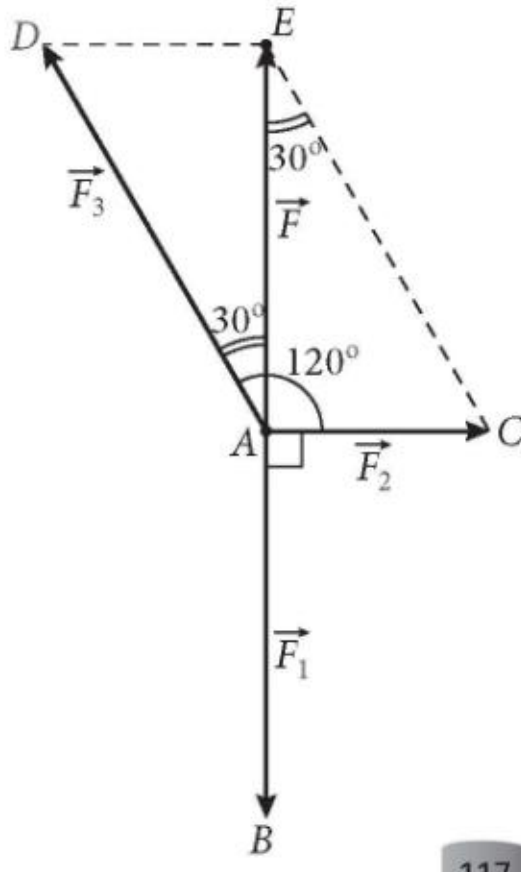
Do chất điểm A ở trạng thái cân bằng nên $\overrightarrow{F_1}$ và $\vec{F}$ là hai lực cân bằng.

Bởi vậy $AE = |\vec{F}| = |\overrightarrow{F_1}| = 20$ (1)

và $AE \perp AC$. (2)

Từ (2) suy ra $\widehat{DAE} = \widehat{DAC} - \widehat{EAC} = 30^\circ$.

Do $ACED$ là hình bình hành nên $\widehat{AEC} = \widehat{DAE} = 30^\circ$.



Do đó $AD = \dfrac{AE}{\cos 30^\circ} = \dfrac{40\sqrt{3}}{3}$ và $AC = AE \cdot \tan 30^\circ = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $\overrightarrow{F_2}$ có độ lớn bằng $\dfrac{20\sqrt{3}}{3}(N)$ và $\overrightarrow{F_3}$ có độ lớn bằng $\dfrac{40\sqrt{3}}{3}(N)$.

Bài 10. VECTƠ TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được toạ độ của vectơ và biết thể hiện các phép toán vectơ theo toạ độ.
- Biết thể hiện các mối quan hệ bằng nhau, cùng phương giữa các vectơ thông qua toạ độ của chúng.
- Vận dụng được kiến thức về vectơ trong các bài toán xác định vị trí của vật trên mặt phẳng toạ độ.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (thước kẻ, ê-ke).
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (chẳng hạn, thể hiện qua bài toán xác định vị trí của tâm bão).
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- HS đã được học về trục, hệ trục, toạ độ của một điểm ở THCS. Toán 10 chỉ diễn đạt lại các đối tượng đó theo ngôn ngữ vectơ. Mối liên hệ giữa toạ độ của vectơ với toạ độ của điểm được đưa ra như là một kết quả, mà không phải là định nghĩa toạ độ của điểm theo toạ độ của vectơ như SGK cũ.
- Có thể dùng một phần mặt phẳng toạ độ để mô tả một phạm vi hẹp của Trái Đất mà toạ độ của điểm biểu diễn ứng với vĩ độ và kinh độ của vị trí trên thực địa (đặc biệt, ở khu vực gần xích đạo), tuy vậy, có sự sai khác giữa thực tế và sự thể hiện tương ứng trên bản đồ. Trong bản đồ học, sai số cho phép được quy định rõ.

Trong bài học, ta không đề cập chi tiết tới các nguyên tắc vẽ bản đồ, mà chỉ đặt ra đối với học trò là thực hiện các tính toán trên bản đồ ứng với một bước đi (trong 12 tiếng) của bão.

- GV nên tìm hiểu về các phép chiếu bản đồ.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Bài học có thời lượng 3 tiết, có thể phân bổ thời lượng như sau:

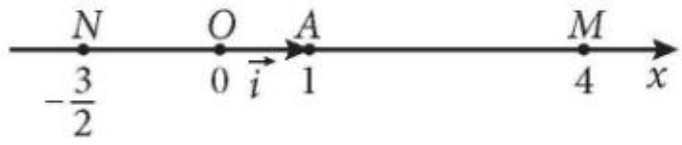
Tiết 1: Toạ độ của vectơ và biểu thức toạ độ của các phép toán (Khung kiến thức khoảng cách giữa hai điểm).

Tiết 2: Ví dụ và luyện tập (Bắt đầu từ Ví dụ 1 đến Luyện tập 3).

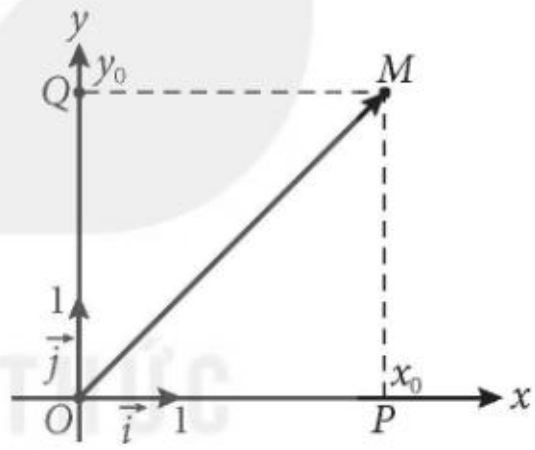
Tiết 3: Vận dụng và Bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Toạ độ của vectơ và biểu thức toạ độ của các phép toán

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu bài học	Tạo động lực học tập cho HS.	GV đặt vấn đề như trong SGK.
1. TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ		
HĐ1	Thông qua ví dụ cụ thể, HS thấy được các vectơ nối từ gốc toạ độ tới các điểm trên trục tỉ lệ thuận với tỉ số giữa các số được biểu diễn bởi các điểm cuối của các vectơ đó.	GV tổ chức để HS thực hiện. *Gợi ý.* Do A biểu diễn số 1, M biểu diễn số 4, nên hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OM}$ có cùng phương, cùng hướng và $\lvert\overrightarrow{OM}\rvert = 4\lvert\overrightarrow{OA}\rvert$. Suy ra $\overrightarrow{OM} = 4\overrightarrow{OA} = 4\vec{i}$.  Cũng vậy, do A biểu diễn số 1, N biểu diễn số $-\frac{3}{2}$, nên hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{ON}$ có cùng phương, ngược hướng và $\lvert\overrightarrow{ON}\rvert = \frac{3}{2}\lvert\overrightarrow{OA}\rvert$. Suy ra $\overrightarrow{ON} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OA} = -\frac{3}{2}\vec{i}$.

Đọc hiểu	Diễn đạt lại trục số theo ngôn ngữ vectơ.	Cho HS đọc khung kiến thức. GV có thể nhấn mạnh cho HS: Điểm M trên trục biểu diễn số x_0 nếu $\overrightarrow{OM} = x_0\vec{i}$.
HĐ2	Ví dụ cụ thể về sự biểu thị một vectơ theo hai vectơ đơn vị của hệ trục toạ độ Oxy.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể gợi ý HS sử dụng quy tắc hình bình hành (câu a) và quy tắc hiệu (câu b). *Gợi ý* a) $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j}, \overrightarrow{ON} = -2\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}$. b) Vì $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$ nên $\overrightarrow{MN} = \left(-2\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}\right) - \left(3\vec{i} + 5\vec{j}\right) = -5\vec{i} - \frac{5}{2}\vec{j}$.
Khung kiến thức và đoạn dẫn nhập	Diễn đạt lại hệ trục toạ độ theo ngôn ngữ vectơ. Định nghĩa toạ độ của một điểm.	HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải, nêu ví dụ cho HS. GV có thể bình luận cho HS: Trong mặt phẳng toạ độ, vectơ được đặc trưng bởi một cặp số. Ở các bước tiếp theo, ta sẽ lần lượt thể hiện các yếu tố liên quan tới vectơ thông qua toạ độ của nó.
Nhận xét	Tiêu chuẩn vectơ bằng nhau theo toạ độ.	GV giảng giải cho HS.
Ví dụ 1	Giúp HS củng cố kiến thức toạ độ vectơ.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV giảng giải cho HS.
Luyện tập 1	Giúp HS củng cố kiến thức toạ độ vectơ.	GV tổ chức để HS thực hiện.
2. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ		
HĐ3	Chuẩn bị cho khung kiến thức.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể gợi ý HS bám sát định nghĩa toạ độ của vectơ. *Gợi ý* a) $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{v} = 4\vec{i} + \vec{j}, \vec{a} = 8\vec{i} - 12\vec{j}$. b) Vì $\vec{u} + \vec{v} = \left(2\vec{i} - 3\vec{j}\right) + \left(4\vec{i} + \vec{j}\right) = 6\vec{i} - 2\vec{j}$ nên $\vec{u} + \vec{v} = (6;-2)$.

		Vì $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ nên $4\vec{u} = 8\vec{i} - 12\vec{j}$. Suy ra $4\vec{u} = (8;-12)$. c) Vì $\vec{a} = 8\vec{i} - 12\vec{j} = 4\left(2\vec{i} - 3\vec{j}\right)$ và $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ nên $\vec{a} = 4\vec{u}$.
Khung kiến thức	Công thức toạ độ của các phép toán vectơ.	GV trình bày, giảng giải cho HS. GV nêu ví dụ cho HS.
Ví dụ 2	Giúp HS củng cố kiến thức toạ độ của phép toán vectơ.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV giảng giải cho HS.
Nhận xét	Thể hiện mối quan hệ cùng phương giữa các vectơ thông qua toạ độ của chúng.	GV cho HS đọc và trình bày, giải thích cho HS.
HĐ4	Giúp HS củng cố kiến thức kĩ năng vừa học. Mối liên hệ giữa toạ độ của điểm M và toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$, độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$.	GV tổ chức để HS thực hiện. HS chỉ cần viết ra đáp số. *Gợi ý*  a) Trên trục Ox, điểm P biểu diễn số x_0: $\overrightarrow{OP} = x_0\vec{i}, \left\|\overrightarrow{OP}\right\| = \left\|x_0\right\| \cdot \left\|\vec{i}\right\| = \left\|x_0\right\|$. b) Trên trục Oy, điểm Q biểu diễn số y_0: $\overrightarrow{OQ} = y_0\vec{j}, \left\|\overrightarrow{OQ}\right\| = \left\|y_0\right\| \cdot \left\|\vec{j}\right\| = \left\|y_0\right\|$. c) Hình chữ nhật $OPMQ$ có độ dài hai cạnh $OP = \left\|x_0\right\|$ và $OQ = \left\|y_0\right\|$, suy ra độ dài đường chéo $OM = \sqrt{OP^2 + OQ^2} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$. d) Áp dụng quy tắc hình bình hành, ta được $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Khung kiến thức	Toạ độ và độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$.	GV trình bày, giảng giải và nêu ví dụ cho HS.
Nhận xét	Độ dài của vectơ $\vec{u} = (x; y)$.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
HĐ5	HS củng cố kiến thức kĩ năng vừa học. Chuẩn bị cho khung kiến thức.	GV tổ chức để HS thực hiện. *Gợi ý* a) Theo HĐ4, $\overrightarrow{OM} = (x; y), \overrightarrow{ON} = (x'; y')$. b) Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$ $= (x'\vec{i} + y'\vec{j}) - (x\vec{i} + y\vec{j})$ $= (x' - x)\vec{i} + (y' - y)\vec{j}$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = (x' - x; y' - y)$. c) Theo nhận xét, $MN = \lvert\overrightarrow{MN}\rvert = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$.
Khung kiến thức	Toạ độ của vectơ theo toạ độ của điểm đầu và điểm cuối.	GV giảng giải và nêu ví dụ cho HS.
Tổng kết, dặn dò	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2. Ví dụ và Luyện tập

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 3	HS học kĩ năng kiểm tra các vectơ cùng phương, quan hệ thẳng hàng, xác định toạ độ của một điểm.	GV giảng giải cho HS. GV có thể nhấn mạnh cho HS: Ta đã biết biểu thị một số quan hệ hình học theo vectơ, ở đây, ta tiếp tục biểu thị quan hệ vectơ theo toạ độ của chúng.

Luyện tập 2	HS củng cố kiến thức và kĩ năng kiểm tra mối quan hệ thẳng hàng, biểu thị quan hệ hình học bằng vectơ, biểu thị quan hệ vectơ theo toạ độ, xác định vị trí của một điểm.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể gợi ý HS tiêu chuẩn vectơ của hình bình hành, thể hiện sự bằng nhau giữa hai vectơ theo toạ độ.
Ví dụ 4	Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng, toạ độ trọng tâm của tam giác.	GV giảng giải cho HS.
Chú ý	Nêu toạ độ trung điểm của đoạn thẳng, toạ độ trọng tâm của tam giác.	GV chốt kiến thức rút ra từ Ví dụ 4.
Tổng kết, dặn dò	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. Dặn dò, nhắc nhở HS.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3. Vận dụng và Bài tập

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Vận dụng	HS vận dụng kiến thức, kĩ năng về vectơ, xác định vị trí của tâm áp thấp.	GV tổ chức cho HS thực hiện. GV có thể gợi ý cho HS: Gọi toạ độ của điểm M là $(x; y)$; dựa vào thông tin thời gian và sự chuyển động thẳng đều của tâm áp thấp để tìm mối quan hệ giữa hai vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$; biểu thị mối quan hệ đó bằng ràng buộc toạ độ. *Gợi ý.* Trong 12 giờ, tâm bão chuyển động thẳng đều từ điểm $A(13{,}8;\ 108{,}3)$ đến điểm $B(14{,}1;\ 106{,}3)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (0{,}3; -2)$. Gọi $M(x; y)$ là điểm ứng với vị trí tâm bão tại thời điểm 9 giờ. Khi đó $\overrightarrow{AM} = (x - 13{,}8;\ y - 108{,}3)$ và $\overrightarrow{AM} = \frac{9}{12}\overrightarrow{AB}$ hay $4\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$. Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 4(x - 13{,}8) = 3 \cdot 0{,}3 \\ 4(y - 108{,}3) = 3 \cdot (-2). \end{cases}$ Giải hệ ta được $x = 108{,}525$ và $y = 106{,}8$.
Bài tập		GV kiểm tra, cung cấp kết quả, chữa một số bài.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

3. Phân loại bài tập

- Tính khoảng cách giữa hai điểm: Bài tập 4.16.
- Thực hiện phép toán vectơ theo toạ độ, quan hệ hình học theo quan hệ vectơ, quan hệ vectơ theo toạ độ: Các Bài tập 4.17, 4.18.
- Vận dụng toạ độ vectơ để xác định vị trí của vật: Các Bài tập 4.19, 4.20.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

4.16. a) $OM = \sqrt{10}, ON = \sqrt{20}, MN = \sqrt{10}$.

b) Do $OM^2 + MN^2 = ON^2$ nên tam giác OMN vuông tại M. Từ đó, do $OM = MN$ nên tam giác OMN vuông cân tại M.

4.17. a) Do $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ nên $\vec{a} = (3;-2)$. Từ đó và $\vec{b} = (4;-1)$ suy ra $2\vec{a} - \vec{b} = (2;-3)$.

Vì $M(-3;6), N(3;-3)$ nên $\overrightarrow{MN} = (6;-9)$. Vì $\frac{6}{2} = 3 = \frac{-9}{-3}$ nên $\overrightarrow{MN} = 3(2\vec{a} - \vec{b})$.

b) Từ giả thiết, suy ra $\overrightarrow{OM} = (-3;6)$ và $\overrightarrow{ON} = (3;-3)$. Do $\frac{-3}{3} = -1 \neq -2 = \frac{6}{-3}$ nên hai vectơ OM và ON không cùng phương. Do đó O, M, N không thẳng hàng.

c) Giả sử tìm được điểm P sao cho $OMNP$ là một hình bình hành. Khi đó $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{MN} = (6; -9)$. Suy ra điểm $P(6; -9)$ là điểm cần tìm.

4.18. Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{AB} = (1; 1)$ và $\overrightarrow{CA} = (4; 1)$

a) Vì $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{1}$ nên các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CA}$ không cùng phương. Suy ra A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Gọi $M(x; y)$ là trung điểm AB. Khi đó

$$\begin{cases} x = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } M\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right).$$

c) Tương tự câu b, ta tìm được $G(0; 3)$.

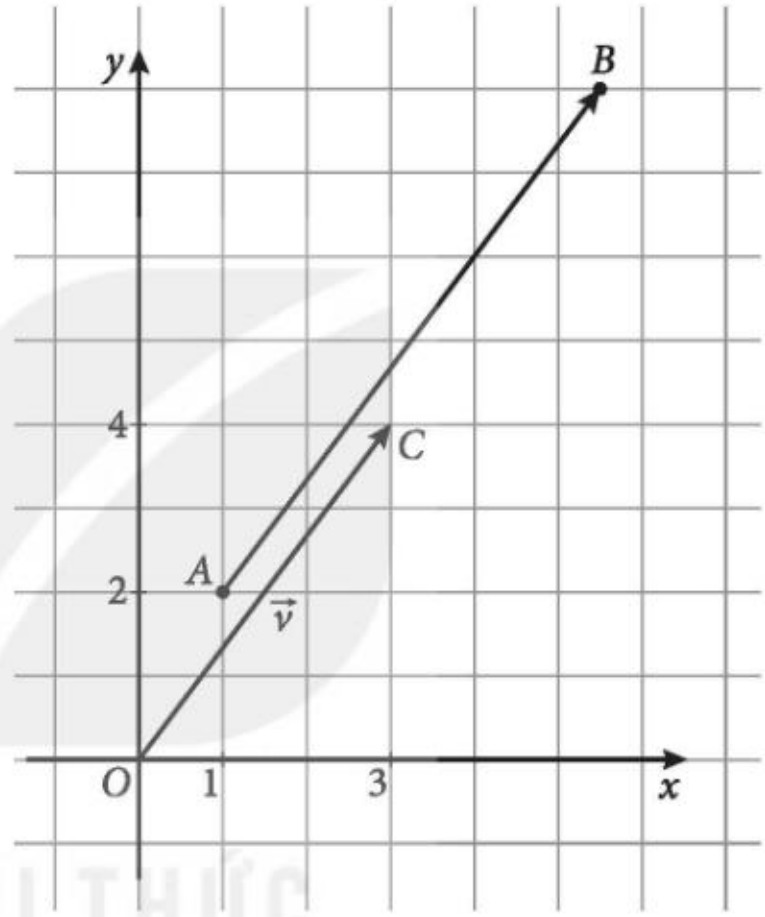
d) *HD.* Sử dụng kết quả của Luyện tập 2, Bài 9 thu được $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OO} = \vec{0}$, suy ra $\overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. Từ đó tìm được $D(-3;-7)$.

Nhận xét. Có thể sử dụng công thức tính toạ độ trọng tâm tam giác ở Chú ý sau Ví dụ 4, Bài 10 để giải như sau:

Do $O(0;\,0)$ là trọng tâm của tam giác ABD nên $\begin{cases} 0 = \dfrac{1+2+x}{3} \\ 0 = \dfrac{3+4+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -7. \end{cases}$

Suy ra $D(-3;-7)$.

4.19. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy ta biểu diễn $\vec{v}$ bởi vectơ $\overrightarrow{OC} = (3;\,4)$. Gọi $B(x;\,y)$ là điểm biểu diễn vị trí của tàu tại thời điểm sau khi khởi hành 1,5 giờ (xem hình vẽ).



Khi đó do $\overrightarrow{AB} = 1{,}5\vec{v} = 1{,}5\overrightarrow{OC}$ nên

$\begin{cases} x - 1 = 1{,}5 \cdot 3 = 4{,}5 \\ y - 2 = 1{,}5 \cdot 4 = 6 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x = 5{,}5 \\ y = 8. \end{cases}$

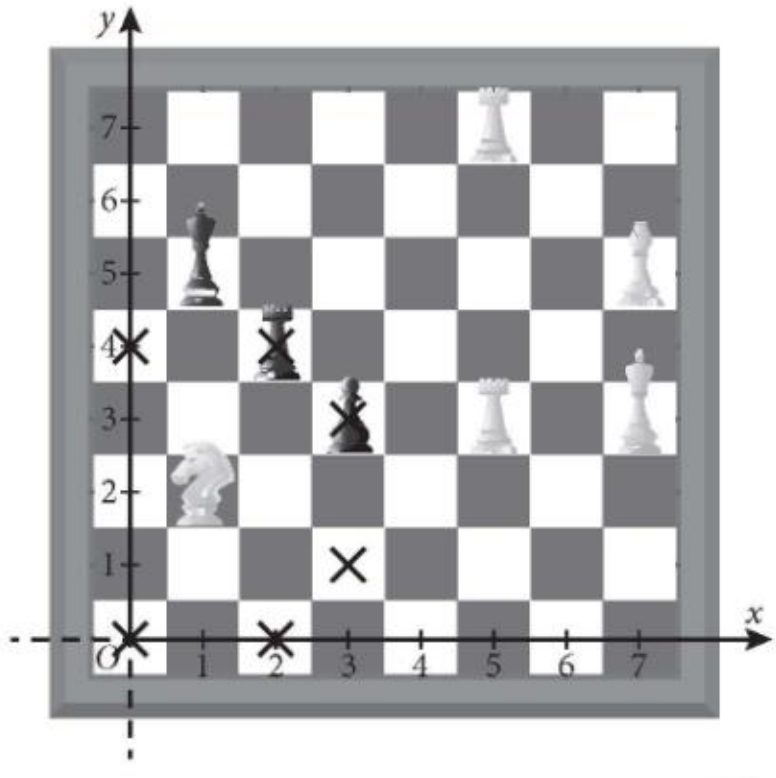
Vậy sau 1,5 giờ tàu đến vị trí điểm $B(5{,}5;\,8)$.

Chú ý.

- Để giải bài toán không nhất thiết phải vẽ hình; tuy nhiên việc biểu diễn trên hình vẽ giúp HS có cái nhìn trực quan và dễ đoán nhận kết quả hơn.
- Không nhất thiết phải sử dụng vectơ $\overrightarrow{OC}$ để biểu diễn vectơ $\vec{v}$ (O là gốc toạ độ).

4.20. *HD*

- Quân mã đi theo hình chữ L: hoặc tiến 1 ô rồi sang trái (hoặc phải) 2 ô, hoặc tiến 2 ô rồi sang trái (hoặc phải 1 ô).
- Quân mã không bị cản bởi bất cứ quân nào trên đường đi; chỉ bị cản khi ô đích đến là quân cờ cùng màu.



Vậy quân mã ở ô (1; 2) trên bàn cờ được phép di chuyển tới những ô (0; 0), (2; 0), (3; 1), (3; 3), (2; 4) và (0; 4).

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Bài 11. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được góc giữa hai vectơ, thực hiện được tích vô hướng của hai vectơ.
- Vận dụng được tích vô hướng trong một số bài toán hình học.
- Biết mối liên hệ giữa tích vô hướng và khái niệm công trong Vật lí.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (thước kẻ, ê-ke, máy tính cầm tay);
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (chẳng hạn, thể hiện qua vận dụng giải thích các công sinh bởi các lực không đổi cùng tác động lên một vật làm vật chuyển động thẳng bằng công sinh bởi lực tổng hợp);
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

Trong bài học, dựa vào định lí côsin ta thiết lập công thức toạ độ của tích vô hướng, rồi từ công thức toạ độ suy ra các tính chất của tích vô hướng. Tiến trình này là khác so với SGK cũ.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Bài học có thời lượng 3 tiết, có thể phân bổ thời lượng như sau:

Tiết 1: Góc và tích vô hướng giữa hai vectơ (đến hết mục 2).

Tiết 2: Biểu thức toạ độ và tính chất của tích vô hướng (Từ đầu mục 3 đến hết tính chất của tích vô hướng và chú ý đi kèm).

Tiết 3: Ứng dụng của vectơ vào bài toán hình học và khái niệm công trong Vật lí (Từ Ví dụ 4).

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Góc và tích vô hướng giữa hai vectơ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu bài học	Đặt vấn đề vào bài học.	GV đặt vấn đề như trong SGK.
1. GÓC GIỮA HAI VECTƠ		
HĐ1	HS nhận biết góc giữa hai vectơ chung gốc (gần gũi với khái niệm góc đã được học ở lớp 6).	GV tổ chức để HS thực hiện. GV nhấn mạnh, hai vectơ trong mỗi cặp đang xét đều có chung gốc.
Khung kiến thức và chú ý	Định nghĩa góc giữa hai vectơ. Chú ý những trường hợp đặc biệt.	Cho HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải và chú ý cho HS. GV nhấn mạnh tới phải thay thế cặp vectơ cần tính góc thành cặp vectơ chung gốc. Khi thay thế, ta có thể dùng các vectơ tương ứng cùng hướng (thay vì bằng nhau).
	Xét hai trường hợp đặc biệt là hai vectơ cùng hướng, ngược hướng.	GV nêu để HS trả lời.
Ví dụ về góc giữa hai vectơ	Góc giữa hai vectơ trong một số trường hợp cụ thể.	GV giảng giải cho HS.
2. TÍCH VÔ HƯỚNG		
Mở đầu mục 2	Cho thấy ý nghĩa Vật lí của tích vô hướng.	GV giảng giải cho HS.
Khung kiến thức	Định nghĩa tích vô hướng.	HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải cho HS.
Câu hỏi và chú ý	Đưa ra các trường hợp đặc biệt và các trường hợp dễ nhầm.	GV nêu câu hỏi để HS trả lời. Tích vô hướng của hai vectơ dương (âm) khi hai vectơ đó khác $\vec{0}$ và góc giữa chúng là nhọn (tù). Chú ý rằng, trường hợp có vectơ bằng $\vec{0}$ ta đã quy ước là góc có thể nhận giá trị tuỳ ý từ 0^o đến 180^o.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Ví dụ 2	Tính tích vô hướng của hai vectơ trong một số tình huống cụ thể.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Luyện tập 2	Nhận biết tích vô hướng. Liên hệ với định lí côsin.	GV tổ chức để HS thực hiện. *Gợi ý* Theo định lí côsin, ta có: $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. Từ đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \lvert\overrightarrow{AB}\rvert \cdot \lvert\overrightarrow{AC}\rvert \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ $= c \cdot b \cdot \cos A = bc \cdot \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $= \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$.
Tổng kết, dặn dò	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2. Biểu thức toạ độ và tính chất của tích vô hướng

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ2	HS củng cố kiến thức, kĩ năng về công thức tính khoảng cách giữa hai điểm.	GV tổ chức để HS thực hiện. GV có thể gợi ý cho HS: – Tính góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$. – Tính độ dài của $\vec{u}$, $\vec{v}$. – Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ theo định nghĩa.
HĐ3	HS củng cố định lí côsin. Chuẩn bị cho khung kiến thức.	GV tổ chức để HS thực hiện. *Gợi ý.* a) $A(x; y)$, $B(x'; y')$. b) $AB^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2$, $OA^2 = x^2 + y^2$, $OB^2 = x'^2 + y'^2$.

		c) Theo kết quả của Luyện tập 1, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2}$ $=\dfrac{1}{2}\left[(x^2+y^2)+(x'^2+y'^2)-(x'-x)^2-(y'-y)^2\right]$ $=xx'+yy'.$
Khung kiến thức	HS luyện tập, củng cố kiến thức, kĩ năng về công thức toạ độ của phép toán vectơ.	HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải cho HS.
Nhận xét	Đưa ra các kết quả liên quan (thể hiện bằng toạ độ).	GV giảng giải cho HS.
Ví dụ 3	Áp dụng công thức tích vô hướng theo toạ độ.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Luyện tập 3	HS áp dụng công thức tích vô hướng theo toạ độ. Chuẩn bị cho khung kiến thức.	GV tổ chức cho HS thực hiện. *Gợi ý.* $\vec{u}=(0;-5),\ \vec{v}=\left(\sqrt{3};1\right).$ Khi đó $\vec{u}\cdot\vec{v}=0\cdot\sqrt{3}+(-5)\cdot 1=-5.$
Khung kiến thức	Tính chất của tích vô hướng.	HS đọc khung kiến thức. GV giảng giải cho HS.
Chú ý	Một số tính chất bổ sung.	GV trình bày, giảng giải cho HS.

Tiết 3. Ứng dụng của vectơ vào bài toán hình học và khái niệm công trong Vật lí

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 4	Ứng dụng của vectơ trong bài toán hình học.	GV trình bày, giảng giải cho HS. Chú ý: Nếu không có công cụ vectơ hoặc hệ thức lượng trong tam giác, lời giải cho bài toán hình học trên là khó.

		GV nhấn mạnh điều đó, để HS thấy sức mạnh của ngôn ngữ mới, công cụ mới.
Luyện tập 4	HS sử dụng các tính chất của tích vô hướng trong tính toán hình học.	GV tổ chức cho HS thực hiện.
Vận dụng	Vận dụng tính chất của tích vô hướng giải thích một tính chất về công trong Vật lí.	GV tổ chức cho HS thực hiện. *Gợi ý* a) Công sinh bởi lực $\overrightarrow{F_1}$ bằng $\overrightarrow{F_1} \cdot \overrightarrow{AB}.$ (1) Công sinh bởi lực $\overrightarrow{F_2}$ bằng $\overrightarrow{F_2} \cdot \overrightarrow{AB}.$ (2) Công sinh bởi lực $\vec{F}$ bằng $\vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = \left(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}\right) \cdot \overrightarrow{AB}.$ (3) Từ (1), (2), (3) và theo tính chất phân phối đối với phép cộng của tích vô hướng suy ra công sinh bởi lực $\vec{F}$ bằng tổng của các công sinh bởi lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$. b) Vì $\overrightarrow{F_2}$ có phương vuông góc với phương chuyển động nên công sinh bởi lực $\overrightarrow{F_2}$ bằng $\overrightarrow{F_2} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. Từ đó và kết quả phần a), suy ra công sinh bởi lực $\vec{F}$ bằng $\overrightarrow{F_1} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{F_2} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{F_1} \cdot \overrightarrow{AB}.$ Do đó công sinh bởi lực $\vec{F}$ bằng công sinh bởi lực $\overrightarrow{F_1}$.
Bài tập	HS luyện tập, củng cố.	GV kiểm tra, cho đáp số, hướng dẫn và chữa một số bài.

3. Phân loại bài tập

– Tính tích vô hướng, góc giữa hai vectơ trong mặt phẳng toạ độ: Bài 4.21, 4.23, 4.24.

– Tích vô hướng của hai vectơ mà góc giữa chúng bằng 0° hoặc 180°: Bài 4.22.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

– Vận dụng định nghĩa tích vô hướng giữa hai vectơ: Bài 4.25.

– Vận dụng tích vô hướng giữa hai vectơ trong bài toán hình học: Bài 4.26.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

4.21. a) Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=(-3)\cdot 2+1\cdot 6=0$. Suy ra $(\vec{a};\vec{b})=90^\circ$.

b) Từ giả thiết suy ra $|\vec{a}|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}, |\vec{b}|=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$ và

$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot 2+1\cdot 4=10.$

Suy ra $\cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{10}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{20}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và do đó $(\vec{a};\vec{b})=45^\circ$.

c) Từ giả thiết suy ra $|\vec{a}|=\sqrt{(-\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}, |\vec{b}|=\sqrt{2^2+(-\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$ và

$\vec{a}\cdot\vec{b}=(-\sqrt{2})\cdot 2+1\cdot(-\sqrt{2})=-3\sqrt{2}.$

Suy ra $\cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}=-1$ và do đó $(\vec{a};\vec{b})=180^\circ$.

Chú ý. Đối với phần c) có thể xuất phát từ toạ độ của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ để suy ra $\vec{b}=-\sqrt{2}\cdot\vec{a}$, từ đó hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng. Vậy $(\vec{a};\vec{b})=180^\circ$.

4.22. *HD*

a) $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\Leftrightarrow(\vec{u};\vec{v})=0^\circ$ tức là hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng.

b) $\vec{u}\cdot\vec{v}=-|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\Leftrightarrow(\vec{u};\vec{v})=180^\circ$ tức là hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ngược hướng.

4.23. a) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=t^2+3t+2$. b) $\widehat{AMB}=90^\circ\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-2.\end{array}\right.$

4.24. a) Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{AB}=(6;3), \overrightarrow{AC}=(6;-3), \overrightarrow{BC}=(0;-6), |\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=3\sqrt{5}, |\overrightarrow{BC}|=6.$

Suy ra $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|}=\dfrac{6\cdot 6+3\cdot(-3)}{3\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{5}}=\dfrac{3}{5}$;

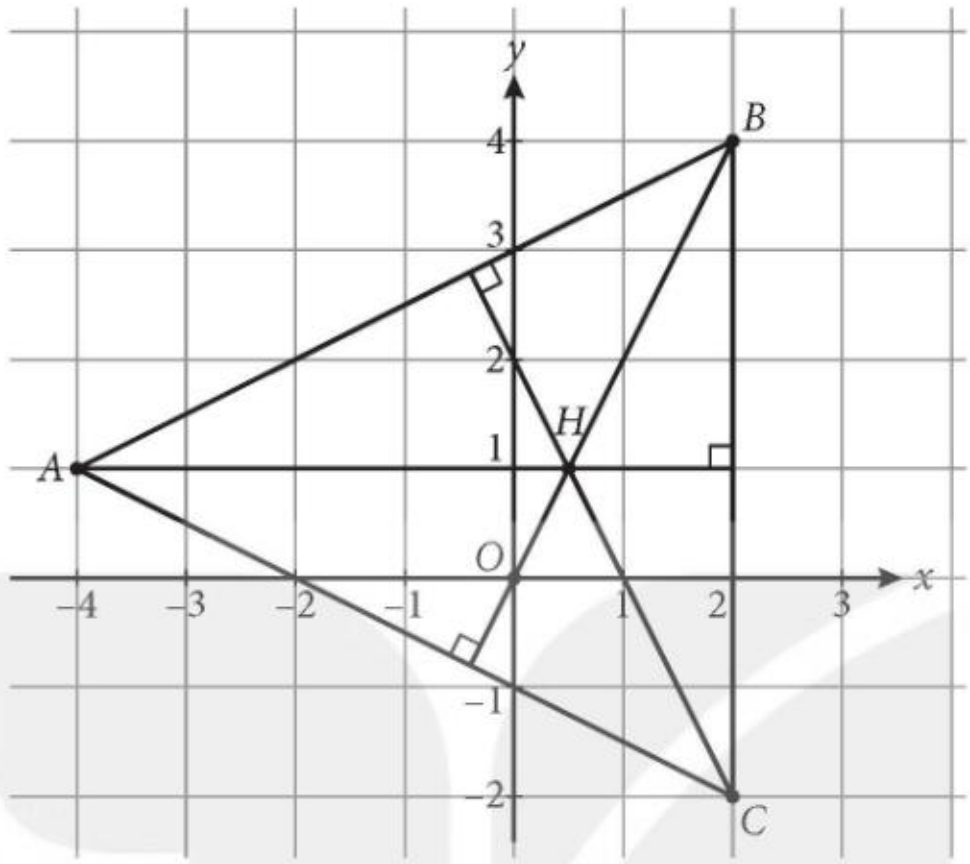
$$\cos\widehat{ABC}=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|}=\frac{(-6)\cdot 0+(-3)\cdot(-6)}{3\sqrt{5}\cdot 6}=\frac{1}{\sqrt{5}};$$

$$\cos\widehat{BCA}=\frac{\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}}{|\overrightarrow{CB}|\cdot|\overrightarrow{CA}|}=\frac{0\cdot(-6)+6\cdot 3}{3\sqrt{5}\cdot 6}=\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Do đó $\widehat{BAC}\approx 53^\circ 7'48''$, $\widehat{ABC}=\widehat{BCA}\approx 63^\circ 26'6''$.

b) Gọi $H(x;y)$ là trực tâm của tam giác ABC. Khi đó, do $AH \perp BC$, $BH \perp AC$ nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0. \end{cases} \quad \text{(I)}$$



Ta có: $\overrightarrow{AH} = (x+4; y-1)$, $\overrightarrow{BH} = (x-2; y-4)$ và $\overrightarrow{CB} = (0; 6)$. Từ đó và (I) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 0 \cdot (x+4) + 6 \cdot (y-1) = 0 \\ 6 \cdot (x-2) + (-3) \cdot (y-4) = 0 \end{cases}$. Giải hệ thu được $\begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = 1. \end{cases}$

4.25. Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$ nên

$$\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2 = AB^2 \cdot AC^2 \cdot (1 - \cos^2 \widehat{BAC}) = AB^2 \cdot AC^2 \cdot \sin^2 \widehat{BAC}.$$

Suy ra $\sqrt{\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2} = \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 \cdot \sin^2 \widehat{BAC}} = AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = 2S_{ABC}$.

4.26. Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. (1)

Theo tính chất của tích vô hướng, ta có:

$$MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 = MG^2 + GA^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA}. \quad (2)$$

Tương tự $MB^2 = MG^2 + GB^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB}$ (3)

và $MC^2 = MG^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC}$. (4)

Cộng (2), (3), (4) vế với vế ta được

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \quad \text{(do (1))}. \end{aligned}$$

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

1) Vectơ là đoạn thẳng có hướng, nghĩa là đã quy ước rõ trong hai đầu mút của đoạn thẳng, đâu là điểm mút đầu, đâu là điểm mút cuối.

2) Một vectơ được xác định bởi các yếu tố phương, hướng và độ dài.

3) $\vec{a} = \vec{b}$ nếu chúng cùng phương, cùng hướng và cùng độ dài.

4) $\vec{a} = -\vec{b}$ nếu chúng cùng phương, ngược hướng và cùng độ dài.

5) Vectơ-không: điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, cùng phương với mọi vectơ, cùng hướng với mọi vectơ.

6) Quy tắc ba điểm: Với ba điểm A, B, C bất kì, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

7) Quy tắc hình bình hành: Nếu $ABCD$ là một hình bình hành, thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

8) M là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM}$ với mọi điểm O.

9) G là trọng tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ với mọi điểm O.

10) Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

11) Cho $\vec{a} \neq \vec{0}$. Khi đó vectơ $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$ khi và chỉ khi tồn tại số k sao cho $\vec{b} = k\vec{a}$.

12) Cho trước hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khi đó với mọi vectơ $\vec{u}$ có duy nhất cặp số $(x; y)$ sao cho $\vec{u} = x\vec{a} + y\vec{b}$.

13) $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}; \vec{v})$.

14) Cho $\vec{u} = (x; y)$, $\vec{v} = (x'; y')$.

Khi đó:

+ $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y'; \end{cases}$

+ $\vec{u} + \vec{v} = (x + x'; y + y')$;

+ $k\vec{u} = (kx; ky)$;

+ $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$;

+ $\vec{u} \cdot \vec{v} = x \cdot x' + y \cdot y'$.

15) Cho tam giác ABC với ba đỉnh $A(a_1; a_2)$, $B(b_1; b_2)$, $C(c_1; c_2)$. Khi đó

+ $M(m_1; m_2)$ là trung điểm của AB khi và chỉ khi $\begin{cases} m_1 = \dfrac{a_1 + b_1}{2} \\ m_2 = \dfrac{a_2 + b_2}{2}. \end{cases}$

+ $G(g_1; g_2)$ là trọng tâm tam giác ABC khi và chỉ khi $\begin{cases} g_1 = \dfrac{a_1 + b_1 + c_1}{3} \\ g_2 = \dfrac{a_2 + b_2 + c_2}{3}. \end{cases}$

II. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nhắc lại kiến thức cơ bản	HS nhớ lại kiến thức cơ bản đã học trong chương IV.	– HS nhắc lại các công thức, định lí đã học. – GV kiểm tra nhanh kết quả các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK (câu hỏi 4.27 đến 4.32).
Luyện tập tổng hợp	HS vận dụng các kiến thức đã học vào giải các bài toán.	Tổ chức và hướng dẫn cho HS giải các bài tập: 4.33, 4.35, 4.36.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học. GV dặn dò, nhắc nhở HS.	GV hướng dẫn các bài tập: 4.34, 4.37, 4.38, 4.39.

2. Phân loại bài tập

– Kiểm tra hai vectơ cùng phương: Bài tập 4.27.

– Góc giữa hai vectơ, hai vectơ vuông góc: Các Bài tập 4.28, 4.30.

– Độ dài vectơ: Các Bài tập 4.29, 4.37.

– Tích vô hướng của hai vectơ: Các Bài tập 4.31, 4.32.

– Phép toán vectơ, xác định điểm bằng vectơ: Các Bài tập 4.34, 4.35, 4.36.

– Biểu thị một vectơ theo hai vectơ: Các Bài tập 4.33, 4.38, 4.36d.

– Biểu thị quan hệ hình học bằng vectơ: Bài tập 4.35.

– Vận dụng phép toán vectơ vào tổng hợp vận tốc: Bài tập 4.39.

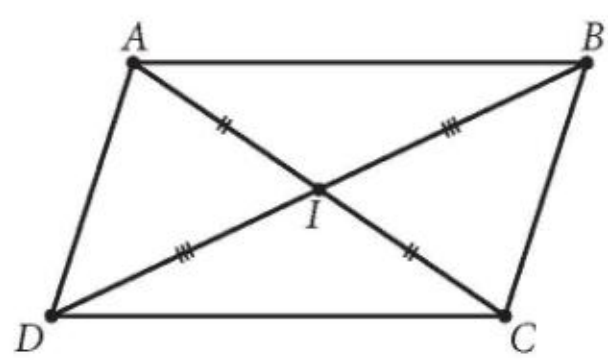
III. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

4.27. B. **4.28. C.** **4.29. D.** **4.30. C.** **4.31. D.**

4.32. B. $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BC}) = 45^\circ$ và $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC} = a^2$.

4.33. a) $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$; b) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

4.34. Gọi I là giao điểm của AC, BD. Do $ABCD$ là hình bình hành nên I là trung điểm của AC và cũng là trung điểm của BD (xem hình vẽ).



Khi đó, với mọi điểm M đều có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MI}$. Suy ra điều phải chứng minh.

4.35. a) $\overrightarrow{BA} = (4;-4)$, $\overrightarrow{BC} = (-3;-3)$.

b) + Chứng minh $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, suy ra tam giác ABC vuông tại B.

+ $S_{ABC} = 12$.

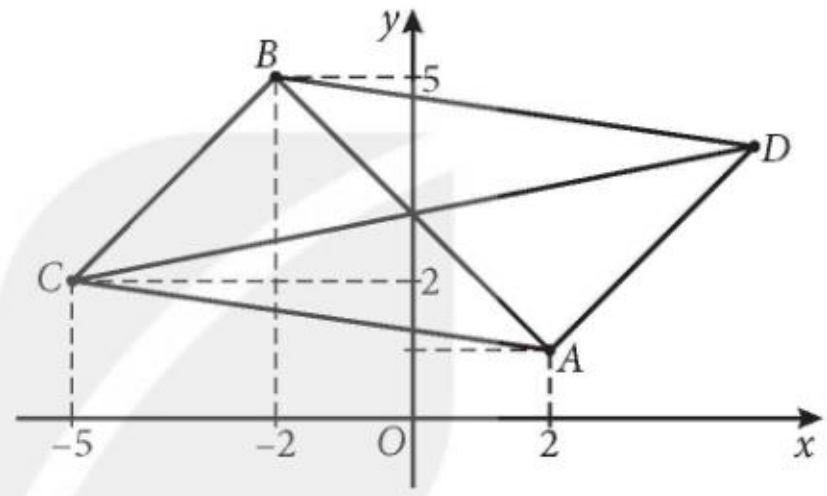
+ Chu vi tam giác ABC bằng $12\sqrt{2}$.

c) *Cách 1.* Sử dụng dấu hiệu nhận biết trọng tâm: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$, tìm được $G\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Cách 2. Biểu diễn $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, tìm được $G\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$.

d) *Cách 1.* Sử dụng kết quả Bài tập 4.34, thu được $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$. Từ đó tìm được $D(5; 4)$.

Cách 2. Sử dụng kết quả Bài tập 4.3, thu được $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} = (3; 3)$. Từ đó tìm được $D(5; 4)$.



4.36. a) $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$, $\overrightarrow{CD} = (7; 7)$.

b) $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{7}\overrightarrow{CD}$.

c) $\overrightarrow{AC} = (-2;-4)$, $\overrightarrow{BE} = (a-3;-3)$.

Hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BE}$ cùng phương khi và chỉ khi $\frac{a-3}{-2} = \frac{-3}{-4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$.

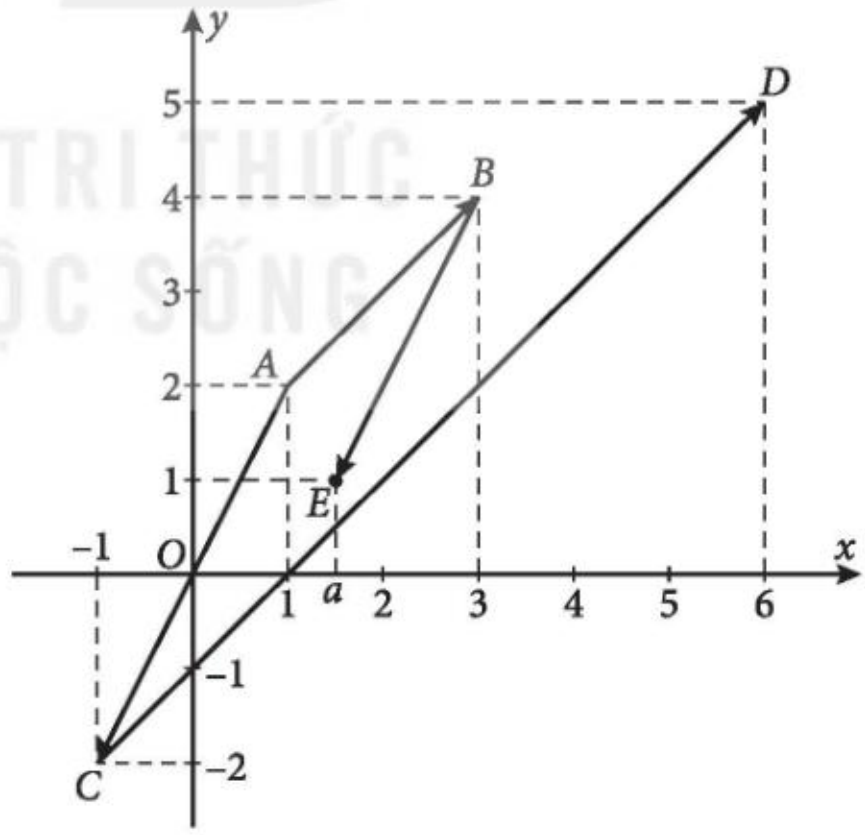
d) Với $a = \frac{3}{2}$ thì $E\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ và

do đó $\overrightarrow{BE} = \left(-\frac{3}{2};-3\right)$.

Do $-\frac{3}{2} = \frac{3}{4} \cdot (-2)$ và $-3 = \frac{3}{4} \cdot (-4)$

nên $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

4.37. Vectơ $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$ có độ dài bằng $|\vec{u}| = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = 1$. Từ đó, do $\frac{1}{|\vec{a}|} > 0$, suy ra $\vec{u}$ là vectơ đơn vị, cùng hướng với $\vec{a}$.

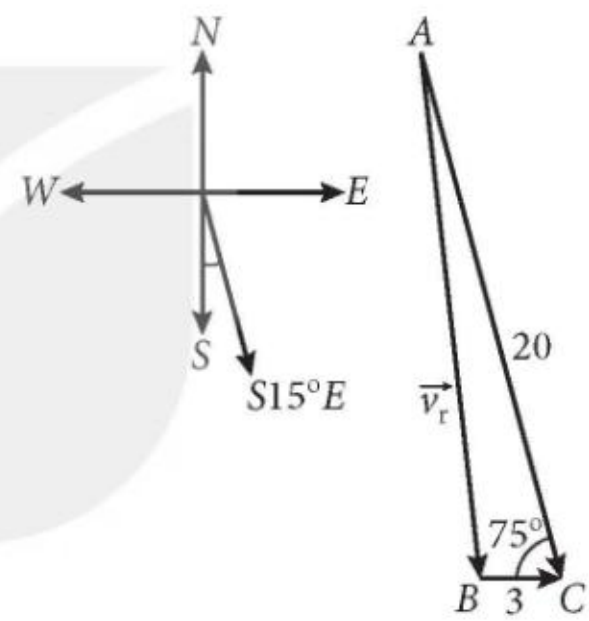
4.38. a) Từ giả thiết suy ra $\vec{a} = (1; 0)$ và $\vec{b} = (0; 1)$.

Gọi $(x; y)$ là toạ độ của vectơ $\vec{u}$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{a} = x \cdot 1 + y \cdot 0 = x$, $\vec{u} \cdot \vec{b} = x \cdot 0 + y \cdot 1 = y$.

Suy ra $\vec{u}$ có toạ độ là $(\vec{u} \cdot \vec{a}; \vec{u} \cdot \vec{b})$.

b) Do $\vec{u}$ có toạ độ là $(\vec{u} \cdot \vec{a}; \vec{u} \cdot \vec{b})$ nên $\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{a})\vec{i} + (\vec{u} \cdot \vec{b})\vec{j}$. Nhưng $\vec{i} = \vec{a}$ và $\vec{j} = \vec{b}$ nên suy ra $\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{a})\vec{a} + (\vec{u} \cdot \vec{b})\vec{b}$.

4.39. Ta sử dụng vectơ $\overrightarrow{AB}$ để biểu thị cho vận tốc riêng của ca nô, vectơ $\overrightarrow{BC}$ để biểu thị cho vận tốc của dòng nước và vectơ $\overrightarrow{AC}$ để biểu thị cho vận tốc thực tế của ca nô (xem hình bên).



Khi đó, $AC = 20$, $BC = 3$. Hơn nữa, do ca nô chuyển động theo hướng $S15^\circ E$ nên $\widehat{ACB} = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$.

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta được

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 75^\circ \approx 377{,}94$.

Suy ra $AB \approx 19{,}44$.

Vậy vận tốc riêng của ca nô xấp xỉ bằng 19,44 km/h.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

CHƯƠNG V. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

- Chương này trình bày nội dung Thống kê trong mạch kiến thức Thống kê và Xác suất. Nội dung chính của chương trình bày về các số đặc trưng của mẫu số liệu không ghép nhóm. Đây là kiến thức mới hoàn toàn, HS chưa được làm quen ở các lớp trước.
- Ở cấp THCS, HS đã được làm quen với một số cách thu thập số liệu như quan sát, làm thí nghiệm, lập bảng hỏi, phỏng vấn, ... Trong nhiều tình huống, khi ta thu thập số liệu ta không thể thu được số đúng mà chỉ thu được số gần đúng và do đó sẽ có sai số. Bài 12 trình bày về số gần đúng và sai số.
- Sau khi thu thập, ta được một mẫu số liệu. Để có thể dễ dàng nhận biết được thông tin từ mẫu số liệu người ta tìm cách biểu diễn mẫu số liệu này dưới dạng các bảng, biểu đồ hay tính các số đặc trưng của mẫu số liệu. Một số dạng bảng, biểu đồ đã được giới thiệu cho HS ở cấp THCS. Ở cấp THPT, HS sẽ được giới thiệu về các số đặc trưng. Các số đặc trưng của mẫu số liệu được chia thành hai nhóm: nhóm các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu và nhóm các số đặc trưng đo độ phân tán của mẫu số liệu. Hai nhóm số đặc trưng này cho mẫu số liệu không ghép nhóm được trình bày ở hai Bài 13, 14.

2 Cấu tạo chương

Chương này gồm ba bài học và bài tập cuối chương với tổng thời lượng là 7 tiết học. Tiêu đề các bài và phân bố thời lượng cụ thể như sau:

Bài 12. Số gần đúng và sai số	2 tiết
Bài 13. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm	2 tiết
Bài 14. Các số đặc trưng đo độ phân tán	2 tiết
Bài tập cuối chương V	1 tiết

3 Một số điểm cần lưu ý

– Kết thúc phần Thống kê, GV nên có một bài kiểm tra ngắn để biết được mức độ hiểu bài của HS. Việc đánh giá mức độ hiểu bài ở phần Thống kê cũng có thể thực hiện thông qua việc cho HS thực hiện các yêu cầu trong hoạt động trải nghiệm "Mạng xã hội: Lợi và hại".

– Hoạt động trải nghiệm "Mạng xã hội: Lợi và hại" yêu cầu HS thu thập dữ liệu và phân tích dữ liệu thu được để thấy được lợi ích và bất lợi của mạng xã hội. Hoạt động trải nghiệm này sẽ giúp HS vận dụng những kiến thức đã học như thu thập dữ liệu, biểu diễn dữ liệu bằng biểu đồ, tính các số đặc trưng và phân tích để thu được các kết luận có ích.

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 12. SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

– Hiểu được khái niệm số gần đúng, sai số tuyệt đối.

– Xác định được số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước.

– Xác định được sai số tương đối của số gần đúng.

– Xác định được số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước.

– Biết sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với các số gần đúng.

2. Về năng lực, phẩm chất

– Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

– Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– GV và HS cần chuẩn bị máy tính bỏ túi để thực hành tính toán với các số gần đúng.

– Để thuận lợi cho HS và GV, SGK Toán 10 sử dụng kí hiệu a cho số gần đúng và $\overline{a}$ cho số đúng như SGK cũ. Tuy nhiên cần tránh nhầm lẫn kí hiệu $\overline{a}$ với kí hiệu số trung bình ở Bài 13.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

CẤU PHẦN	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nêu vấn đề	Khơi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng số gần đúng.	GV có thể cung cấp thêm một số thông tin khác về đỉnh Everest cho HS.

1. SỐ GẦN ĐÚNG		
HĐ1 và HĐ2	Các hoạt động này giúp HS nhận biết được số gần đúng xuất hiện trong các tình huống thực tế.	GV cho HS thực hiện HĐ. Từ đó dẫn dắt đến Khung kiến thức.
Khung kiến thức	Cung cấp khái niệm số gần đúng.	GV giới thiệu và cho HS đọc khung kiến thức.
	Giúp HS củng cố thêm khái niệm số gần đúng.	Một số tình huống khác xuất hiện số gần đúng như khi đi khám sức khoẻ, ta cân xem nặng bao nhiêu kilôgam, đo xem cao bao nhiêu centimét, ...
Ví dụ 1	Giúp HS hiểu và có bài giải mẫu trong việc xác định số gần đúng và số đúng.	GV cho HS thực hiện, sau đó giải thích và trình bày mẫu cho HS.
Luyện tập 1	Giúp HS luyện tập xác định số gần đúng và số đúng.	GV cho HS thực hiện và gọi lên trình bày. *Gợi ý*. Số gần đúng cho P phụ thuộc vào số gần đúng xấp xỉ cho số π. Chẳng hạn nếu ta lấy 3,14 là số gần đúng của π thì số gần đúng cho P là $2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 = 6{,}28$.
Chú ý	Giúp HS biết sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng.	GV có thể hướng dẫn việc sử dụng máy tính cầm tay để tính toán cho một vài loại máy tính phổ biến.
2. SAI SỐ TUYỆT ĐỐI VÀ SAI SỐ TƯƠNG ĐỐI		
a. Sai số tuyệt đối		
HĐ3	Giúp HS hiểu được rằng số gần đúng càng gần số đúng thì càng tốt và khi đó sai số tuyệt đối càng nhỏ.	Thực hiện như SGK.
Khung kiến thức	Cung cấp khái niệm sai số tuyệt đối.	GV giới thiệu và giải thích khung kiến thức cho HS.
Chú ý	Giúp HS đánh giá được sai số tuyệt đối và hiểu được khái niệm độ chính xác của số gần đúng.	Thực hiện như SGK.

Ví dụ 2	Giúp HS hiểu và có bài giải mẫu trong việc đánh giá sai số tuyệt đối và giải thích cách viết số đúng biểu diễn qua số gần đúng, độ chính xác.	GV cho HS thực hiện, sau đó giải thích và trình bày mẫu cho HS.
Luyện tập 2	HS luyện tập đánh giá sai số tuyệt đối và giải thích cách viết số đúng biểu diễn qua số gần đúng, độ chính xác.	GV cho HS thực hiện và gọi trình bày. *Gợi ý*. Đường kính nhân tế bào thuộc đoạn [4,7; 5,3] μm.
Chú ý	HS biết xác định được độ chính xác của số gần đúng khi dùng các thiết bị đo.	Thực hiện như SGK.
b. Sai số tương đối		
HĐ4	Giúp HS hiểu được tại sao phải dùng sai số tương đối. Giúp HS đánh giá được sai số tương đối.	Thực hiện như SGK.
Khung kiến thức	Cung cấp khái niệm sai số tương đối.	GV giới thiệu và giải thích khung kiến thức cho HS.
Nhận xét	Giúp HS đánh giá được sai số tương đối.	Thực hiện như SGK.
Ví dụ 3	Đưa ra một lời giải mẫu cho bài toán đánh giá sai số tương đối.	GV cho HS thực hiện, sau đó giải thích và trình bày mẫu cho HS.
Luyện tập 3	HS luyện tập đánh giá sai số tương đối.	GV cho HS thực hiện và gọi trình bày. *Gợi ý*. Sai số tương đối của khối lượng bao gạo được đóng gói theo hai dây chuyền A, B tương ứng bị chặn bởi 4% và 2,5% nên dựa trên tiêu chí này thì dây chuyền B tốt hơn.
3. QUY TRÒN SỐ GẦN ĐÚNG		
Nhắc lại kiến thức và nhận xét	Nhớ lại quy tắc làm tròn số. Biết khái niệm số quy tròn và xác định được độ chính xác của số quy tròn.	Thực hiện như SGK.

Ví dụ 4	Hướng dẫn HS thực hiện làm tròn số.	GV cho HS thực hiện, sau đó giải thích và trình bày mẫu cho HS.
Nhận xét	Giúp HS nhận thấy khi thay số đúng bởi số quy tròn thì sai số tuyệt đối của số quy tròn không vượt quá nửa đơn vị của hàng làm tròn. Nhận xét về cách làm tròn số gần đúng.	GV trình bày, giải thích cho HS.
Ví dụ 5	Hướng dẫn HS và giúp học sinh làm tròn số gần đúng với các độ chính xác khác nhau.	GV cho HS thực hiện, sau đó giải thích và trình bày mẫu cho HS.
Luyện tập 4	HS luyện tập làm tròn số gần đúng với các độ chính xác khác nhau.	*Gợi ý.* a) 11 252 000; b) 18,3.
Vận dụng	Vận dụng để xác định xem phương pháp đo nào chính xác hơn.	*Gợi ý.* Sai số tương đối của hai phép đo lần lượt bị chặn bởi 0,1883% và 0,1522%. Vậy phương pháp thứ hai chính xác hơn.

2. Lựa chọn bài tập

Bài tập của bài học này được chia thành ba nhóm chính, giúp HS hiểu được kiến thức và rèn luyện kĩ năng liên quan đến ba vấn đề:

– Xác định số gần đúng, số đúng: Bài 5.1, Bài 5.5 ý a).

– Đánh giá sai số tuyệt đối, sai số tương đối: Bài 5.4, Bài 5.5 ý b), Bài 5.6.

– Quy tròn số gần đúng: Bài 5.2, Bài 5.6.

– Sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán với số gần đúng: Bài 5.3.

GV có thể lựa chọn 3, 4 bài thuộc các nhóm vấn đề trên để giao cho HS làm ở nhà.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

5.1. Cả 3 số đều là các số gần đúng.

5.2. Ngọn núi có chiều cao thực $\overline{a}$ thuộc đoạn [1 235 − 5; 1 235 + 5] hay [1 230; 1 240] (đơn vị là mét). Hàng làm tròn là hàng chục, số quy tròn là 1 240.

5.3. *HD*. Độ chính xác là $d = 0{,}0005$ nên hàng làm tròn là hàng phần nghìn.

5.4. *HD*. Tính sai số tương đối theo mỗi phương pháp đo. Phương pháp đo chính xác nhất là phương pháp có sai số tương đối nhỏ nhất.

5.5. *HD*. Hai số tìm được đều là các số gần đúng. Đánh giá sai số tuyệt đối để xác định xem số nào chính xác hơn.

5.6. Các số quy tròn là 8 320 và 9,75. Các sai số tuyệt đối của hai số quy tròn này là 3,6% và 0,004%.

Bài 13. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Lựa chọn và tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của một mẫu số liệu: số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt.
- Giải thích ý nghĩa, vai trò của các số đặc trưng trong mẫu số liệu thực tiễn.
- Rút ra kết luận từ ý nghĩa của các số đặc trưng đo xu thế trung tâm.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- GV và HS nên chuẩn bị máy tính bỏ túi để hỗ trợ cho việc tính toán các số đặc trưng đo xu thế trung tâm.
- Các mẫu số liệu cho trong bài học đều có kích thước nhỏ với mục tiêu chủ yếu là minh hoạ cho ý nghĩa và cách tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm. Các bài toán thực tế thường có kích thước mẫu lớn, khi đó ta phải dùng Excel hoặc các phần mềm thống kê để tính toán các số đặc trưng. Việc sử dụng Excel để tính các số đặc trưng có thể xem trong phần hoạt động trải nghiệm.
- Lưu ý rằng có một số định nghĩa khác nhau về tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba. SGK lựa chọn cách định nghĩa trực quan và phổ biến nhất.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (2 tiết):

+ Tiết 1: Mục 1. Số trung bình và trung vị;

+ Tiết 2: Mục 2. Tứ phân vị và Mục 3. Mốt.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

CẤU PHẦN	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nêu vấn đề	Giúp HS hiểu được nếu nhìn vào hai mẫu số liệu thì khó có thể trả lời được câu hỏi đưa ra. Cần có một số thông tin chính về mẫu số liệu.	Có nhiều tiêu chí để so sánh như so sánh số GV đạt điểm giỏi của mỗi lớp, so sánh số GV bị điểm dưới trung bình của mỗi lớp, ... Trong trường hợp này người ta hay so sánh điểm thi trung bình.
1. SỐ TRUNG BÌNH VÀ TRUNG VỊ		
a. Số trung bình		
HĐ1, HĐ2 và các công thức tính	Giúp HS biết cách tính số trung bình khi cho mẫu số liệu dưới dạng liệt kê và cho dưới dạng bảng tần số.	GV cho HS thực hiện cá nhân, sau đó gọi HS trình bày.
Ví dụ 1	Giúp HS biết cách tính số trung bình của mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số.	GV cho HS thực hiện, sau đó giải thích và trình bày mẫu cho HS.
Luyện tập 1	Giúp HS luyện tập tính số trung bình của mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số.	GV cho HS thực hiện cá nhân, sau đó gọi HS trình bày. *Gợi ý*. Số trung bình là $\overline{x} \approx 14{,}08$.
b. Trung vị		
HĐ3 và định nghĩa số trung vị	Giúp HS hiểu được trong trường hợp nào ta nên dùng số trung vị thay cho số trung bình. Đưa ra cách tính số trung bình cho dãy số liệu gồm n số.	*Gợi ý*. Thu nhập trung bình của công ty là $\frac{40}{6} \approx 6{,}67$ triệu đồng. Số trung bình này không phản ánh đúng mức thu nhập của các nhân viên trong công ty.

Khung kiến thức	Đưa ra cách tính trung vị cho dãy số liệu gồm n số.	Thực hiện như SGK.
Ví dụ 2 và ý nghĩa	Hướng dẫn HS tính trung vị của một dãy số liệu. Biết được ý nghĩa của trung vị.	Thực hiện như SGK.
Luyện tập 2	Giúp HS luyện tập tính số trung bình, trung vị của một dãy số liệu và xác định xem số nào đại diện tốt hơn cho dãy số liệu.	*Gợi ý.* Số trung bình $\overline{x} \approx 57{,}14$ và trung vị $m = 52$. Trong hai giá trị này thì số trung vị đại diện tốt hơn cho chiều dài của cá voi trưởng thành.
2. TỨ PHÂN VỊ		
HĐ4 và khung kiến thức	Giúp HS thấy được một tình huống cần phải xác định các tứ phân vị.	Thực hiện như SGK.
Ý nghĩa	Giúp HS thấy được ý nghĩa của các tứ phân vị.	Thực hiện như SGK.
Ví dụ 3	Hướng dẫn HS cách tìm tứ phân vị của một dãy số liệu.	Thực hiện như SGK.
Luyện tập 3	Giúp HS luyện tập tìm tứ phân vị của một mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số.	*Gợi ý.* Các điểm tứ phân vị là $Q_1 = 2$, $Q_2 = 3$, $Q_3 = 4$.
3. MỐT		
HĐ5, khung kiến thức và ý nghĩa	Giúp HS thấy được tình huống cần sử dụng mốt và đưa ra định nghĩa mốt. Giúp HS hiểu được ý nghĩa của mốt.	*Gợi ý.* Số trung bình là $\overline{x} \approx 39{,}07$. Số này không có ý nghĩa với cửa hàng. Cửa hàng quan tâm đến cỡ giày bán được nhiều nhất, trong trường hợp này là cỡ 39. Số 39 được gọi là mốt.
Ví dụ 4 và nhận xét	Hướng dẫn HS tìm mốt cho một mẫu số liệu. Lưu ý có thể có nhiều hơn 1 mốt và mốt có thể còn được định nghĩa cho dãy dữ liệu định tính.	Thực hiện như SGK.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Vận dụng	Hướng dẫn HS cách tính. Phân tích để HS thấy rằng nếu căn cứ vào các tiêu chí khác nhau có thể dẫn đến các kết luận khác nhau.	GV giao cho HS tiếp tục thực hiện ở nhà.

3. Lựa chọn bài tập

- Tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm và biết được chúng thay đổi thế nào khi thay đổi một số giá trị đặc biệt trong mẫu số liệu: các Bài tập 5.7, 5.8, 5.9a, 5.10.
- Giải thích được ý nghĩa và lựa chọn được các số đặc trưng đo xu thế trung tâm để đại diện cho mẫu số liệu: các Bài tập 5.8, 5.10.
- GV có thể lựa chọn 1, 2 bài thuộc mỗi yêu cầu trên để cho HS làm ở nhà.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

5.7. a) Số trung bình: 12; Trung vị: 9; $Q_1 = 8$; $Q_3 = 17,5$; Mốt = 8.

b) Số trung bình: 387,5; Trung vị: 325; $Q_1 = 300$; $Q_3 = 475$; Mốt = 300.

c) Số trung bình: 34; Trung vị: 34; $Q_1 = 32,5$; $Q_3 = 35,5$; Mốt = 34.

5.8. *HD.* Trong các câu a, b, c nên dùng số trung bình. Trong câu d nên dùng trung vị vì đa số các sai số là giống nhau, riêng giá trị 42 lớn hơn hẳn các giá trị khác, đây được xem là giá trị bất thường.

5.9. a) Số trung bình: 2; Trung vị: 0; $Q_1 = 0$; $Q_3 = 4$; Mốt = 0.

b) $Q_1 = Q_2 = 0$ vì nửa dãy số liệu nhỏ nhất bằng nhau và bằng 0.

5.10. *HD.* Trung vị không đổi, trung bình giảm.

Bài 14. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Tính được các số đặc trưng đo độ phân tán.
- Biết được ý nghĩa của các số đặc trưng đo độ phân tán.
- Phát hiện được các giá trị bất thường sử dụng các công cụ toán học.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

– Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– GV và HS nên chuẩn bị máy tính bỏ túi để hỗ trợ cho việc tính toán các số đặc trưng đo độ phân tán.

– GV có thể giới thiệu cho HS công thức sau để tính phương sai:

$$s^2 = \frac{(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2)}{n} - (\overline{x})^2.$$

Việc biến đổi về công thức này từ định nghĩa có thể xem như một bài tập cho HS.

Các mẫu số liệu cho trong bài học đều có kích thước nhỏ với mục tiêu chủ yếu là minh hoạ cho ý nghĩa và cách tính các số đặc trưng đo độ phân tán. Các bài toán thực tế thường có kích thước lớn, khi đó ta phải dùng Excel hoặc các phần mềm thống kê để tính toán các số đặc trưng. Việc sử dụng Excel để tính các số đặc trưng có thể xem trong phần hoạt động trải nghiệm.

– Trong mục 3 (Phát hiện số liệu bất thường hoặc không chính xác bằng biểu đồ hộp) nếu ta vẽ biểu đồ hộp sẽ giúp nhận biết số liệu bất thường hoặc không chính xác một cách trực quan song về bản chất giá trị lớn hơn $Q_3 + 1{,}5 \cdot \Delta_Q$ hoặc giá trị bé hơn $Q_1 - 1{,}5 \cdot \Delta_Q$ được xem là giá trị bất thường hoặc không chính xác.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (2 tiết):

+ Tiết 1: Mục 1. Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị.

+ Tiết 2: Mục 2. Phương sai và độ lệch chuẩn

và Mục 3. Phát hiện số liệu bất thường hoặc không chính xác bằng biểu đồ hộp.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

CẤU PHẦN	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nêu vấn đề	Giúp HS nhận ra nhu cầu định nghĩa các số đặc trưng để đo độ phân tán của một mẫu số liệu.	Có thể đề nghị HS đề xuất xem có cách nào đo mức độ "học đều" của An và Bình.

1. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ		
HĐ1 và khung kiến thức	Giúp HS hiểu được ý nghĩa và cách tính khoảng biến thiên.	Thực hiện như SGK.
Ví dụ 1	Hướng dẫn HS tính khoảng biến thiên. Trong ví dụ này mặc dù số trung bình như nhau song độ phân tán khác nhau.	Thực hiện như SGK.
Luyện tập 1 và nhận xét	HS luyện tập tính khoảng biến thiên. Nhận xét giúp HS biết được trường hợp không nên dùng khoảng biến thiên.	*Gợi ý*. Giá trị nhỏ nhất: 159; Giá trị lớn nhất: 172; Khoảng biến thiên: 172 – 159 = 13.
HĐ2, khung kiến thức và ý nghĩa khoảng tứ phân vị	Giúp HS nhận ra được trong trường hợp này nếu dùng khoảng biến thiên sẽ không tốt. Đưa ra định nghĩa khoảng tứ phân vị để đo độ phân tán của mẫu số liệu. Hiểu ý nghĩa khoảng tứ phân vị.	Các khoảng biến thiên cho mẫu số liệu về nhiệt độ tại Hà Nội, Điện Biên lần lượt là 12, 12. Về trực quan, nhiệt độ tại Điện Biên thay đổi khá ít, riêng 1 ngày có nhiệt độ thấp hẳn với 16 độ C. Giá trị này đã ảnh hưởng nhiều đến khoảng biến thiên. Giá trị $Q_3 - Q_1$ cho hai mẫu số liệu tương ứng là: 33 – 25 = 8 và 27 – 24 = 3.
Ví dụ 2	Hướng dẫn HS tìm khoảng tứ phân vị.	Thực hiện như SGK.
Luyện tập 2	HS luyện tập tìm khoảng tứ phân vị.	*Gợi ý*. $Q_1 = 9$, $Q_3 = 12$ nên khoảng tứ phân vị là 12 – 9 = 3.
2. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN		
Định nghĩa phương sai và độ lệch chuẩn	Giúp HS nhận biết được hạn chế của khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị từ đó đưa ra định nghĩa phương sai và độ lệch chuẩn.	Lưu ý giới thiệu đại lượng thay thế cho phương sai.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Ví dụ 3	Hướng dẫn HS tính phương sai, độ lệch chuẩn.	Thực hiện như SGK.
Luyện tập 3	HS tự tính phương sai, độ lệch chuẩn.	*Gợi ý* $s \approx 0{,}0042$; $s^2 \approx 0{,}000017$. Độ lệch chuẩn nhỏ nên phép đo khá chính xác.
3. PHÁT HIỆN SỐ LIỆU BẤT THƯỜNG HOẶC KHÔNG CHÍNH XÁC BẰNG BIỂU ĐỒ HỘP		
Giới thiệu về giá trị bất thường và biểu đồ hộp	Giúp HS biết được giá trị bất thường là gì và tại sao cần phải tìm giá trị này.	Trong biểu đồ hộp, các chấm tròn màu xanh biểu diễn các giá trị bất thường.
Ví dụ 4	Hướng dẫn HS xác định giá trị bất thường.	Thực hiện như SGK.
Luyện tập 4	HS luyện tập xác định giá trị bất thường.	Không yêu cầu HS vẽ biểu đồ hộp. *Gợi ý*. Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 84 - 56 = 28$. Do đó, $Q_1 - 1{,}5 \cdot \Delta_Q = 56 - 1{,}5 \cdot 28 = 14$ và $Q_3 + 1{,}5 \cdot \Delta_Q = 84 + 1{,}5 \cdot 28 = 126$. Vậy 10 là giá trị bất thường.

3. Lựa chọn bài tập

- Hiểu được ý nghĩa, tính chất của các số đặc trưng đo độ phân tán: các Bài 5.11, 5.12, 5.13.
- Tính được các số đặc trưng đo độ phân tán: các Bài 5.14, 5.15.
- Phát hiện được giá trị bất thường: Bài 5.16.

GV nên lấy 3 đến 4 bài từ các yêu cầu trên để HS làm ở nhà.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

5.11. (1) Sai, (2) Đúng, (3) Sai, (4) Sai, (5) Đúng.

5.12. a) Hai dãy số liệu đều có giá trị nhỏ nhất là 3, giá trị lớn nhất là 9, do đó có cùng khoảng biến thiên.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

b) Hai dãy số liệu đối xứng qua giá trị 6 nên có số trung bình bằng 6. Các giá trị của dãy B tập trung nhiều hơn quanh giá trị trung bình nên dãy B có phương sai nhỏ hơn.

5.13. a) Nếu nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2 thì khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn đều thay đổi.

b) Nếu cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2 thì khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn đều không thay đổi.

5.14. a) 50% số thành phố có thuế thuốc lá lớn hơn 36.

b) Có nhiều phương án, Q_1 và Q_3 là một phương án.

c) Khoảng tứ phân vị là: $100 - 36 = 64$.

5.15. Giá trị nhỏ nhất: 2,593. Giá trị lớn nhất: 4,236.

Khoảng biến thiên là: $4,236 - 2,593 = 1,643$.

$Q_1 = 3,155$; $Q_3 = 3,920$ do đó khoảng tứ phân vị là $3,92 - 3,155 = 0,765$.

Độ lệch tiêu chuẩn $s \approx 0,49$.

5.16. *HD.* $Q_1 = 4,5$; $Q_3 = 7,8$ do đó $\Delta_Q = 7,8 - 4,5 = 3,3$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

1. Số gần đúng và sai số

- Trong nhiều trường hợp, ta không biết hoặc khó biết số đúng (kí hiệu là $\overline{a}$) mà chỉ tìm được giá trị khác xấp xỉ nó. Giá trị này được gọi là số gần đúng, kí hiệu là a.
- Giá trị $|a - \overline{a}|$, phản ánh mức độ sai lệch giữa số đúng $\overline{a}$ và số gần đúng a, được gọi là *sai số tuyệt đối* của số gần đúng a, kí hiệu là Δ_a, tức là $\Delta_a = |a - \overline{a}|$.
- Nếu $\Delta_a \le d$ thì $a - d \le \overline{a} \le a + d$, khi đó ta viết $\overline{a} = a \pm d$ và ta hiểu là số đúng $\overline{a}$ nằm trong đoạn $[a - d; a + d]$. Do d càng nhỏ thì a càng gần $\overline{a}$ nên d được gọi là *độ chính xác* của số gần đúng.
- *Sai số tương đối* của số gần đúng a, kí hiệu là δ_a, là tỉ số giữa sai số tuyệt đối và $|a|$, tức là $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$. Ta thường chỉ đánh giá được $\Delta_a \le \frac{d}{|a|}$ nên nếu $\frac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì chất lượng của phép đo hay tính toán càng cao.
- Số thu được sau khi thực hiện quy tắc làm tròn số được gọi là số quy tròn. Số quy tròn là một số gần đúng của số ban đầu.

– Cho số gần đúng a với độ chính xác d. Khi được yêu cầu làm tròn số a mà không nói rõ làm tròn đến hàng nào thì ta làm tròn số a đến hàng thấp nhất mà d nhỏ hơn 1 đơn vị của hàng đó.

2. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm

– Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm là các số cho ta biết thông tin về vị trí trung tâm của mẫu số liệu.

– Số trung bình của mẫu số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_n$, kí hiệu là $\overline{x}$ được tính bằng công thức:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}.$$

Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức: $\overline{x} = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_k x_k}{n}$,

trong đó m_k là tần số của giá trị x_k và $n = m_1 + m_2 + \ldots + m_k$.

– Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu, nghĩa là trong dãy số liệu được sắp xếp theo thứ tự tăng dần thì trung vị ở vị trí chính giữa. Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:

❶ Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

❷ Nếu số giá trị của mẫu số liệu là số lẻ thì giá trị chính giữa của dãy là trung vị, còn nếu là số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của dãy.

– Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia dãy dữ liệu đã sắp xếp tăng dần thành 4 phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị được gọi là các tứ phân vị. Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có n giá trị, ta làm như sau:

❶ Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự tăng dần.

❷ Tìm trung vị. Giá trị này là Q_2.

❸ Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_1.

❹ Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_3.

Q_1 được gọi là tứ phân vị thứ nhất hay tứ phân vị dưới, Q_3 được gọi là tứ phân vị thứ ba hay tứ phân vị trên. Q_2 chính là trung vị.

– Mốt của mẫu số liệu là giá trị hoặc những giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất. Người ta thường dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau. Mốt có thể không là duy nhất.

3. Các số đặc trưng đo độ phân tán

- Các số đặc trưng đo độ phân tán là các số cho ta biết thông tin về sự biến động mẫu số liệu. Các số này càng lớn thì dữ liệu biến động càng nhiều hay càng phân tán.
- Khoảng biến thiên, kí hiệu là R, là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.
- Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là Δ_Q, là hiệu số tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. Khoảng tứ phân vị đo độ phân tán của 50% số liệu ở giữa của dãy số liệu đã được sắp xếp.
- Với dãy số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_n$, nếu gọi số trung bình là $\overline{x}$ thì phương sai là giá trị $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$. Ta cũng có thể tính phương sai theo công thức: $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - (\overline{x})^2$.
- Căn bậc hai của phương sai, $s = \sqrt{s^2}$, được gọi là độ lệch chuẩn.
- Trong mẫu số liệu có khi gặp những giá trị quá lớn hoặc quá nhỏ so với đa số các giá trị khác. Chúng được gọi là các giá trị bất thường. Để xác định giá trị bất thường ta sử dụng quy tắc sau: các giá trị lớn hơn $Q_3 + 1{,}5 \cdot \Delta_Q$ hoặc bé hơn $Q_1 - 1{,}5 \cdot \Delta_Q$, trong đó Δ_Q là khoảng tứ phân vị, được xem là giá trị bất thường.

II. GỢI Ý DẠY HỌC

Bài ôn tập chương được thiết kế cho 1 tiết học, gồm hai phần:

Phần A: Trắc nghiệm. Các câu hỏi trắc nghiệm trong phần này chủ yếu kiểm tra phần lí thuyết đã được học.

Phần B: Tự luận. Các bài tập cuối chương gồm 5 bài mang tính tổng hợp.

Với thời lượng 1 tiết, GV có thể cho HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm trong phần A và làm 2 bài tập trong Phần B. Các bài còn lại có thể giao cho HS tự làm ở nhà.

III. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

5.17. A **5.18.** A **5.19.** B **5.20.** D **5.21.** C

5.22. a) Trong 5 sinh viên này có một sinh viên có mức lương rất thấp so với những sinh viên còn lại. Vì vậy, nên dùng trung vị để đo mức lương của sinh viên sau khi tốt nghiệp.

b) Nên dùng khoảng tứ phân vị vì nó không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.

5.23. Đối với dãy điểm Toán:

Giá trị nhỏ nhất: 5; Giá trị lớn nhất: 91; Khoảng biến thiên: 86.

$Q_1 = 37$, $Q_3 = 78$ do đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 78 - 37 = 41$.

Độ lệch chuẩn $s \approx 23{,}81$.

Đối với dãy điểm Tiếng Anh:

Giá trị nhỏ nhất: 37; Giá trị lớn nhất: 73; Khoảng biến thiên: 36.

$Q_1 = 49$, $Q_3 = 65$ do đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 65 - 49 = 16$.

Độ lệch chuẩn $s \approx 11{,}04$.

Do đó, căn cứ vào khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị hay độ lệch chuẩn thì dãy số liệu về điểm Tiếng Anh ít phân tán hơn dãy số liệu về điểm Toán.

5.24. a) Số trung bình: 1,96 triệu người; Trung vị: 1,27 triệu người.

b) Số trung bình và trung vị khác nhau nhiều do số dân của Hà Nội rất lớn, đây được xem là giá trị bất thường.

c) Nên sử dụng trung vị vì nó đại diện cho dân số các tỉnh của Đồng bằng Bắc Bộ chính xác hơn.

5.25. a) *HD*. Tính theo định nghĩa.

b) Dãy số liệu về số trường THPT của một số tỉnh Đồng bằng sông Hồng có giá trị bất thường là giá trị 187. Giá trị này lớn hơn rất nhiều so với những giá trị còn lại. Do đó trung vị của hai dãy không khác nhau nhiều trong khi số trung bình lại khác nhau nhiều.

c) Do khoảng tứ phân vị không dùng thông tin của giá trị lớn nhất, đây là giá trị bất thường trong dãy số liệu về Đồng bằng sông Hồng.

5.26. a) Số trung bình: 11,05; Trung vị: 11,8; Giá trị bé nhất: 5,5; Giá trị lớn nhất: 13,8; Khoảng biến thiên: $13{,}8 - 5{,}5 = 8{,}3$. Độ lệch chuẩn $s \approx 2{,}56$.

b) Dãy số liệu thu được sau khi làm tròn đến hàng đơn vị:

6, 14, 10, 12, 11, 7, 11, 13, 13, 13.

Sai số tuyệt đối của phép làm tròn không vượt quá $d = 0{,}5$.

CHƯƠNG VI. HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

- Khái niệm hàm số giữ vị trí trung tâm trong chương trình Toán THPT. Phần lớn nội dung của Đại số và Giải tích ở THPT dành cho việc trực tiếp nghiên cứu hàm số và công cụ khảo sát hàm số. Phương trình, bất phương trình cũng được trình bày liên hệ chặt chẽ với hàm số. Khái niệm hàm số là công cụ then chốt được dùng trong các mô hình toán học mô tả các bài toán thực tiễn. Chương này là nội dung trọng tâm trong mạch kiến thức Đại số của Toán 10.
- Chương này hệ thống hoá các khái niệm cơ bản về hàm số và đồ thị của hàm số đã được học ở các lớp dưới; cách vẽ đồ thị của hàm số bậc hai và tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của nó; cách xét dấu của tam thức bậc hai và ứng dụng để giải bất phương trình bậc hai. Ta cũng xét các phương trình chứa căn thức đơn giản có thể quy về phương trình bậc hai.
- Định lí về dấu của tam thức bậc hai và cách giải bất phương trình bậc hai học trong chương này đóng vai trò then chốt trong việc xét dấu đạo hàm (và do đó khảo sát được sự biến thiên, tìm cực trị) của những hàm số đa thức (bậc ba, bậc bốn trùng phương) và hàm phân thức cơ bản thường gặp sau này.

2 Cấu tạo chương

Chương này gồm 4 bài học và 1 tiết Bài tập cuối chương, được thực hiện trong 13 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 15. Hàm số (4 tiết).

Bài 16. Hàm số bậc hai (3 tiết).

Bài 17. Dấu của tam thức bậc hai (3 tiết).

Bài 18. Phương trình quy về phương trình bậc hai (2 tiết).

Bài tập cuối chương VI (1 tiết).

3 Một số điểm cần lưu ý

- Trong chương này cần nhấn mạnh để HS nhận ra rằng khái niệm hàm số là công cụ then chốt trong việc thiết lập mô hình toán học cho các bài toán thực tiễn. Nói riêng,

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

hàm số bậc nhất trên từng khoảng và hàm số bậc hai xuất hiện trong nhiều mô hình toán học liên quan đến thực tiễn.

- So với SGK Toán 10 trước đây thì nội dung của chương này đã được giảm nhẹ một số yếu tố hàn lâm. Cụ thể:
  + Chưa giới thiệu khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ và tính chất đồ thị của chúng.
  + Để vẽ đồ thị của hàm số bậc hai, không yêu cầu HS lập bảng biến thiên như là một bước để vẽ đồ thị. Cũng không yêu cầu HS xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số bằng định nghĩa (kiểm tra tiêu chuẩn đại số). Mà chỉ yêu cầu HS từ đồ thị (đã cho hoặc HS đã biết cách vẽ) suy ra khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số tương ứng.
  + Các tính chất của hàm số bậc hai, định lí về dấu của tam thức bậc hai được nhận biết từ quan sát dạng đồ thị của hàm số bậc hai, chứ không yêu cầu chứng minh chặt chẽ về mặt đại số.
  + Phần Bất phương trình bậc hai một ẩn được dạy lồng ghép trong chương này như là một ứng dụng của định lí về dấu của tam thức bậc hai.
  + Không trình bày một cách hệ thống khái niệm tổng quát về phương trình một ẩn, cũng như các phép biến đổi tương đương và phép biến đổi hệ quả trên chúng. Chỉ yêu cầu HS giải được hai loại phương trình chứa căn thức đơn giản có thể quy về phương trình bậc hai.

GV cần lưu ý những điều trên trong việc giảng dạy và lựa chọn bài tập, để đảm bảo được các yêu cầu cần đạt và không bị vượt quá yêu cầu của Chương trình.

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 15. HÀM SỐ (4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được những mô hình thực tế (dạng bảng, biểu đồ, công thức) dẫn đến khái niệm hàm số.
- Mô tả được các khái niệm cơ bản về hàm số: định nghĩa hàm số, tập xác định, tập giá trị, hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến, đồ thị của hàm số.
- Mô tả được các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến.
- Vận dụng được kiến thức của hàm số vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn (xây dựng các hàm số bậc nhất trên từng khoảng mô tả công thức tính tiền điện, tiền đi taxi, tiền trả cước điện thoại, ...).
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Ở cấp THCS, HS đã được học khái niệm hàm số và làm quen với hàm số bậc nhất $y = ax + b$ và hàm số $y = ax^2$. Ở đây, sẽ củng cố và mở rộng các khái niệm cơ bản về hàm số. HS sẽ làm quen với 3 cách thông dụng cho một hàm số (bằng bảng, bằng biểu đồ, bằng công thức), khái niệm tập xác định và tập giá trị của hàm số.
- So với trước đây, trong Chương trình môn Toán năm 2018, yêu cầu về xét tính đồng biến, tính nghịch biến của hàm số được giảm nhẹ. Cụ thể là không yêu cầu HS phải biết cách xét tính đồng biến, tính nghịch biến của hàm số bằng định nghĩa; cũng không yêu cầu HS lập bảng biến thiên của hàm số. Chỉ yêu cầu HS biết từ đồ thị (của những hàm số quen thuộc) suy ra khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số tương ứng. GV cần lưu ý điều này khi giảng dạy và giao bài tập cho HS.
- Chưa đưa vào các khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn (và tính chất đồ thị của chúng), do đó cũng không có các bài tập loại này.
- Chuẩn bị: GV chuẩn bị:

  + Bảng giá điện, bảng giá taxi (theo thực tế tại thời điểm dạy bài học).

  + Tranh ảnh, hình vẽ, đồ thị sử dụng trong bài.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (4 tiết):

– Tiết 1: Mục 1. Khái niệm hàm số.

– Tiết 2: Mục 2. Đồ thị của hàm số.

– Tiết 3: Mục 3. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số.

– Tiết 4: Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. KHÁI NIỆM HÀM SỐ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích của phần này chỉ là để HS làm quen với khái niệm hàm số thông qua một tình huống quen thuộc trong đời sống là mối quan hệ giữa số tiền phải trả và lượng điện tiêu thụ mỗi tháng.	Chưa yêu cầu HS phải đi sâu vào tình huống này ngay, mà chỉ cần cho HS đọc tình huống và dự đoán xem có thể mô tả được sự phụ thuộc này không (bằng kinh nghiệm sống của HS). GV chưa nên nói gì đến khái niệm hàm số ở bước này.
HĐ1. Nhận biết hàm số cho bằng bảng	Đây là tình huống cho HS làm quen với hàm số cho bằng bảng.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
HĐ2. Nhận biết hàm số cho bằng biểu đồ	Đây là tình huống cho HS làm quen với hàm số cho bằng biểu đồ.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
HĐ3. Nhận biết hàm số cho bằng công thức	Đây là tình huống cho HS làm quen với hàm số cho bằng công thức.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
Định nghĩa khái niệm hàm số	Giới thiệu khái niệm hàm số $y = f(x)$, tập xác định và tập giá trị của hàm số. Đây là khái niệm then chốt của bài này.	Cho HS nhận xét điểm giống nhau giữa các tình huống ở HĐ1, HĐ2 và HĐ3 (đều có một đại lượng y phụ thuộc vào một đại lượng thay đổi x khác, và với mỗi x thì chỉ có tương ứng duy nhất một y). Từ đó khái quát thành định nghĩa hàm số nêu trong hộp kiến thức. Cần đặc biệt lưu ý cho HS *hai yếu tố quan trọng nhất* khi cho một hàm số $y = f(x)$ là *quy tắc tương ứng giữa y và x* (có thể bằng bảng, bằng biểu đồ hay bằng công thức), và *miền biến thiên của biến số x* (tức là tập xác định của hàm số).

Ví dụ 1 Ví dụ 2	Mục đích của Ví dụ 1 và Ví dụ 2 là để củng cố cách xác định một hàm số, cách tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số (khi đơn giản).	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Ví dụ 3	Mục đích của Ví dụ 3 là giới thiệu cách tìm TXĐ của hàm số cho bằng công thức.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 1	Mục đích của phần này là để củng cố 3 cách cho hàm số: bằng bảng, bằng biểu đồ và bằng công thức. Xác định tập xác định và tập giá trị của hàm số tương ứng.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Tiết 2

2. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ4. Nhận biết đồ thị của một hàm số	Mục đích của Hoạt động này là nhận biết khi nào một điểm thuộc hoặc không thuộc đồ thị của một hàm số, thông qua trường hợp quen thuộc là đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$.	Điều quan trọng là cho HS nhận xét được mối quan hệ giữa hoành độ x và tung độ y của điểm $(x; y)$ thuộc đồ thị, để từ đó khái quát thành định nghĩa đồ thị hàm số ở trong khung kiến thức.

Định nghĩa đồ thị của hàm số	Khái niệm đồ thị hàm số là một khái niệm then chốt của bài học này, HS cần nắm vững.	GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.
Ví dụ 4	Mục đích của ví dụ này là để lưu ý khi vẽ đồ thị của hàm số cần đặc biệt lưu ý đến tập xác định của hàm số.	Mặc dù ở đây là hàm số quen thuộc, hàm bậc nhất đối với x, nhưng đồ thị của nó chỉ là một đoạn thẳng, chứ không phải cả đường thẳng (như hay gặp ở THCS). Lí do là vì tập xác định của hàm số ở đây chỉ là một đoạn, chứ không phải toàn bộ tập số thực.
Luyện tập 2	Mục đích của phần này là củng cố kĩ năng vẽ đồ thị, tìm hoành độ hoặc tung độ của một điểm trên đồ thị khi biết yếu tố kia.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Vận dụng 1	Giới thiệu khái niệm hàm số bậc nhất trên từng khoảng qua tình huống cụ thể là hàm số mô tả sự phụ thuộc của số tiền phải trả y vào lượng điện tiêu thụ x.	HS làm việc dưới sự hướng dẫn của GV. Với HS khá giỏi, GV có thể yêu cầu HS về nhà dựa vào Bảng 6.2 để xây dựng lại hàm số bậc nhất trên từng khoảng cho trong phần Tìm hiểu thêm.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3

3. SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ5. Nhận biết hàm số đồng biến, nghịch biến	Nhận biết hàm số đồng biến, nghịch biến thông qua tính các giá trị tương ứng của hàm số.	HS hoàn thành bảng, sau đó rút ra nhận xét theo yêu cầu.

HĐ6. Nhận biết khoảng đồng biến, nghịch biến từ đồ thị	Nhận biết khoảng đồng biến, nghịch biến từ đồ thị.	HS quan sát hình dạng đồ thị (là đường "đi lên" hay "đi xuống"), từ đó rút ra kết luận.
Khái niệm hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến	HS mô tả được khái niệm hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.	GV ghi bảng hoặc trình chiếu định nghĩa trong hộp kiến thức.
Ví dụ 5	Mục đích của ví dụ này là dùng đồ thị để suy ra khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến của một hàm số.	Chú ý rằng điều này là khác biệt so với trước đây. Trước đây ta yêu cầu lập bảng biến thiên là một bước trong việc vẽ đồ thị của hàm số. Bây giờ ta chỉ yêu cầu từ đồ thị (đã cho, hoặc HS đã biết cách vẽ) của hàm số, ta tìm khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến của hàm số. Chú ý là GV chỉ nên khai thác các ví dụ và bài tập liên quan đến hàm số bậc nhất $y = ax + b$ và hàm số $y = ax^2$, là những hàm số quen thuộc với HS (và HS đã biết cách vẽ đồ thị), chứ không nên khai thác sâu quá. Việc khảo sát sự biến thiên của những hàm số phức tạp hơn chỉ có thể tiến hành một cách hệ thống khi có công cụ Giải tích mạnh là Đạo hàm, sẽ được học ở cuối lớp 11.
Luyện tập 3	Mục đích của luyện tập này là củng cố cho HS kĩ năng từ đồ thị suy ra khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến (thông qua hai hàm số quen thuộc mà HS đã biết cách vẽ đồ thị của chúng).	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Vận dụng 2	Đây là bài tập vận dụng thực tế có nội dung tổng hợp. Vừa củng cố cách cho hàm số bằng công thức, vừa củng cố cách tìm các khoảng biến thiên của hàm số từ đồ thị.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. Nếu trình độ chung của lớp không tốt, GV có thể gợi ý câu b) để rút ra được công thức của hàm số. **HD.** a) 327 200 đồng. b) $y=\begin{cases}10\,000, & x\le 0,6\\ 10\,000+13\,000(x-0,6), & 0,6<x\le 25\\ 10\,000+13\,000\cdot 24,4+11\,000(x-25), & x>25.\end{cases}$ hay $y=\begin{cases}10\,000, & x\le 0,6\\ 13\,000x+2\,200, & 0,6<x\le 25\\ 11\,000x+52\,200, & x>25.\end{cases}$ c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0,6;+\infty)$.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 4. Hướng dẫn giải bài tập

3. Lựa chọn bài tập

- Nhận biết hàm số, tìm tập xác định và tập giá trị tương ứng của hàm số: Bài tập 6.1, 6.2, 6.3, 6.4.
- Dựa vào đồ thị, tìm khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến của hàm số: Bài tập 6.5.
- Bài tập ứng dụng thực tế: Bài tập 6.6.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong SBT để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

6.1. Trường hợp a), b).

6.2. Có nhiều ví dụ. Chẳng hạn bảng 8 số nguyên tố đầu tiên

n	1	2	3	4	5	6	7	8
Số nguyên tố thứ n	2	3	5	7	11	13	17	19

Tập xác định $D = \{1; 2; ...; 8\}$.

Tập giá trị là $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\}$.

6.3. a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

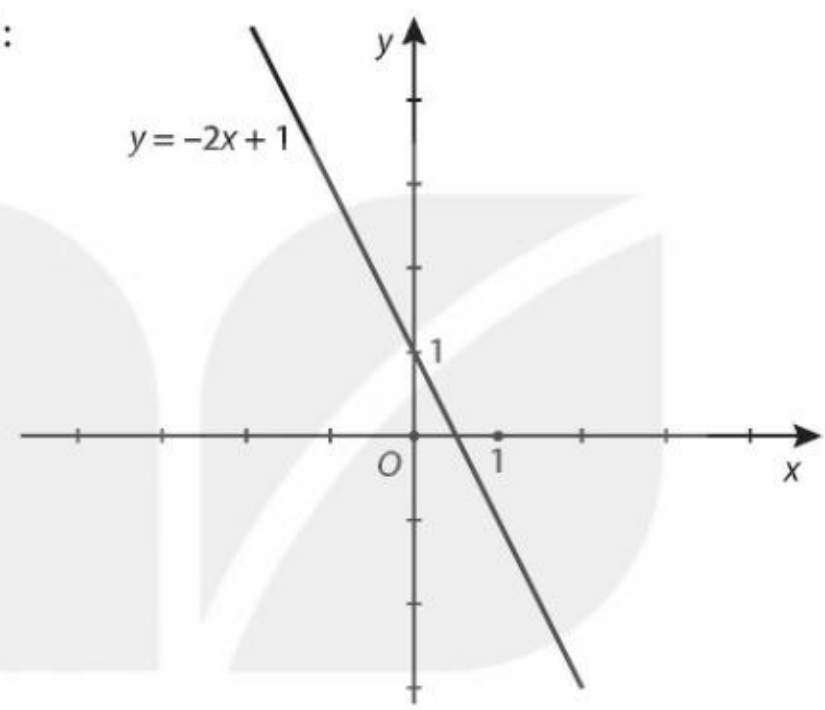
b) $D = \mathbb{R}\backslash\{1; 2\}$;

c) $D = [-1; 1]$.

6.4. a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị là $\mathbb{R}$.

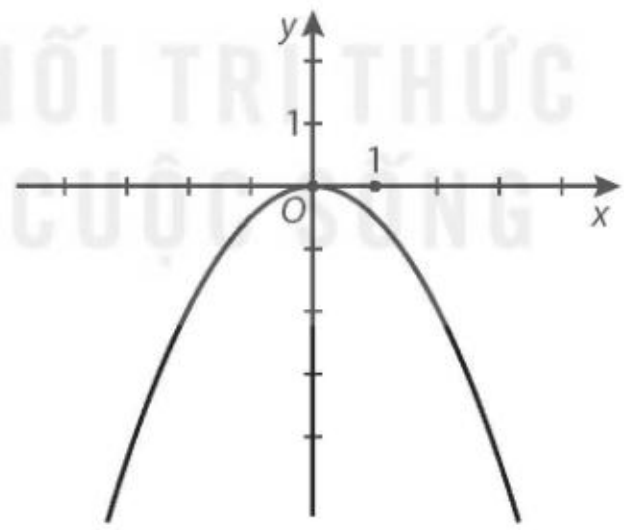
b) Tập xác định là $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị là $[0; +\infty)$.

6.5. a) Đồ thị của hàm số $y = -2x + 1$:



Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$:



Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

6.6. a) $T = \begin{cases} 1\,200\,000x \text{ nếu } x \le 2 \\ 2\,400\,000 + 900\,000(x - 2) \text{ nếu } x > 2. \end{cases}$

b) $T(2) = 2\,400\,000$: khách sẽ phải trả 2 400 000 đồng nếu thuê xe 2 ngày;

$T(3) = 3\,300\,000$: khách sẽ phải trả 3 300 000 đồng nếu thuê xe 3 ngày;

$T(5) = 5\,100\,000$: khách sẽ phải trả 5 100 000 đồng nếu thuê xe 5 ngày.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Bài 16. HÀM SỐ BẬC HAI (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được hàm số bậc hai.
- Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc hai.
- Vẽ được parabol (parabola) là đồ thị của hàm số bậc hai. Nhận biết được các tính chất cơ bản của parabol như đỉnh, trục đối xứng.
- Nhận biết và giải thích được các tính chất của hàm số bậc hai thông qua đồ thị.
- Vận dụng được kiến thức của hàm số bậc hai và đồ thị vào giải quyết bài toán thực tiễn, chẳng hạn xác định độ cao của cầu, cổng có hình dạng parabol.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn (xây dựng hàm số bậc hai mô tả hình dạng của cầu, cổng, từ đó tính độ cao của nó; xác định quỹ đạo chuyển động của vật ném xiên, ...).
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Ở cấp THCS, HS đã được học các tính chất và đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Ở đây, sẽ củng cố và mở rộng các kiến thức đã biết từ hàm số này sang hàm số bậc hai tổng quát $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).
- Trong Chương trình môn Toán năm 2018, không yêu cầu HS lập bảng biến thiên của hàm số bậc hai như là một bước khi vẽ đồ thị. Chỉ yêu cầu HS biết từ đồ thị đã vẽ suy ra khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số tương ứng. GV cần lưu ý điều này khi giảng dạy và giao bài tập cho HS.
- GV cần lưu ý nhấn mạnh cho HS các bước vẽ đồ thị của hàm số bậc hai. Đây là kĩ năng đặc biệt quan trọng, HS cần nắm vững. Bởi vì HS sẽ cần dùng đồ thị để suy ra các tính chất của hàm số bậc hai (khoảng đồng biến, nghịch biến, giá trị lớn nhất/nhỏ nhất), cũng như dùng đồ thị để xét dấu của tam thức bậc hai và từ đó giải các bất phương trình bậc hai trong các bài sau.
- Chuẩn bị: GV chuẩn bị:

  + Tranh ảnh, hình vẽ đồ thị của các hàm số quen thuộc, sử dụng trong bài.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thực lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (3 tiết):

– Tiết 1: Mục 1. Khái niệm hàm số bậc hai.

– Tiết 2: Mục 2. Đồ thị của hàm số bậc hai.

– Tiết 3: Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. KHÁI NIỆM HÀM SỐ BẬC HAI

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích của phần này chỉ là để HS làm quen với một tình huống quen thuộc trong đời sống (tính diện tích hình chữ nhật có chu vi cho trước), sẽ dẫn đến một hàm số bậc hai.	Chưa yêu cầu HS phải đi sâu vào tình huống này ngay. Tình huống này sẽ được khai thác xuyên suốt trong cả bài.
HĐ1. Nhận biết hàm số bậc hai	Đây là tình huống cho HS làm quen với hàm số bậc hai xuất hiện trong một tình huống thực tiễn (bài toán tính diện tích).	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. Biểu thức diện tích $S(x) = -2x^2 + 20x$ là một hàm số bậc hai đối với x.
Định nghĩa hàm số bậc hai	Giới thiệu định nghĩa hàm số bậc hai tổng quát. Đây là khái niệm then chốt của bài này.	GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. Cần lưu ý cho HS hai điểm quan trọng là hệ số a của x^2 phải khác 0 và tập xác định của hàm số bậc hai là toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu hỏi nhận biết hàm số bậc hai cho bằng công thức	Mục đích là giúp HS nhận biết đâu là hàm số bậc hai và xác định các hệ số tương ứng.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. Để rèn luyện kĩ năng giao tiếp toán học, nên yêu cầu HS giải thích tại sao mỗi hàm số ở *A*, *B*, *D* không phải là hàm số bậc hai.
Ví dụ 1	Mục đích của Ví dụ 1 là rèn luyện cách lập bảng giá trị của một hàm số bậc hai, phục vụ cho việc vẽ đồ thị hàm số bậc hai ở tiết sau.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 1	Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố cách nhận biết, cách xác định các hệ số *a*, *b*, *c* tương ứng; và cách lập bảng giá trị của hàm số bậc hai.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Vận dụng 1	Mục đích là cho HS làm quen với một ứng dụng đơn giản của hàm số bậc hai là mô tả quỹ đạo của một vật rơi tự do.	Ở đây GV nên lưu ý là hàm số cho trong đề bài lấy từ công thức trong Vật lí về tính độ cao của một vật rơi tự do trong không khí là $h = h_0 - \frac{gt^2}{2}$, ở đó h_0 là độ cao ban đầu, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ là gia tốc trọng trường. Ở đây độ cao h là hàm của thời gian t. Chú ý rằng viên bi chạm đất khi độ cao $h = 0$, từ đó tính được thời gian t.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2

2. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ2. Phác thảo đồ thị của hàm số bậc hai từ bảng giá trị của nó	Mục đích của Hoạt động này là "phác thảo" đồ thị của một hàm số bậc hai từ bảng giá trị của nó, bằng cách nối các điểm tương ứng, để có hình dung sơ bộ về đồ thị của hàm số bậc hai.	HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm.
HĐ3. Nhận biết tính chất của đồ thị hàm số bậc hai từ đồ thị	Quan sát đồ thị đã cho của một hàm số bậc hai để rút ra một số tính chất của đồ thị hàm số bậc hai.	Cho HS quan sát đồ thị, sau đó hoàn thành bảng theo mẫu.
Đồ thị của hàm số bậc hai	Cách vẽ đồ thị hàm số bậc hai là nội dung then chốt của bài học này, thậm chí của cả chương này, HS cần nắm vững.	GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. Nhấn mạnh hai yếu tố cơ bản của một parabol là đỉnh và trục đối xứng của nó, từ đó nêu rõ các bước vẽ một parabol.
Ví dụ 2	Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cách vẽ đồ thị của một hàm số bậc hai và từ đồ thị suy ra khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến, giá trị nhỏ nhất (khi $a > 0$) hoặc giá trị lớn nhất (khi $a < 0$) của nó.	Chú ý là ở đây khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến được suy ra từ đồ thị đã vẽ. Điều này rất khác biệt với trước đây khi ta yêu cầu việc lập bảng biến thiên là một bước trong vẽ đồ thị. GV cần lưu ý đặc điểm này khi giảng dạy.
Luyện tập 2	Mục đích của ví dụ này là củng cố các kĩ năng đã được rèn luyện ở Ví dụ 2. Lưu ý rằng khác biệt ở đây so với Ví dụ 2 là xét trường hợp hệ số $a > 0$.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

Tính chất của hàm số bậc hai	Khoảng đồng biến, nghịch biến và cực trị của hàm số bậc hai là những kiến thức trọng tâm của bài này.	Cho HS quan sát dạng đồ thị của hàm bậc hai (trong cả hai trường hợp $a > 0$ và $a < 0$) để rút ra tính chất. GV không yêu cầu HS chứng minh chặt chẽ tính chất này bằng biến đổi đại số, mà ở đây chỉ yêu cầu nhận biết từ hình dạng của đồ thị hàm số bậc hai.
Vận dụng 2	Mục đích là để HS biết vận dụng kiến thức về hàm bậc hai giải quyết một vấn đề thực tiễn (tính độ cao của trụ tháp cầu hình parabol).	Bài này là một bài tập tổng hợp có tính thực tiễn cao, vừa rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học (xây dựng hàm số bậc hai mô tả) và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3. Hướng dẫn giải bài tập

3. Lựa chọn bài tập

- Xác định các yếu tố (đỉnh, trục đối xứng, giao điểm với trục tung, giao điểm với trục hoành nếu có) và vẽ parabol: Bài tập 6.7.
- Dựa vào đồ thị, tìm khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số bậc hai: Bài tập 6.8.
- Xác định phương trình của parabol khi biết một số điều kiện: Bài 6.9, 6.10.
- Xác định dấu của hệ số a và biệt thức Δ khi biết vị trí của parabol trong mặt phẳng toạ độ (kĩ năng đọc thông tin từ đồ thị): Bài 6.11.

  (Bài tập này chuẩn bị cho việc nhận biết Định lí về dấu của tam thức bậc hai ở bài học sau).
- Bài tập vận dụng thực tế liên quan đến hàm số bậc hai: Bài tập 6.12, 6.13, 6.14.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong SBT để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

6.7. a) Toạ độ đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$. Trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$. Giao điểm với Oy là $(0; 2)$.

Giao điểm với Ox là $(1; 0)$ và $(2; 0)$.

b) Toạ độ đỉnh $I\left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$. Trục đối xứng $x=\frac{1}{2}$. Giao với Oy là $(0; 3)$.

Giao với Ox là $I\left(\frac{1\pm\sqrt{7}}{2};0\right)$.

c) Toạ độ đỉnh $I(-1; 0)$. Trục đối xứng $x = -1$. Giao với Oy là $(0; 1)$.

Đồ thị tiếp xúc với Ox tại điểm $(-1; 0)$.

d) Toạ độ đỉnh $I\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{4}\right)$. Trục đối xứng $x=\frac{1}{2}$. Giao với Oy là $(0; -1)$.

Đồ thị không cắt Ox.

6.8. a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$, đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$, đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

6.9. a) $y=\frac{5}{2}x^2-\frac{7}{2}x+1$; b) $y = x^2 - 2x + 1$;

c) $y = -x^2 + 2x + 1$; d) $y = 5x^2 + 5x + 1$.

6.10. Lưu ý rằng có thể viết phương trình của parabol dưới dạng $y = a(x - h)^2 + k$, trong đó $I(h; k)$ là toạ độ đỉnh của parabol. Ta có $h = 6$, $k = -12$. Do đó $y = a(x - 6)^2 - 12$. Thay toạ độ điểm $A(8; 0)$ vào phương trình này ta tìm được $a = 3$.

6.11. a) $a > 0, \Delta < 0$; b) $a < 0, \Delta < 0$; c) $a > 0, \Delta > 0$; d) $a > 0, \Delta = 0$.

6.12. Giả sử parabol có phương trình (P): $y = ax^2 + bx$. Từ giả thiết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 8 m, suy ra $A(8; 0) \in (P)$. Vì chiều cao của cổng tính từ điểm trên mặt đất cách chân cổng 0,5 m là 2,93 m nên ta có $B(0{,}5; 2{,}93) \in (P)$.

Thay toạ độ của hai điểm A, B vào phương trình parabol, ta tính được $a=-\frac{293}{375}, b=\frac{2\,344}{375}$.

Từ đó tính được hoành độ đỉnh $x_I=-\frac{b}{2a}=4$, và do đó chiều cao của cổng là $y_I = ax_I^2 + bx_I \approx 12{,}5$ (m).

6.13. a) Nửa chu vi hình chữ nhật là: 40 : 2 = 20 (m).

Chiều dài hình chữ nhật là: $20 - x$ (m).

Diện tích hình chữ nhật là: $S = S(x) = x(20 - x) = -x^2 + 20x$ (m^2).

Như vậy, diện tích $S(x)$ của mảnh vườn là hàm số của chiều rộng x.

b) Mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất tức là hàm số $-x^2 + 20x$ đạt giá trị lớn nhất, tức là đạt tại $x = 10$.

Vậy mảnh vườn có diện tích lớn nhất khi nó có kích thước là 10 m × 10 m.

6.14. a) Vật đạt độ cao lớn nhất khi y đạt giá trị lớn nhất, tức là khi $x = \frac{500}{3}$ (m).

Ta có $y\left(\frac{500}{3}\right) = \frac{-3}{1\,000} \times \left(\frac{500}{3}\right)^2 + \frac{500}{3} = \frac{250}{3}$ (m).

Vậy độ cao lớn nhất trong quá trình bay của vật là $\frac{250}{3}$ m.

b) Vật chạm đất tức là $y = 0$, hay $\frac{-3}{1\,000}x^2 + x = 0$, suy ra $x = 0$ hoặc $x = \frac{1\,000}{3}$.

Vậy tầm xa của quỹ đạo là $\frac{1\,000}{3}$ m.

Bài 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Giải thích được định lí về dấu của tam thức bậc hai từ việc quan sát đồ thị của hàm số bậc hai.
- Giải được bất phương trình bậc hai.
- Vận dụng được bất phương trình bậc hai một ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn, chẳng hạn xác định chiều cao tối đa để xe có thể qua được hầm có hình dạng parabol, ...

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, chẳng hạn xây dựng bất phương trình bậc hai mô tả chiều cao tối đa để xe có thể qua được hầm có hình dạng parabol, ...
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Định lí về dấu của tam thức bậc hai là kiến thức then chốt của bài này và cả chương này, là cơ sở để giải bất phương trình bậc hai và các bài toán thực tiễn liên quan.
- Trong Chương trình môn Toán năm 2018, chúng ta không yêu cầu HS chứng minh định lí về dấu của tam thức bậc hai một cách chặt chẽ bằng đại số, mà chỉ yêu cầu HS giải thích được định lí này từ dạng đồ thị của hàm số bậc hai tương ứng. GV cần lưu ý điều này khi giảng dạy.
- Sau khi HS đã nắm được định lí về dấu của tam thức bậc hai và cách giải bất phương trình bậc hai thì nên hướng dẫn HS việc tìm nghiệm của bất phương trình bậc hai bằng cách sử dụng máy tính cầm tay. Điều này sẽ giúp HS tiết kiệm được thời gian tính toán, nhất là trong những bài có số liệu không đẹp.
- Chuẩn bị: GV chuẩn bị:

  + Tranh ảnh, hình vẽ đồ thị của các hàm số quen thuộc, sử dụng trong bài.

  + Máy tính cầm tay.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (3 tiết):

– Tiết 1: Mục 1. Dấu của tam thức bậc hai.

– Tiết 2: Mục 2. Bất phương trình bậc hai.

– Tiết 3: Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích của phần này chỉ là để HS làm quen với khái niệm bất phương trình bậc hai một ẩn.	Chưa yêu cầu HS phải đi sâu vào tình huống này ngay, mà chỉ cần cho HS đọc tình huống và hiểu yêu cầu ở đây là phải đánh giá x. GV chưa nên nói gì đến khái niệm tam thức bậc hai ở bước này.

HĐ1. Nhận biết tam thức bậc hai	Đây là tình huống cho HS làm quen với tam thức bậc hai.	HS phát hiện điểm chung của các biểu thức là chúng đều là đa thức (của biến x) và bậc của các đa thức đó đều là 2.
Định nghĩa tam thức bậc hai	Giới thiệu định nghĩa tam thức bậc hai tổng quát. Đây là khái niệm then chốt của bài này.	GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. Cần lưu ý cho HS điểm quan trọng là hệ số a của x^2 phải khác 0.
Luyện tập 1	Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố cách nhận biết tam thức bậc hai, cách xác định các hệ số a, b, c tương ứng.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
HĐ2. Nhận biết mối quan hệ giữa dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ với hệ số a của nó khi $a > 0$.	Nhận xét mối quan hệ giữa dấu của tam thức bậc hai và hệ số a trên các khoảng đã cho.	Cho HS quan sát đồ thị hàm bậc hai tương ứng và nhận xét.
HĐ3. Nhận biết mối quan hệ giữa dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ với hệ số a của nó khi $a < 0$.		
HĐ4. Quan sát đồ thị và hoàn thành bảng để nhận biết định lí về dấu của tam thức bậc hai	Nhận xét vị trí của đồ thị so với trục Ox (suy ra dấu của tam thức bậc hai).	Cho HS quan sát dạng đồ thị và hoàn thành bảng để nhận biết định lí về dấu của tam thức bậc hai.
Định lí về dấu của tam thức bậc hai	Đây là kiến thức trọng tâm của bài.	GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.
Ví dụ 1	Rèn luyện cách xét dấu của tam thức bậc hai, dựa vào định lí về dấu của tam thức bậc hai.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Luyện tập 2	Củng cố cách xét dấu của tam thức bậc hai.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. a) $-3x^2 + x - \sqrt{2} < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. b) $x^2 + 8x + 16 > 0$ với mọi $x \neq -4$. c) $-2x^2 + 7x - 3 > 0$ với mọi $x \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ và $-2x^2 + 7x - 3 < 0$ với mọi $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty)$.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2

2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ5. Nhận biết bất phương trình bậc hai	Mục đích của Hoạt động này là nhận biết một tình huống bất phương trình bậc hai xuất hiện trong thực tiễn (bài toán so sánh diện tích).	GV cho HS tham gia hoạt động, viết trên giấy hoặc gọi HS trả lời. GV nhận xét.
Bất phương trình bậc hai	Giới thiệu khái niệm bất phương trình bậc hai, khái niệm nghiệm và tập nghiệm, việc giải bất phương trình bậc hai.	GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. Cần nhấn mạnh cho HS thấy việc giải một bất phương trình bậc hai quy về xét dấu của tam thức bậc hai tương ứng.
Ví dụ 2	Rèn luyện cách giải bất phương trình bậc hai.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm.
Ví dụ 3	Quay lại giải quyết bài toán mở đầu.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm.

Luyện tập 3	Củng cố kĩ năng giải bất phương trình bậc hai cho HS.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. Tập nghiệm của bất phương trình là: a) $S = \mathbb{R}$; b) $S = \{4\}$; c) $S = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.
Vận dụng	Áp dụng bất phương trình bậc hai vào một tình huống thực tiễn.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. Xét bất phương trình $-4,9t^2 + 20t + 1 > 5$ $\Leftrightarrow -4,9t^2 + 20t - 4 > 0$. Nghiệm của phương trình $-4,9t^2 + 20t - 4 = 0$ là $t \approx 0,21$; $t \approx 3,87$. Do đó, nghiệm của bất phương trình là $t \in (0,21; 3,87)$. Vậy khoảng thời điểm $t \in (0,21; 3,87)$ (s) trong quá trình bay của quả bóng thì nó sẽ ở độ cao trên 5 m so với mặt đất.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3. Hướng dẫn giải bài tập

3. Lựa chọn bài tập

– Xét dấu của tam thức bậc hai: Bài 6.15.

– Giải bất phương trình bậc hai: Bài tập 6.16.

– Tìm điều kiện để tam thức bậc hai có tham số luôn dương hoặc luôn âm: Bài 6.17.

– Bài tập vận dụng thực tế: Bài tập 6.18, 6.19.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong SBT để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

6.15. a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ có hai nghiệm $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 1$. Vì $a = 3 > 0$ nên $f(x) > 0$ khi $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$ và $f(x) < 0$ khi $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

b) $f(x) = x^2 + 2x + 1 > 0$ với mọi $x \neq -1$ và $f(-1) = 0$.

c) $f(x) = -x^2 + 3x - 2 < 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ và $f(x) > 0$ khi $x \in (1; 2)$.

d) $f(x) = -x^2 + x - 1 < 0$ với mọi x.

6.16. Lập bảng xét dấu tam thức bậc hai ở vế trái. Từ đó suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho.

a) Tập nghiệm là $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

b) Tập nghiệm là $\left(1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2}\right)$.

c) Tập nghiệm là $\left(-\infty; \frac{6-\sqrt{39}}{3}\right] \cup \left[\frac{6+\sqrt{39}}{3}; +\infty\right)$.

d) Tập nghiệm là toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$.

6.17. Vì a = 1 > 0 nên tam thức bậc hai đã cho dương với mọi x khi và chỉ khi

$$\Delta = (m+1)^2 - 4(2m+3) = m^2 - 6m - 11 < 0,$$

tức là $3 - 2\sqrt{5} < m < 3 + 2\sqrt{5}$.

6.18. Độ cao của vật so với mặt đất được cho bởi công thức

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 320 + 20t - 4{,}9t^2 \text{ (m)}.$$

Vật cách mặt đất không quá 100 m khi và chỉ khi $h(t) \leq 100$, tức là $-4{,}9t^2 + 20t + 320 \leq 100$ hay tương đương $4{,}9t^2 - 20t - 220 \geq 0$.

Giải bất phương trình này và chú ý đến điều kiện $t > 0$ ta được: $t \geq \frac{10 + \sqrt{1178}}{4{,}9} \approx 9{,}05$ (s).

6.19. Vì điểm M nằm giữa A và B nên $MB = AB - AM = 4 - x$.

Gọi S, S_1, S_2 lần lượt là diện tích hình tròn đường kính AB, AM và MB.

Ta có: $S_1 + S_2 = \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{4-x}{2}\right)^2 = \frac{x^2 - 4x + 8}{2}\pi.$

$$S(x) = S - (S_1 + S_2) = 4\pi - \frac{x^2 - 4x + 8}{2}\pi = \frac{-x^2 + 4x}{2}\pi.$$

Do đó từ điều kiện $S(x) \le \frac{1}{2}(S_1 + S_2)$ ta được bất phương trình bậc hai $3x^2 - 12x + 8 \ge 0$.

Giải bất phương trình bậc hai này và kết hợp với điều kiện $0 \le x \le 4$, ta được

$$x \in \left[0; \frac{6-2\sqrt{3}}{3}\right] \cup \left[\frac{6+2\sqrt{3}}{3}; 4\right].$$

Bài 18. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

– Giải được các phương trình chứa căn thức có dạng

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}\ ; \qquad \sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e.$$

2. Về năng lực, phẩm chất

– Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, xây dựng bất phương trình bậc hai mô tả chiều cao tối đa để xe có thể qua được hầm có hình dạng parabol, ...

– Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– Ở đây chỉ xét một số loại phương trình chứa căn thức đơn giản có thể đưa về phương trình bậc hai nhờ phép bình phương hai vế để khử căn thức. GV cần lưu ý HS quy trình chung để giải một phương trình chứa căn thức:

+ Bình phương hai vế để khử căn thức và giải phương trình nhận được.

+ Thử lại xem các giá trị x tìm được có đúng là nghiệm của phương trình không và kết luận nghiệm.

Vì Chương trình môn Toán năm 2018 không có nội dung biến đổi tương đương các phương trình nên SGK Toán 10 phải trình bày cách giải như trên (rất khác so với trước đây). GV cần lưu ý điều này khi giảng dạy.

– Phương trình chứa căn thức rất phong phú và kĩ thuật giải cũng rất đa dạng, GV không nên khai thác sâu quá vì có thể dẫn đến vượt xa yêu cầu của Chương trình.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian (2 tiết):

- Tiết 1: Dạy lí thuyết, cho đến hết Luyện tập 2.
- Tiết 2: Dạy phần Vận dụng và Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ1. Biến đổi phương trình chứa căn thức về phương trình bậc hai	Đây là tình huống cho HS làm quen với các bước giải một phương trình chứa căn thức.	HS thực hiện từng yêu cầu trong HĐ1.
Ví dụ 1	Mục đích của ví dụ này là rèn luyện phương pháp giải vừa học.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 1	Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố phương pháp giải đã học.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. a) $x=0;\ x=-\frac{3}{5}$. b) Phương trình vô nghiệm.

2. PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ2. Biến đổi phương trình chứa căn thức về phương trình bậc hai	Đây là tình huống cho HS làm quen với các bước giải một phương trình chứa căn thức.	HS thực hiện từng yêu cầu trong HĐ2.
Ví dụ 2	Mục đích của ví dụ này là rèn luyện phương pháp giải vừa học.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

Luyện tập 2	Mục đích của Luyện tập 2 là củng cố phương pháp giải vừa học.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. a) $x = -1; x = -2$. b) Phương trình vô nghiệm.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2

3. PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$ (tiếp)

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Vận dụng	Mục đích của vận dụng này vừa rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vừa rèn luyện cách giải phương trình chứa căn thức, thông qua một bài toán thực tiễn.	GV có thể đưa ra các câu hỏi, gợi ý phù hợp để hướng dẫn HS mô hình hóa bài toán.
Hướng dẫn giải bài tập	GV lựa chọn một số bài tập cuối bài cho HS giải.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

3. Lựa chọn bài tập

– Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$: Bài 6.20.

– Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$: Bài tập 6.21.

– Bài tập vận dụng thực tế: Bài tập 6.22, 6.23.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong Sách bài tập để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

6.20. a) $x = 2$ hoặc $x = -2$; b) $x = \dfrac{5+\sqrt{85}}{6}$;

c) vô nghiệm; d) $x = \dfrac{-11+\sqrt{141}}{2}$.

6.21. a) $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$; b) vô nghiệm;

c) $x = \dfrac{7}{2}$; d) $x = 3$.

6.22. Đặt $AH = x$. Khi đó theo định lí Pythagore, ta có $DH = \sqrt{25 - x^2}$.

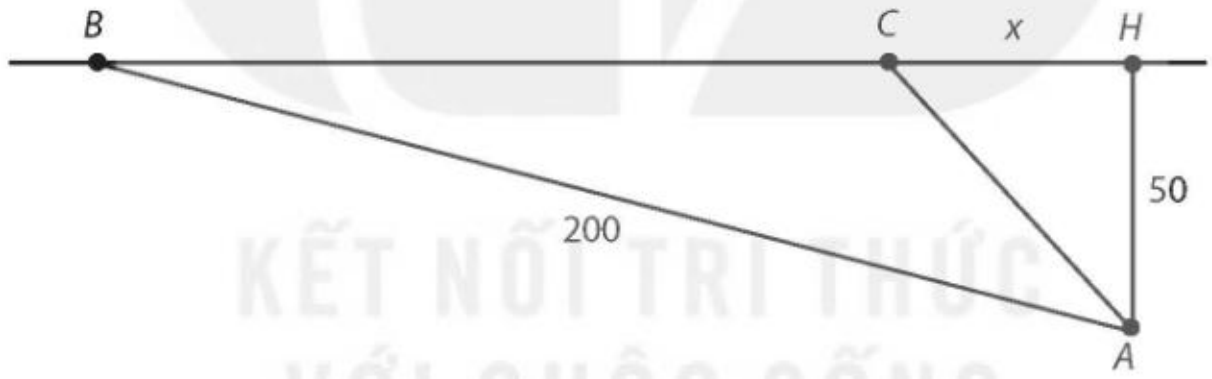
Từ $BH^2 + CH^2 = BC^2$, biến đổi và rút gọn hệ thức này ta được phương trình

$$4\sqrt{25 - x^2} = 19 - x.$$

Giải phương trình này ta được nghiệm $x = 3$.

Từ đây ta tính được $S_{ABCD} = S_{HBC} - S_{HAD} = 30 - 6 = 24$ (đvdt).

6.23. Ta mô hình hoá bài toán như trong hình vẽ sau:



Hùng đến vị trí B, Minh ở vị trí A, H là vị trí lề đường mà Minh đi theo hướng vuông góc với đường BC từ vị trí A.

Giả sử C là vị trí Hùng và Minh gặp nhau, đặt $CH = x$ $(x > 0)$.

Áp dụng định lí Pythagore ta tính được $BH = 50\sqrt{15}$. Khi đó $BC = 50\sqrt{15} - x$ và $CA = \sqrt{x^2 + 50^2}$.

Để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia thì thời gian Hùng đạp xe bằng thời gian Minh đi bộ nên ta có phương trình:

$$\frac{\sqrt{x^2 + 50^2}}{5} = \frac{50\sqrt{15} - x}{15}.$$

Giải phương trình này ta tìm được vị trí hai bạn gặp nhau tại điểm C cách điểm H một khoảng 25,4 m.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

HÀM SỐ
$y = f(x)$

Với mỗi giá trị của x thuộc tập hợp số D có một và chỉ một giá trị tương ứng của y thuộc tập số thực $\mathbb{R}$ thì ta có một hàm số $y = f(x)$.

Ta gọi x là biến số và y là hàm số của x.
Tập hợp D gọi là tập xác định của hàm số.
Tập tất cả các giá trị y nhận được gọi là tập giá trị của hàm số.

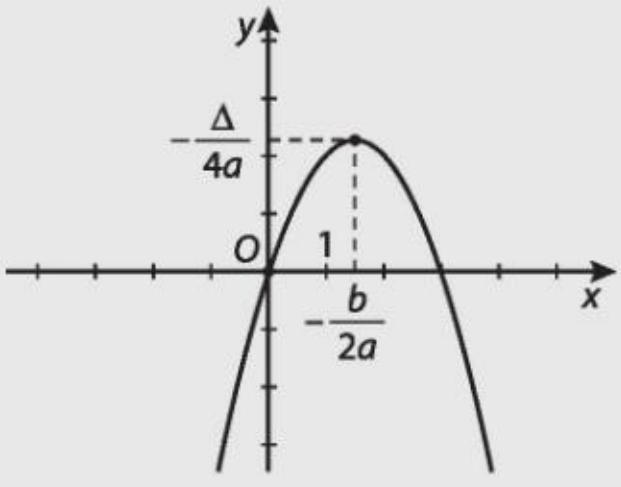
Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng toạ độ với mọi x thuộc D.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến (tăng) trên khoảng $(a; b)$ nếu $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến (giảm) trên khoảng $(a; b)$ nếu $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
Chú ý: a) Đồ thị của một hàm số đồng biến trên khoảng $(a; b)$ là đường "đi lên" từ trái sang phải.
b) Đồ thị của một hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ là đường "đi xuống" từ trái sang phải.

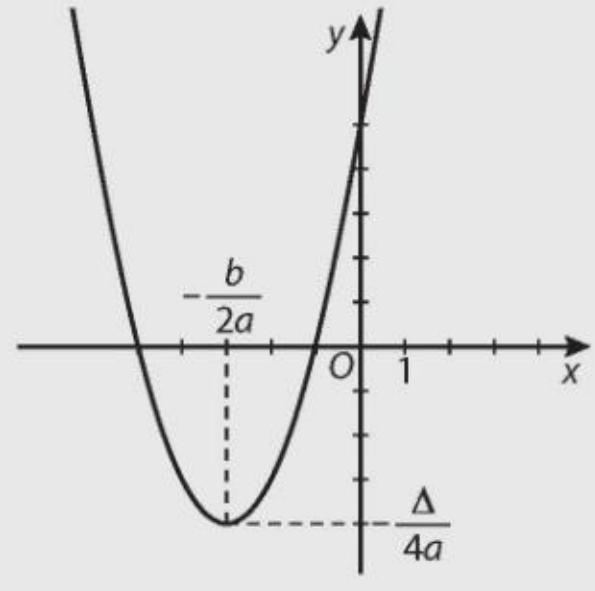
HÀM SỐ BẬC HAI
$y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$

Đồ thị là parabol có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$,
trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

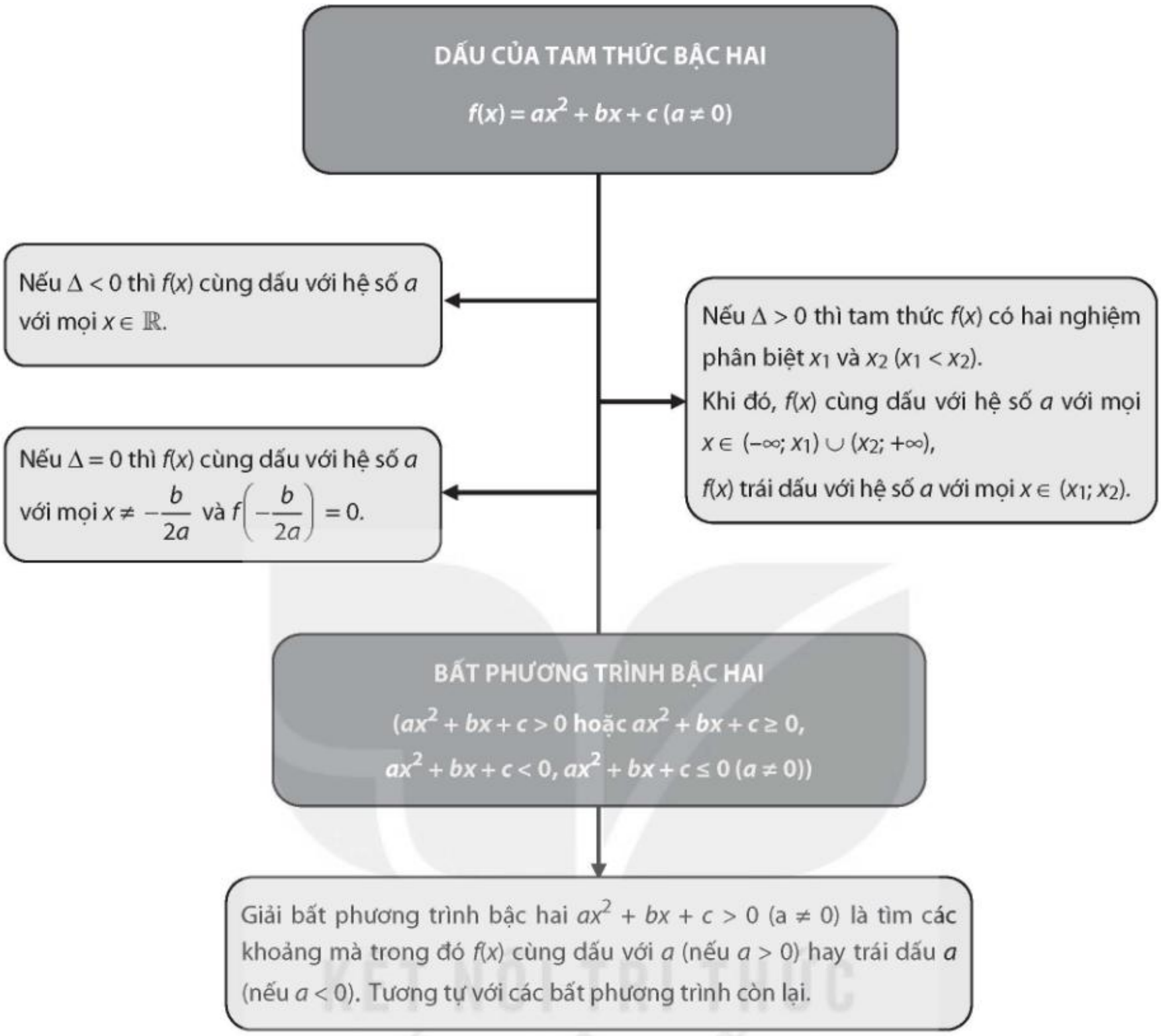
$a < 0$: Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$,
nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.
$-\frac{\Delta}{4a}$ là giá trị lớn nhất của hàm số.



$a > 0$: Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$,
đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.
$-\frac{\Delta}{4a}$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG



II. GỢI Ý DẠY HỌC

- GV hệ thống kiến thức lí thuyết của cả chương (có thể chuẩn bị slide theo tổng kết kiến thức ở trang trước).
- GV hệ thống các dạng toán cơ bản của toàn bộ chương và nhắc lại ngắn gọn phương pháp giải, cũng như những lưu ý cần thiết.
- Tuỳ tình hình thực tế của lớp, GV có thể cho HS chữa một số bài tập ở cuối chương theo dụng ý sư phạm của mình.

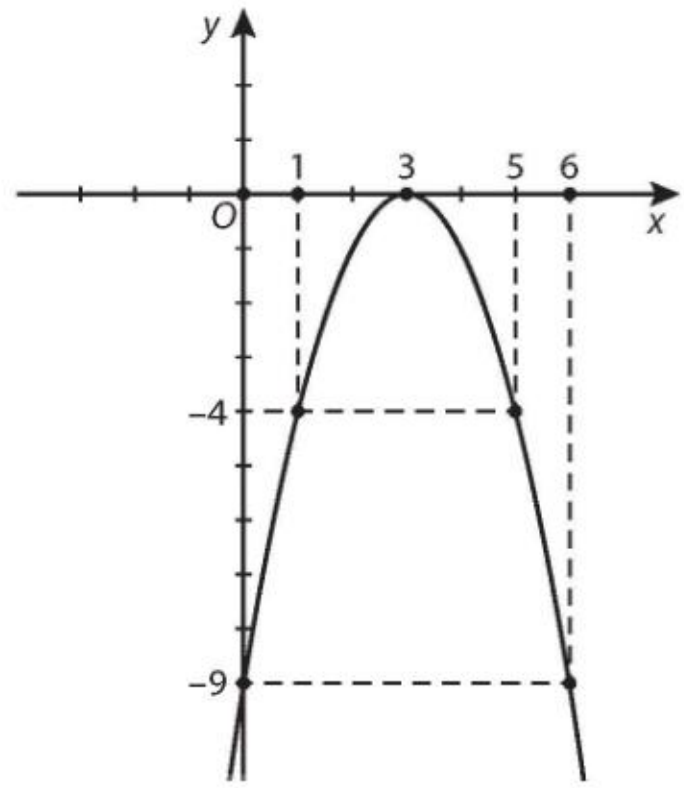
III. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

6.24. B. **6.25.** D. **6.26.** C. **6.27.** A. **6.28.** C.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

6.29. a) $D = \left[\frac{1}{2}; 5\right]$; b) $D = (1; +\infty)$.

6.30. a) Đồ thị hàm số: $y = -x^2 + 6x - 9$.

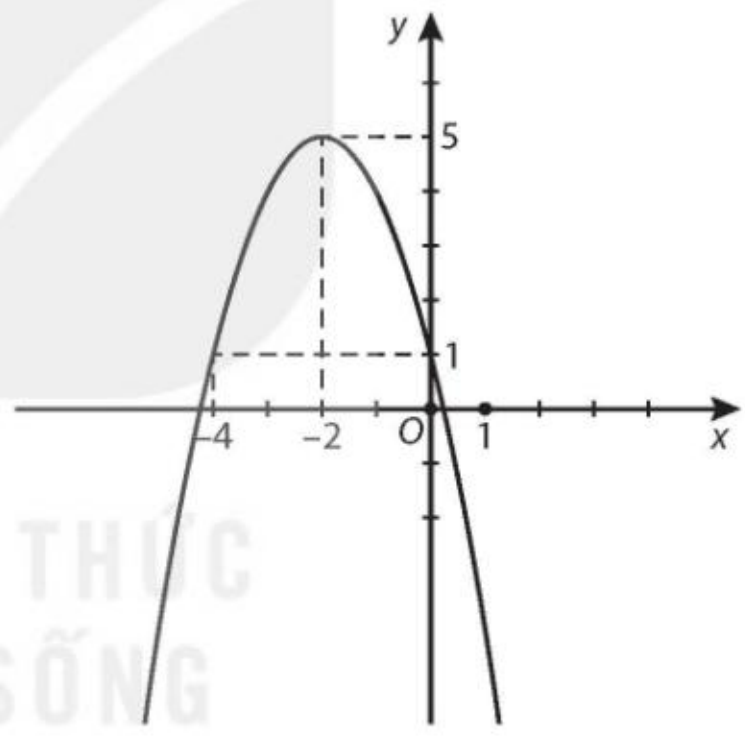


Ta có $a = -1 < 0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới. Đỉnh $I(3; 0)$. Trục đối xứng $x = 3$. Giao điểm của đồ thị với trục Oy là điểm $(0; -9)$, điểm này có điểm đối xứng qua trục $x = 3$ là $(6; -9)$. Lấy hai điểm $(1; -4)$ và $(5; -4)$ thuộc đồ thị hàm số.

Tập giá trị của hàm số là $(-\infty; 0]$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

b) Đồ thị hàm số: $y = -x^2 - 4x + 1$.

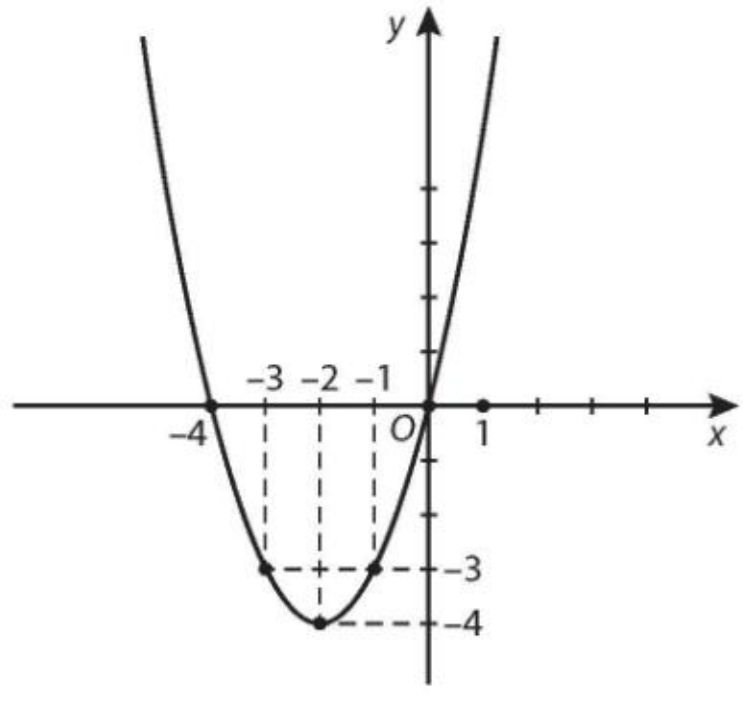


Ta có $a = -1 < 0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới. Đỉnh $I(-2; 5)$. Trục đối xứng $x = -2$. Giao điểm của đồ thị với trục Oy là điểm $(0; 1)$, điểm này có điểm đối xứng qua trục $x = -2$ là $(-4; 1)$. Parabol cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $-x^2 - 4x + 1 = 0$, tức là $x = -2 - \sqrt{5}$ và $x = -2 + \sqrt{5}$.

Tập giá trị của hàm số là $(-\infty; 5]$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

c) Đồ thị hàm số: $y = x^2 + 4x$.



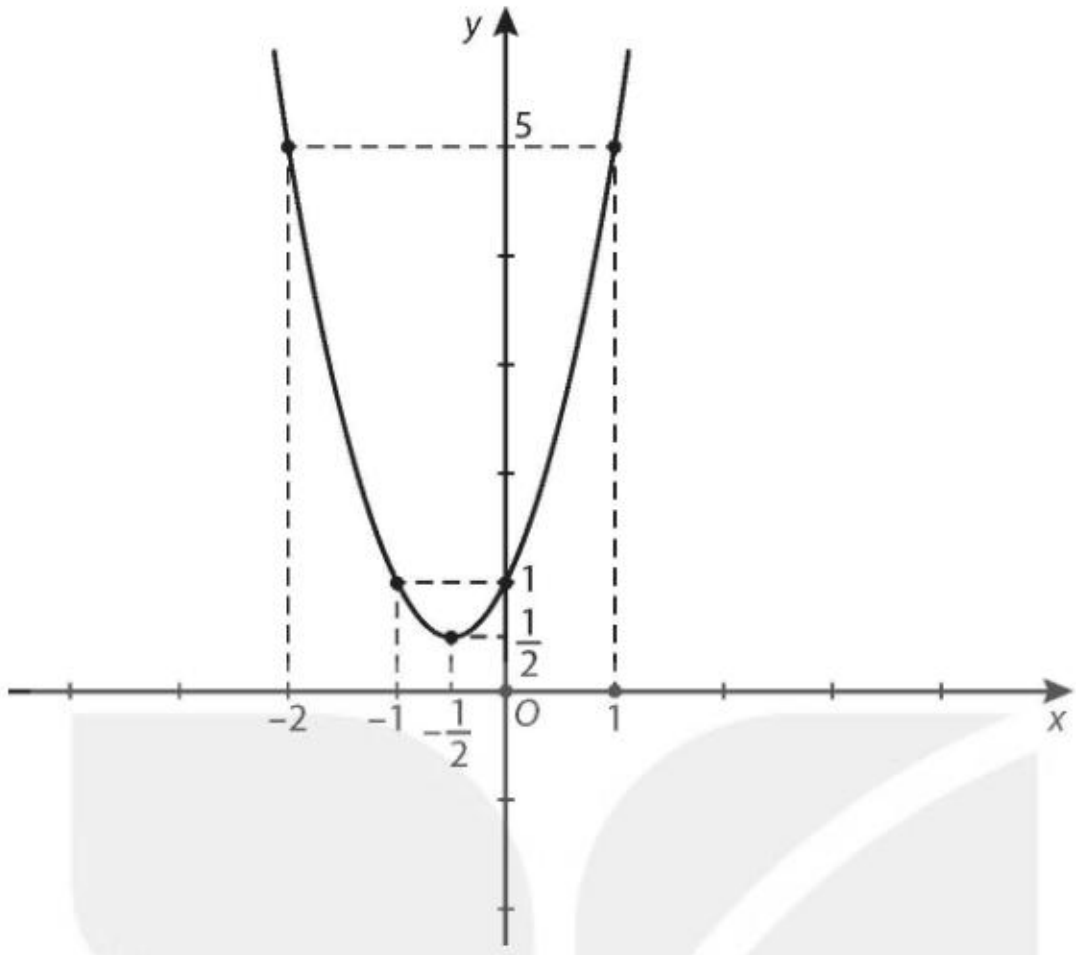
Ta có $a = 1 > 0$ nên parabol quay bề lõm lên trên. Đỉnh $I(-2; -4)$. Trục đối xứng $x = -2$. Giao điểm của đồ thị với trục Oy là điểm $(0; 0)$, điểm này có điểm đối xứng qua trục $x = -2$ là $(-4; 0)$. Lấy hai điểm $(-1; -3)$ và $(-3; -3)$ thuộc đồ thị hàm số.

Tập giá trị của hàm số là $[-4; +\infty)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

d) Đồ thị hàm số: $y = 2x^2 + 2x + 1$.



Ta có $a = 2 > 0$ nên parabol quay bề lõm lên trên. Đỉnh $I(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$. Trục đối xứng $x = -\frac{1}{2}$.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy là điểm $(0; 1)$, điểm này có điểm đối xứng qua trục $x = -\frac{1}{2}$ là $(-1; 1)$. Lấy hai điểm $(1; 5)$ và $(-2; 5)$ thuộc đồ thị hàm số.

Tập giá trị của hàm số là $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

6.31. a) $y = -\frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3$.

b) $y = x^2 - 2x + 3$.

c) $y = -x^2 + 2x + 3$.

6.32. a) Tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

b) Tập nghiệm của bất phương trình là: $(-4; -1)$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình là: $\{2\}$.

d) Bất phương trình vô nghiệm.

6.33. a) Nghiệm của phương trình là: $x = 3$.

b) Nghiệm của phương trình là: $x = -\frac{5}{2}$.

6.34. a) Giả sử $y = at^2 + bt + c$ $(a \neq 0)$ là hàm số mô tả số lượng máy tính xách tay bán được. Do giả thiết (0; 3,2) là đỉnh của đồ thị hàm số nên $b = 0$ và $c = 3,2$.

Điểm (1; 4) thuộc đồ thị hàm số nên ta có $a = 0,8$.

Vậy hàm số cần tìm là: $y = 0,8t^2 + 3,2$.

b) Năm 2024 tương ứng với $t = 6$.

Do đó, số lượng máy tính xách tay đó bán được trong năm 2024 là:

$$y = 0,8 \cdot 6^2 + 3,2 = 32.$$

c) Xét bất phương trình $0,8t^2 + 3,2 > 52$.

Bất phương trình đó tương đương với $0,8t^2 - 48,8 > 0$.

Nghiệm của phương trình $0,8t^2 - 48,8 = 0$ là $t \approx -7,81$; $t \approx 7,81$.

Vậy từ năm 2026 trở đi thì số lượng máy tính xách tay đó bán được vượt 52 nghìn chiếc.

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

CHƯƠNG VII. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

– Descartes và Fermat được cho là đã độc lập phát minh ra phương pháp toạ độ trong nghiên cứu hình học (Hình học giải tích, hay còn gọi là Hình học toạ độ, Hình học Descartes) vào thế kỉ XVII. Descartes bắt đầu từ một đường cong hình học rồi xây dựng phương trình, ngược lại, Fermat bắt đầu từ một phương trình đại số rồi đi tìm đường cong hình học tương ứng. Trước Descartes và Fermat khoảng 1 800 năm, các nhà toán học Hy Lạp cổ đại như Menaechmus, Apollonius đã nghiên cứu Hình học với một phương pháp mà ta có thể liên hệ với phương pháp toạ độ.

– Hình học toạ độ là nền tảng của hầu hết các hình học hiện đại và được áp dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực như Vật lí, Kĩ thuật, Hàng không, Khoa học vũ trụ, ...

2 Cấu tạo chương

Chương này gồm 4 bài và 1 tiết Bài tập cuối chương, được thực hiện trong 12 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 19. Phương trình đường thẳng (2 tiết).

Bài 20. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Góc và khoảng cách (3 tiết).

Bài 21. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ (2 tiết).

Bài 22. Ba đường conic (4 tiết).

Bài tập cuối chương VII (1 tiết).

3 Một số lưu ý

– Trong chương này, bằng cách đưa vào mặt phẳng một hệ trục toạ độ, ta thiết lập được phương trình của đường thẳng, đường tròn và các đường conic. Từ đó, thông qua phương trình, thể hiện các yếu tố hình học của các đường này.

– Trong chương, cần nhấn mạnh tới việc chuyển đổi qua lại giữa ngôn ngữ hình học và ngôn ngữ đại số. Thông qua các ví dụ cụ thể, cho HS thấy ưu điểm và hạn chế của mỗi ngôn ngữ và phương pháp hình học, đại số.

– Sách giảm nhẹ một số nội dung lí thuyết: sự hình thành phương trình chính tắc của các đường elip, hypebol, parabol và công thức khoảng cách từ một điểm đến một

đường thẳng được viết thông qua các hoạt động – GV có thể linh hoạt trong các hoạt động dạy học này; đồng thời chú trọng vào phần vận dụng các nội dung kiến thức để giải các bài toán thực tế, các kiến thức liên môn.

– Trong SGK Toán 10, không đề cập đến tâm sai và hình dạng của ba đường conic, tập trung nhấn mạnh đến ứng dụng của ba đường conic trong các bài toán quang hình, thu phát sóng vô tuyến điện, trong y tế, ...

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 19. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

– Mô tả được phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng.

– Thiết lập được phương trình của đường thẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến hoặc một vectơ chỉ phương hoặc biết hai điểm.

– Giải thích được mối liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và đường thẳng.

– Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về phẩm chất, năng lực

Bài học góp phần phát triển các phẩm chất, năng lực sau cho HS:

– Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt bài học), yêu nước (chẳng hạn, thông qua việc tìm hiểu về hai sân bay Nội Bài, Đà Nẵng, vĩ tuyến 17, hiểu hơn về đất nước);

– Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);

– Năng lực mô hình hoá toán học: Thông qua việc làm vận dụng về đổi nhiệt độ và Bài tập 7.6 về chuyến bay từ sân bay Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng;

– Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt cả bài);

– Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

Ngoài ra, bài học còn góp phần phát triển các năng lực chung: Năng lực tự chủ và tự học (thông qua hoạt động tự tìm hiểu và tự phát hiện tri thức, tự hoàn thành các bài Luyện tập, Vận dụng), năng lực ngôn ngữ (HS có khả năng trình bày kiến thức toán học), năng lực giao tiếp và hợp tác (HS có khả năng giao tiếp toán học với thầy cô và bạn bè, có kĩ năng

hoạt động nhóm) và năng lực công nghệ (Sử dụng được Google Maps để xác định được vị trí của máy bay khi biết vĩ độ và kinh độ).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Trong bài học này, mỗi đường thẳng được nhìn dưới góc độ là tập hợp của những điểm thoả mãn một đặc trưng hình học nào đó, sau đó sử dụng ngôn ngữ đại số để thiết lập được các dạng phương trình của đường thẳng.

2. Mỗi đường thẳng đều có vô số vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến. Tuy nhiên, tất cả các vectơ pháp tuyến của cùng một đường thẳng đều cùng phương, tương tự tất cả các vectơ chỉ phương đều cùng phương. Khi cần viết phương trình đường thẳng, ta nhấn mạnh để HS nắm được hai việc cần làm:

Thứ nhất: Tìm một điểm thuộc đường thẳng;

Thứ hai: Tìm một vectơ pháp tuyến (khi viết phương trình tổng quát) hoặc tìm một vectơ chỉ phương (khi viết phương trình tham số), từ đó viết được phương trình đường thẳng.

3. Khi viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt A và B, HS có thể chọn một trong hai điểm A hoặc B, điều này không ảnh hưởng đến hình thức phương trình tổng quát của đường thẳng. Tuy nhiên trong cách viết phương trình tham số, HS sẽ thấy có sự khác nhau về hình thức. Như vậy, HS thấy được: cùng ở dạng tham số, một đường thẳng có nhiều sự thể hiện khác nhau, và đây cũng là một cách gợi động cơ, hướng HS đến việc xét vị trí tương đối của hai đường thẳng (sẽ học ở bài sau).

4. Khuyến khích HS tìm hiểu thêm về các đường bay nội địa và quốc tế. Lưu ý rằng, nhìn chung, chỉ trong một khoảng thời gian ngắn của di chuyển, ta mới có thể biểu thị sự phụ thuộc giữa vĩ độ và kinh độ của máy bay theo phương trình tham số của đường thẳng.

5. Chuẩn bị: GV chuẩn bị:

- Thước kẻ, máy tính;
- Máy chiếu (để trình chiếu một số hình vẽ), bản đồ Google trực tuyến hoặc quả địa cầu (nếu có).

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 2 tiết.

- Tiết 1: Phương trình tổng quát của đường thẳng. Vectơ chỉ phương của đường thẳng.
- Tiết 2: Phương trình tham số của đường thẳng.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Phương trình tổng quát của đường thẳng. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Mở đầu chương	Giới thiệu khái quát chương. Hình ảnh mở đầu chương thể hiện bản vẽ thiết kế một sân vận động, được vẽ bằng phần mềm Autocad.	Dựa theo SGK; GV có thể trình chiếu các hình vẽ kèm theo.
Tình huống mở đầu	Giới thiệu sơ lược cách đại số hoá đường thẳng.	GV thuyết trình. Sử dụng các biểu thức đại số để biểu diễn đặc trưng hình học của mỗi điểm thuộc đường thẳng, từ đó viết được phương trình của đường thẳng.
HĐ1	Tình huống dẫn dắt đến khái niệm vectơ pháp tuyến.	GV gọi HS trả lời tập hợp điểm và kết luận. Tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua A và vuông góc với giá của $\vec{n}$.
Khung kiến thức	Trình bày định nghĩa vectơ pháp tuyến của đường thẳng.	GV trình bày theo SGK.
Nhận xét	Một đường thẳng có vô số vectơ pháp tuyến và tất cả các vectơ đó cùng phương.	GV có thể nhấn mạnh để HS tìm được một vectơ pháp tuyến thích hợp để viết được phương trình tổng quát của đường thẳng một cách đơn giản.
	Nêu cách xác định đường thẳng.	Cần lưu ý để HS biết được rằng, để lập được phương trình đường thẳng ở dạng tổng quát, em phải tìm được một điểm trên nó và tìm được một vectơ pháp tuyến của nó (tức là tìm được một vectơ (khác $\vec{0}$) có phương vuông góc với đường thẳng).

Ví dụ 1	Tìm một vectơ pháp tuyến của một đường thẳng.	GV có thể sử dụng hình vẽ để minh hoạ.
HĐ2	Viết phương trình đường thẳng khi biết toạ độ của một điểm và một *vectơ pháp tuyến* của nó.	GV có thể gọi HS trả lời các câu hỏi: Khi hai vectơ vuông góc, tích vô hướng của chúng bằng bao nhiêu? Tính toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo toạ độ của các điểm A và M. Thể hiện $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$ theo toạ độ.
Nhận xét	Quá trình xuất hiện phương trình tổng quát của đường thẳng.	GV triển khai theo SGK.
Khung kiến thức	Phương trình tổng quát của đường thẳng.	GV triển khai theo SGK.
Ví dụ 2	Viết phương trình tổng quát của một đường thẳng.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Luyện tập 1	Viết phương trình đường cao trong tam giác.	GV gọi HS trả lời: xác định toạ độ một điểm và một vectơ pháp tuyến của đường cao AH, từ đó viết phương trình tổng quát của AH. HS tự làm. GV gọi HS lên bảng rồi tổng kết lại cách viết phương trình tổng quát của đường thẳng. Đường cao AH đi qua điểm $A(-1; 5)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{AH}} = \overrightarrow{BC} = (4; -2)$. Phương trình tổng quát của AH là $4x - 2y + 14 = 0$.
Ví dụ 3	Giải thích mối liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và phương trình tổng quát của đường thẳng.	Trình bày cho HS như trong SGK. Nhấn mạnh cho HS về mối liên hệ. Lưu ý thêm cho HS rằng, trong Đại số, ta nói đồ thị của hàm số là đường thẳng, nhưng chưa chứng minh. Ví dụ này đưa ra chứng minh cho điều đó.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Luyện tập 2	Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng.	GV hướng dẫn HS viết phương trình đường thẳng ở dạng tổng quát, từ đó chỉ ra một vectơ pháp tuyến của đường thẳng. $3x - y + 4 = 0 \rightarrow \vec{n} = (3;\ -1)$.
Nhận xét	Phân loại đường thẳng.	GV nhấn mạnh cho HS rằng, đường thẳng gồm hai loại: có hệ số góc hoặc vuông góc với trục hoành.
HĐ3	Gợi động cơ để giới thiệu định nghĩa vectơ chỉ phương của đường thẳng.	Có thể sử dụng mô hình giao thông đường bộ ở một thành phố nào đó để minh hoạ cho HĐ3.
Khung kiến thức	Trình bày định nghĩa vectơ chỉ phương của đường thẳng.	GV có thể nhấn mạnh thêm về vectơ chỉ phương: Trong định nghĩa vectơ chỉ phương không đề cập đến chiều, độ dài của vectơ.
Nhận xét	Một đường thẳng có vô số vectơ chỉ phương và tất cả các vectơ đó cùng phương.	Nhận xét này giúp HS xác định được một vectơ chỉ phương thích hợp để viết được phương trình tham số của đường thẳng một cách đơn giản.
	Trình bày cách xác định đường thẳng.	Thông qua nhận xét này, HS biết được rằng, để lập được phương trình đường thẳng ở dạng tham số, cần tìm được một điểm trên nó và tìm được một vectơ chỉ phương của nó.
	Đối với mỗi đường thẳng: vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến vuông góc với nhau.	Nhận xét này cho phép chúng ta xác định được vectơ chỉ phương khi biết vectơ pháp tuyến và ngược lại. Nếu $\vec{n} = (A;\ B)$ thì có thể chọn $\vec{u} = (B; -A)$ hoặc $\vec{u} = (-B; A)$. Nếu $\vec{u} = (a;\ b)$ thì có thể chọn $\vec{n} = (b; -a)$ hoặc $\vec{n} = (-b; a)$.

Ví dụ 4	Tìm hai vectơ chỉ phương của đường thẳng.	GV hướng dẫn HS thực hiện. Bình luận để HS biết cách rút gọn vectơ chỉ phương (và tương tự đối với vectơ pháp tuyến).
Luyện tập 3	Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng ở dạng tổng quát.	GV gọi HS trả lời. Đáp số: $\vec{n} = (2; -1) \rightarrow \vec{u} = (1; 2)$.
Tổng kết	Tóm tắt kiến thức và dặn dò HS làm bài tập về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế trên lớp.

Tiết 2. Phương trình tham số của đường thẳng

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nhắc lại kiến thức	Nhắc lại về định nghĩa vectơ pháp tuyến, vectơ chỉ phương của đường thẳng và mối liên hệ giữa chúng.	GV vẽ hình và hỏi HS.
HĐ4	Đưa ra một mô hình thực tế để tạo ra phương trình tham số của đường thẳng. Từ mô hình thực tế này, GV gợi mở cho HS đến dạng tham số của đường thẳng.	GV có thể làm rõ thêm để HS thấy được: HS đã từng quen với mối liên hệ giữa quãng đường, vận tốc và thời gian. Ví dụ này cho phép xác định vị trí của vật tại một thời điểm. a) Vật thể chuyển động trên đường thẳng qua $A(2; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v}(3; 4)$. b) Giả sử tại thời điểm t, vật thể ở vị trí $M(x; y)$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = t\vec{v}$, tức là $\begin{cases} x - 2 = 3t \\ y - 1 = 4t \end{cases}$. Vậy $M(2 + 3t; 1 + 4t)$.
Khung kiến thức	Định nghĩa phương trình tham số của đường thẳng. Đây là kiến thức quan trọng của bài này.	GV triển khai theo SGK. GV lưu ý cho HS: – Khi viết phương trình tham số của đường thẳng, HS có thể bị nhầm lẫn

		giữa hoành độ, tung độ của điểm A với hai thành phần hoành độ, tung độ của vectơ chỉ phương. – Nếu đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ thì d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b)$.
Ví dụ 5	Viết phương trình tham số của đường thẳng khi biết một điểm và một vectơ chỉ phương.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Luyện tập 4	Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua một điểm và song song với một đường thẳng cho trước.	GV có thể gợi ý HS trả lời các câu hỏi: Mối liên hệ của các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng song song, từ đó HS tìm được một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ và viết được phương trình tham số của nó. Đáp số: $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 + 3t. \end{cases}$
Ví dụ 6	Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Luyện tập 5	Lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm.	GV hướng dẫn HS thực hiện, trong quá trình đó có thể gợi ý để HS làm rõ một số vấn đề sau: Khi viết *phương trình tham số* của đường thẳng AB: Em hãy cho biết đường thẳng AB đi qua điểm nào? Em có xác định được một vectơ chỉ phương của AB không? Khi viết *phương trình tổng quát* của đường thẳng: Đường thẳng AB đi qua điểm nào? Em có tìm được vectơ pháp tuyến của AB khi biết vectơ chỉ phương của AB?

		Đáp số: Phương trình tham số: $\begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1) \cdot t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1) \cdot t. \end{cases}$ Phương trình tổng quát: $(y_2 - y_1) \cdot (x - x_1)$ $-(x_2 - x_1) \cdot (y - y_1) = 0.$
Vận dụng	HS làm quen với việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị độ C và độ F	HS có thể làm việc theo nhóm, sau đó GV có thể gọi HS trả lời cách làm. Ta có $\overrightarrow{u_{AB}} = \overrightarrow{AB} = (100; 180)$. Do đó $\overrightarrow{n_{AB}} = (9; -5)$. Mặt khác AB đi qua điểm $A(0; 32)$ nên phương trình của AB là $9x - 5y + 160 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{5y - 160}{9}$. Khi $y = 0^\circ$ F ta có $x = \dfrac{5 \cdot 0 - 160}{9} = \left(\dfrac{-160}{9}\right)^\circ$ C. Khi $y = 100^\circ$ F ta có $x = \dfrac{5 \cdot 100 - 160}{9} = \left(\dfrac{340}{9}\right)^\circ$ C. Vậy 0°F, 100°F tương ứng xấp xỉ -18°C, 38°C. Cho HS quan sát hình nhiệt kế trong SGK để thấy sự phù hợp giữa kết quả tính toán nói trên và sự thể hiện trên nhiệt kế.
Hướng dẫn HS giải bài tập	Củng cố và vận dụng kiến thức đã học, rèn luyện kĩ năng cho HS.	Tuỳ theo tình hình thực tế, GV có thể hướng dẫn cho HS cách giải một số bài tập trong SGK.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

3. Phân loại bài tập

- Viết phương trình tổng quát, tham số của đường: Bài 7.1, 7.2.
- Bài tập chuyển đổi giữa hai dạng phương trình tổng quát sang phương trình tham số và ngược lại: Bài 7.3.
- Bài tập tổng hợp (viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm, phương trình đường cao, phương trình đường trung tuyến): Bài 7.4, 7.5.
- Bài tập vận dụng: Bài 7.6.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

7.1. a) $2(x-1)+1(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y-5=0.$

b) $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+2t. \end{cases}$

c) Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;\ 3)$ nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(-3;-2)$ là vectơ chỉ phương nên phương trình tham số của AB là $\begin{cases} x=1-3t \\ y=3-2t. \end{cases}$

7.2. Trục Ox đi qua $O(0;\ 0)$ và nhận $j(0;1)$ là vectơ pháp tuyến, phương trình của Ox là

$$0\cdot(x-0)+1\cdot(y-0)=0 \Leftrightarrow y=0.$$

Trục Oy đi qua $O(0;\ 0)$ và nhận $\vec{i}(1;0)$ là vectơ pháp tuyến, phương trình của Oy là

$$1\cdot(x-0)+0\cdot(y-0)=0 \Leftrightarrow x=0.$$

7.3. a) Đường thẳng Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{\Delta_1}}=(2;\ 5)$. Do đó Δ_1 có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{\Delta_1}}=(5;-2)$, đồng thời Δ_1 đi qua điểm $M(1;\ 3)$. Phương trình tổng quát của Δ_1 là $5(x-1)-2(y-3)=0 \Leftrightarrow 5x-2y+1=0.$

b) Đường thẳng Δ_2 có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{\Delta_2}}=(2;3)$. Do đó Δ_2 có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{\Delta_2}}=(3;-2)$, đồng thời Δ_2 đi qua điểm $M(1;\ 1)$ nên phương trình tham số của Δ_2 là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-2t. \end{cases}$

7.4. a) Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC là đường thẳng đi qua A nhận vectơ $\overrightarrow{BC}=(-5;-1)$ là vectơ pháp tuyến nên phương trình của đường cao đó là:

$$-5(x-1)-1(y-2)=0 \Leftrightarrow 5x+y-7=0.$$

b) Gọi M là trung điểm của AC. Ta có

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{1+(-2)}{2} = -\dfrac{1}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{2+(-1)}{2} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$$

Trung tuyến BM đi qua điểm $B(3;\ 0)$ nhận vectơ $\overrightarrow{u_{BM}} = 2\overrightarrow{BM} = (-7;1)$ là vectơ chỉ phương nên phương trình tham số của BM là $\begin{cases} x = 3-7t \\ y = t. \end{cases}$

7.5. Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;\ 0)$ và $B(0;\ b)$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AB} = (-a;b)$. Do đó d có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_d} = (b;a)$, đồng thời d đi qua điểm $A(a;\ 0)$. Phương trình tổng quát của d là

$$b(x-a)+a(y-0)=0 \Leftrightarrow bx+ay-ab=0 \Leftrightarrow \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$

7.6. a) Máy bay đến sân bay Đà Nẵng ứng với t giờ thoả mãn

$$\begin{cases} 16{,}1 = 21{,}2 - \dfrac{153}{40}\cdot t \\ 108{,}2 = 105{,}8 + \dfrac{9}{5}\cdot t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{153}{40}t = 5{,}1 \\ \dfrac{9}{5}t = 2{,}4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{4}{3} \\ t = \dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{4}{3}.$$

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất $\frac{4}{3}$ giờ.

b) Tại thời điểm $t = 1$ giờ, ta có $x = 21{,}2 - \dfrac{153}{40}\cdot 1 = 17{,}375$ (vĩ độ Bắc).

Vậy tại thời điểm 1 giờ sau khi cất cánh, máy bay ở vị trí có vĩ độ $17{,}375^\circ$ Bắc nên máy bay chưa bay qua vĩ tuyến 17.

Bài 20. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được hai đường thẳng cắt nhau, song song, trùng nhau, vuông góc.
- Thiết lập được công thức tính góc giữa hai đường thẳng.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

– Vận dụng được công thức tính góc và khoảng cách để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về phẩm chất, năng lực

Bài học góp phần phát triển các phẩm chất, năng lực sau cho HS:

– Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt bài học), yêu nước;

– Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);

– Năng lực mô hình hoá toán học: Thông qua việc giải bài tập vận dụng;

– Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt cả bài);

– Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

Ngoài ra, bài học còn góp phần phát triển các năng lực chung: Năng lực tự chủ và tự học (thông qua hoạt động tự tìm hiểu và tự phát hiện tri thức, tự hoàn thành các bài luyện tập, vận dụng), năng lực ngôn ngữ (HS có khả năng trình bày kiến thức toán học), năng lực giao tiếp và hợp tác (HS có khả năng giao tiếp toán học với thầy cô và bạn bè, có kĩ năng hoạt động nhóm) và năng lực công nghệ (tìm hiểu về phần mềm GeoGebra).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Bài học sử dụng phương trình của đường thẳng để thể hiện các yếu tố hình học có liên quan (vị trí tương đối của hai đường thẳng, góc giữa hai đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng).

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng được xét theo hai cách:

Cách 1: Sử dụng nghiệm của hệ phương trình (gồm phương trình của hai đường thẳng).

Cách 2: Sử dụng vectơ pháp tuyến hoặc vectơ chỉ phương.

Trong cách 1, GV có thể hướng dẫn HS sử dụng máy tính bỏ túi để tìm nghiệm của hệ.

Với những lớp khá, giỏi, GV có thể cho thêm ví dụ để HS sử dụng vectơ chỉ phương của hai đường thẳng để xét vị trí tương đối của hai đường.

3. Khi tìm góc giữa hai đường thẳng, GV nhấn mạnh để HS thấy được sự không đồng nhất giữa các khái niệm góc của hai đường thẳng và góc giữa hai vectơ pháp tuyến (hoặc hai vectơ chỉ phương) tương ứng, từ đó giúp cho HS thấy được công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

GV có thể gợi ý để HS tự thiết lập biểu thức toạ độ của công thức tính góc giữa hai đường thẳng thông qua hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

4. GV trình bày chi tiết để HS thấy được ý nghĩa hình học của hệ số góc.

Chuẩn bị: GV chuẩn bị:

– Thước kẻ, máy tính;

– Máy chiếu (để trình chiếu một số hình vẽ), chiếu phần mềm GeoGebra (nếu có thể).

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 3 tiết.

– Tiết 1: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Góc giữa hai đường thẳng.

– Tiết 2: Luyện tập về góc giữa hai đường thẳng. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

– Tiết 3: Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Góc giữa hai đường thẳng

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Sử dụng phương trình đường thẳng để thể hiện các yếu tố liên quan đến đường thẳng.	GV dựa theo SGK.
HĐ1	Thông qua ví dụ cụ thể, cho HS thấy mối liên hệ giữa toạ độ giao điểm của hai đường thẳng và nghiệm của hệ phương trình tương ứng.	GV hướng dẫn HS cách kiểm tra một điểm có thuộc một đường thẳng cho trước hay không. GV hướng dẫn HS có thể tìm được giao điểm của hai đường thẳng bằng các phương pháp cộng, phương pháp thế hoặc sử dụng máy tính bỏ túi.
Nhận xét	Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng dựa vào hệ phương trình.	GV dựa theo SGK.
Khung kiến thức	Dựa vào số nghiệm của hệ phương trình để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.	GV dựa theo SGK. Bình luận để HS thấy, ta đã chuyển một vấn đề hình học sang một vấn đề đại số (đã biết).

Chú ý	Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng dựa vào mối liên hệ giữa các vectơ pháp tuyến hoặc vectơ chỉ phương.	GV vẽ hình ba trường hợp vị trí tương đối giữa hai đường thẳng (kèm theo vectơ pháp tuyến, vectơ chỉ phương) và gọi HS nhận xét, sau đó tổng kết lại kiến thức.
Ví dụ 1	Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.	GV trình bày, giảng giải cho HS.
Nhận xét	Sử dụng điểm chung để phân biệt trường hợp song song và trường hợp trùng nhau.	Có thể sử dụng hình vẽ để minh hoạ.
Luyện tập 1	HS luyện tập về xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.	HS tự làm, GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời. GV có thể chia lớp thành 2 nhóm, nhóm 1 tìm nghiệm của hệ phương trình (sử dụng máy tính cầm tay), nhóm 2 dựa vào vectơ pháp tuyến để tìm vị trí tương đối của hai đường thẳng. a) Ta có $\frac{1}{1} \neq \frac{4}{-4}$, do đó hai vectơ pháp tuyến không cùng phương. Vậy hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau. b) Ta có $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, do đó hai vectơ pháp tuyến này cùng phương. Suy ra Δ_1, Δ_2 song song hoặc trùng nhau. Mặt khác, điểm $M_1\left(\sqrt{5}; 0\right)$ thuộc Δ_1 nhưng không thuộc Δ_2. Vậy hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 song song.
HĐ2	Nhắc lại mối liên hệ giữa bốn góc được tạo thành từ hai đường thẳng cắt nhau.	GV gọi HS trả lời rồi kết luận.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Khung kiến thức	Định nghĩa góc giữa hai đường thẳng.	GV dựa theo SGK.
HĐ3	Thiết lập mối liên hệ của góc giữa hai đường thẳng với góc giữa hai vectơ pháp tuyến.	GV yêu cầu HS quan sát 2 hình vẽ rồi trả lời phần a); trên cơ sở đó HS trả lời phần b), sau đó GV kết luận.
Khung kiến thức	Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng thông qua hai vectơ pháp tuyến.	GV dựa theo SGK.
Chú ý	Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc.	GV dựa theo SGK hoặc gọi HS trả lời rồi kết luận. Nhấn mạnh để HS hiểu đây là trường hợp riêng, đưa ra chú ý này để áp dụng đơn giản hơn; nếu áp dụng công thức xác định góc giữa hai đường thẳng thì vẫn đúng.
	Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng khi biết hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng.	GV giải thích mối liên hệ giữa góc của hai đường thẳng với hai vectơ chỉ phương của nó, từ đó thiết lập công thức tính góc. GV có thể sử dụng hình vẽ để minh hoạ.
Ví dụ 2	Tính góc giữa hai đường thẳng.	GV gọi HS xác định hai vectơ pháp tuyến rồi hướng dẫn HS sử dụng công thức để tính góc giữa hai đường thẳng.
Luyện tập 2	Luyện tập tính góc giữa hai đường thẳng.	HS tự làm, GV gọi HS lên bảng, GV tổng kết. Lưu ý cho HS các tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng khi đường thẳng cho ở dạng đồ thị hàm số bậc nhất. Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = (1; 3)$. Phương trình tổng quát của Δ_2 là $3x - y + 1 = 0$, $\overrightarrow{n_2} = (3; -1)$.

		Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2. Ta có $\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = 1 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) = 0 \Rightarrow \varphi = 90^o$.
Tổng kết tiết học	Nhắc lại các nội dung chính của tiết học.	GV nhắc lại những kiến thức trọng tâm, dặn dò, giao bài tập cho HS.

Tiết 2. Luyện tập về góc giữa hai đường thẳng. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nhắc lại kiến thức	Nhắc lại công thức tính góc giữa hai đường thẳng.	GV viết công thức xác định góc giữa hai đường thẳng hoặc gọi HS trả lời.
Ví dụ 3	Tính góc giữa hai đường thẳng.	GV hướng dẫn HS cách tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng khi đường thẳng không ở dạng tổng quát. GV có thể hướng dẫn HS tính góc thông qua hai vectơ chỉ phương.
Luyện tập 3	Luyện tập tính góc giữa hai đường thẳng.	HS tự làm, GV gọi HS lên bảng, GV tổng kết. Ta có $\overrightarrow{u_1} = (1;-2), \overrightarrow{u_2} = (1;3)$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2. Ta có $\cos\varphi = \dfrac{\lvert 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 3 \rvert}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow \varphi = 45^o$.
Luyện tập 4	Ý nghĩa hình học của hệ số góc.	GV hướng dẫn HS, triển khai theo mỗi ý trong SGK. a) $y = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{b}{a}$. b) $y = ax$. c) $\alpha_\Delta = \alpha_{\Delta_0}$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		d) $M(x_0; ax_0)$, $\tan\alpha_\Delta = \tan\alpha_{\Delta_0} = \dfrac{ax_0}{x_0} = a.$ (Lưu ý rằng $M(x_0; ax_0)$ thuộc nửa đường tròn đơn vị nên $x_0 \neq 0$).
HĐ4	Các bước chứng minh công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.	GV có thể căn cứ vào tình hình thực tế, hướng dẫn sơ lược hoặc chi tiết.
Khung kiến thức	Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.	GV triển khai dựa theo SGK.
Ví dụ 4	Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.	GV hướng dẫn HS tính khoảng cách.
Trải nghiệm	Kiểm nghiệm công thức tính khoảng cách.	GV giao cho HS về nhà đo đạc, sau đó yêu cầu HS giải thích sự phù hợp của kết quả đo với kết quả ở VD4. Qua đo đạc, HS cần nhận ra độ dài đoạn thẳng MH gấp 2 lần đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ (được thể hiện trên các trục toạ độ).
Luyện tập 5	Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.	HS tự giải, GV gọi HS lên bảng rồi tổng kết. GV hướng dẫn lại HS cách viết phương trình tổng quát khi biết phương trình đường thẳng ở dạng tham số. Phương trình tổng quát của Δ là $4x + 3y - 5 = 0.$ Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ là $d(M, \Delta) = \dfrac{\lvert 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 5 \rvert}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1.$

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Vận dụng	HS làm quen với việc mô hình hoá toán học, sử dụng công thức khoảng cách để giải bài toán liên quan đến thực tế.	GV vẽ hình, vẽ hệ trục toạ độ, gọi HS đọc toạ độ các điểm. GV hướng dẫn HS cách viết phương trình đường thẳng *EF*. HS viết phương trình *EF*, tính khoảng cách rồi trả lời câu hỏi, GV tổng kết và kết luận. Chọn hệ trục toạ độ sao cho ta có toạ độ các điểm là $B(0;\ 0)$, $A(0;\ 12)$, $C(15;\ 0)$ (1 đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ ứng với 1 m trên thực tế). Từ đó toạ độ các điểm *D*, *E*, *F* là $D(15;\ 12)$, $E(5;\ 12)$, $F(15;\ 6)$. Phương trình của đường thẳng *EF* là $$3x + 5y - 75 = 0.$$ Khi đó khoảng cách từ điểm *B* đến đường thẳng EF là: $$d(B, EF) = \frac{\lvert 3.0 + 5.0 - 75 \rvert}{\sqrt{3^2 + 5^2}} \approx 12{,}9 \text{ (m)}.$$ Mặt khác Nam có thể quăng lưỡi câu xa 10,7 (m) < 12,9 (m). Do đó lưỡi câu của Nam không thể rơi vào nơi nuôi vịt được.
Tổng kết tiết học	HS nhìn lại các nội dung chính đã học trong tiết học.	GV nhắc lại những kiến thức trọng tâm, dặn dò, giao bài tập cho HS.

Tiết 3. Hướng dẫn giải bài tập

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tóm tắt lí thuyết	Nhắc lại: xét vị trí tương đối của hai đường thẳng; công thức về góc, khoảng cách.	GV gọi 3 HS: HS thứ nhất nêu cách xét vị trí tương đối của hai đường thẳng, hai HS còn lại lên bảng viết công thức về góc, khoảng cách.
Bài tập 7.7	Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.	Gọi 3 HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét bài làm của HS, GV tổng kết bài tập.

Bài tập 7.8	Tính góc giữa hai đường thẳng.	Gọi 2 HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét bài làm của HS rồi kết luận.
Bài tập 7.9	Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng. Luyện tập viết phương trình đường thẳng.	Gọi HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét bài làm của HS, GV tổng kết bài tập.
Bài 7.10	Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng; tính diện tích tam giác.	Gọi HS lên bảng, GV nhận xét bài làm của HS và kết luận.
Bài 7.11	Thiết lập mối liên hệ giữa hai hệ số góc của hai đường thẳng vuông góc.	GV có thể gợi ý HS sử dụng góc giữa hai đường thẳng thông qua hai vectơ pháp tuyến, sau đó gọi HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét bài làm của HS.
Bài 7.12	Mô hình hoá toán học tình huống truyền âm thanh từ một tín hiệu đến ba tín hiệu thu âm thanh cùng một thời điểm.	GV hướng dẫn HS giải bài tập.

3. Phân loại bài tập

- Vị trí tương đối của hai đường thẳng: Bài 7.7.
- Tính góc giữa hai đường thẳng: Bài 7.8.
- Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng: Bài 7.9.
- Bài tập ôn tập cách viết phương trình đường thẳng: Bài 7.9.
- Bài tập tổng hợp (vận dụng công thức khoảng cách để tính độ dài đường cao, từ đó tính diện tích tam giác): Bài 7.10.
- Thiết lập mối liên hệ của hai đường thẳng vuông góc thông qua hai hệ số góc của đường thẳng: Bài 7.11.
- Mô hình hoá toán học: Bài 7.12.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

7.7. a) Trùng nhau.

b) Song song.

c) Cắt nhau.

7.8. a) Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{n_1} = (\sqrt{3};1), \overrightarrow{n_2} = (1;\sqrt{3})$, từ đó

$$\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{\left|\sqrt{3}\cdot 1+1\cdot\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}.\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng là $\varphi = 30^\circ$.

b) Gọi α là góc giữa hai đường thẳng d và d'.

Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{u_d} = (2;4), \overrightarrow{u_{d'}} = (1;-3)$. Do đó

$$\cos\alpha = \left|\cos\left(\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_{d'}}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\overrightarrow{u_{d'}}\right|} = \frac{\left|2.1+4\cdot(-3)\right|}{\sqrt{2^2+4^2}.\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng d và d' là $\alpha = 45^\circ$.

7.9. a) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ là

$$d(A,\Delta) = \frac{\left|0-2-4\right|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 3\sqrt{2}.$$

b) $1(x+1)+1(y-0)=0 \Leftrightarrow x+y+1=0.$

c) $1(x-0)-1(y-3)=0 \Leftrightarrow x-y+3=0.$

7.10. a) Ta có $\overrightarrow{u_{BC}} = \overrightarrow{BC} = (-5;-3) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BC}} = (3;-5)$, suy ra phương trình tổng quát của đường thẳng BC là $3(x-3)-5(y-2)=0 \Leftrightarrow 3x-5y+1=0.$

Độ dài đường cao AK của tam giác ABC hạ từ đỉnh A là

$$AK = d(A,BC) = \frac{\left|3\cdot 1-5\cdot 0+1\right|}{\sqrt{3^2+(-5)^2}} = \frac{4}{\sqrt{34}}.$$

b) Ta có $\overrightarrow{BC} = (-5;-3) \to BC = \sqrt{(-5)^2+(-3)^2} = \sqrt{34}.$

Suy ra diện tích của tam giác ABC bằng $S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot AK\cdot BC = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{\sqrt{34}}.\sqrt{34} = 2.$

7.11. Đường thẳng d có phương trình tổng quát là $ax-y+b=0$, do đó $\overrightarrow{n_d} = (a;-1)$.

Đường thẳng d' có phương trình tổng quát là $a'x-y+b'=0$, do đó $\overrightarrow{n_{d'}} = (a';-1)$.

Hai đường thẳng d và d' vuông góc khi và chỉ khi hai vectơ $\overrightarrow{n_d}, \overrightarrow{n_{d'}}$ vuông góc, điều đó tương đương $\overrightarrow{n_d} \cdot \overrightarrow{n_{d'}} = 0 \Leftrightarrow a \cdot a' + (-1) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$.

7.12. Gọi J là vị trí âm thanh phát đi. Ta có J cách đều O, A, B. Do đó J là giao của hai đường thẳng trung trực d_1, d_2 tương ứng của OA, AB. Phương trình của d_1, d_2 lần lượt là $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$. Từ đó suy ra $J\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Nhận xét. HS có thể phát hiện ra tam giác OAB vuông tại A, từ đó suy ra J là trung điểm của OB.

Bài 21. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Thiết lập được phương trình đường tròn khi biết toạ độ tâm và bán kính; biết toạ độ ba điểm mà đường tròn đi qua; xác định được tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình của đường tròn.
- Thiết lập được phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ của tiếp điểm.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình đường tròn để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: bài toán về chuyển động tròn trong Vật lí, ...).

2. Về phẩm chất, năng lực

Bài học góp phần phát triển các phẩm chất, năng lực sau cho HS:

- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt bài học);
- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực mô hình hoá toán học: Thông qua việc làm bài tập Vận dụng về việc tối ưu hoá tổng diện tích của các bể sục khi tổng chu vi của chúng không đổi;
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt cả bài);
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

Ngoài ra, bài học còn góp phần phát triển các năng lực chung: Năng lực tự chủ và tự học (thông qua hoạt động tự tìm hiểu và tự phát hiện tri thức, tự hoàn thành các bài Luyện tập, Vận dụng), năng lực ngôn ngữ (HS có khả năng trình bày kiến thức toán học), năng lực giao tiếp và hợp tác (HS có khả năng giao tiếp toán học với thầy cô và bạn bè, có kĩ năng hoạt động nhóm).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Trong bài học này, cả hai dạng (chính tắc, tổng quát) của phương trình đường tròn đều được gọi chung là phương trình đường tròn.
- GV giải thích cho HS thấy được sự biến đổi giữa hai dạng đường tròn với vai trò cầu nối là Ví dụ 2; đồng thời nhấn mạnh cho HS cách dùng mỗi loại phương trình trong từng trường hợp cụ thể.
- Trong phần Vận dụng, GV có thể nhấn mạnh đến ý nghĩa thực tế của bài toán mục tiêu: tổng diện tích (chiếm hồ bơi) của hai bể là nhỏ nhất trong khi tổng chu vi đủ lớn để nhiều người có thể cùng ngồi tựa lưng vào các thành bể sục (có các vòi sục ở thành bể).
- GV nhấn mạnh đến tính chất của tiếp tuyến của đường tròn tại một điểm, do đó tiếp tuyến hoàn toàn xác định (đi qua tiếp điểm, xác định được một vectơ pháp tuyến), từ đó viết được phương trình tiếp tuyến.
- Chuẩn bị: GV chuẩn bị:

  + Thước kẻ, máy tính;

  + Máy chiếu (để trình chiếu một số hình vẽ).

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 2 tiết.

- Tiết 1: Phương trình đường tròn.
- Tiết 2: Tiếp tuyến của đường tròn.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1: Phương trình đường tròn

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Giới thiệu sơ lược cách đại số hoá đường tròn.	GV thuyết trình. Sử dụng các biểu thức đại số để biểu diễn đặc trưng hình học của mỗi điểm thuộc đường tròn, từ đó viết được phương trình của đường tròn.
HĐ1	Quá trình hình thành phương trình đường tròn.	GV gọi HS trả lời công thức tính khoảng cách giữa hai điểm, từ đó áp dụng vào đẳng thức $IM = R$ để

		thiết lập mối liên hệ giữa hoành độ, tung độ của điểm M với hoành độ, tung độ của tâm I và bán kính R.
Khung kiến thức	Phương trình đường tròn.	GV dựa theo SGK.
Ví dụ 1	Tìm tâm và bán kính của đường tròn khi biết phương trình của nó. Viết phương trình đường tròn khi biết tâm và bán kính.	GV hướng dẫn theo SGK. GV lưu ý HS tránh nhầm lẫn thành phương trình: $(x+2)^2+(y-1)^2=64.$
Luyện tập 1	Luyện tập cách xác định toạ độ tâm và bán kính khi biết phương trình của đường tròn.	HS tự làm, GV gọi HS trả lời rồi tổng kết. (C) có tâm $I=(-2;4)$ và có bán kính $R=\sqrt{7}$.
Nhận xét	Khai triển phương trình (1) để hướng đến một dạng biểu diễn khác của phương trình đường tròn.	GV triển khai theo SGK.
Ví dụ 2	Tìm tập hợp điểm thoả mãn một phương trình bậc hai cho trước.	GV triển khai theo SGK. GV có thể giải thích cách làm để HS hiểu: Phương trình (2) có dạng gần giống như dạng khai triển của phương trình (1). Vậy ta có thể biến đổi phương trình (2) về dạng gần giống như phương trình (1) không?
Nhận xét	Nêu dạng biểu diễn thứ hai của phương trình đường tròn.	GV triển khai theo SGK.
Luyện tập 2	Nhận dạng phương trình đường tròn.	HS tự làm, GV gọi HS trả lời câu hỏi rồi tổng kết. a) Đây không là phương trình của đường tròn (vì hai hệ số của x^2 và y^2 không bằng nhau nên ta không thể biến đổi về dạng phương trình đường tròn). b) Phương trình đã cho không là phương trình của đường tròn vì $a^2+b^2-c=(-1)^2+2^2-6<0.$

		c) Ta có $a^2 + b^2 - c = 11 > 0$. Phương trình đã cho là phương trình đường tròn có tâm $I = (-3; 2)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{11}$.
Ví dụ 3	Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm.	GV triển khai theo SGK. GV nhấn mạnh cho HS: Bài toán gồm 3 bước, tìm tâm, tính bán kính, viết phương trình. Tâm đường tròn cách đều các đỉnh nên là giao của hai đường trung trực của các cạnh AB, AC.
Luyện tập 3	Luyện tập viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm.	HS tự làm. GV hướng dẫn HS viết phương trình các đường thẳng trung trực của các đoạn thẳng MN, NP, sau đó tìm giao điểm của hai đường trung trực để tìm được toạ độ tâm của đường tròn ngoại tiếp, từ đó tìm được bán kính và viết phương trình đường tròn ngoại tiếp của tam giác. Phương trình các đường thẳng trung trực Δ_1, Δ_2 của MN, NP lần lượt là $x - 2y - 9 = 0, x - 7y - 34 = 0$. Từ đó ta tìm được tâm $J(-1;-5)$ và bán kính $R = JM = 5$. Vậy phương trình của đường tròn (C) là $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 25$.
Tổng kết	Tổng kết kiến thức và dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế trên lớp.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Tiết 2: Tiếp tuyến của đường tròn

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nhắc lại kiến thức	Nhắc lại 2 dạng phương trình đường tròn.	GV triển khai hoặc gọi HS lên bảng.
Vận dụng 1	Mô hình hoá toán học.	GV nhấn mạnh: S nhỏ nhất khi và chỉ khi R nhỏ nhất; $M(x; y)$ thoả mãn phương trình đường thẳng Δ, đồng thời $M(x; y)$ thuộc đường tròn (C) tâm O, bán kính R. Do đó M thuộc giao của Δ với (C). Từ đó bài toán chuyển về: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung. Điều đó tương đương với Δ tiếp xúc với (C), đồng thời khi đó M trùng với điểm H là hình chiếu vuông góc của O trên Δ. Đáp số: $\begin{cases} x \approx 1{,}38 \\ y \approx 2{,}27. \end{cases}$
HĐ2	Viết phương trình tổng quát của tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ của tiếp điểm.	GV triển khai. GV có thể làm rõ thêm để HS thấy được: Điểm M thuộc (C) khi và chỉ khi toạ độ của nó thoả mãn phương trình (C). Tiếp tuyến của đường tròn có liên hệ gì với bán kính tại tiếp điểm? Từ đó yêu cầu HS chỉ ra vectơ pháp tuyến của tiếp tuyến.
Khung kiến thức	Thiết lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ tiếp điểm.	GV triển khai theo SGK.
Ví dụ 4	Kiểm tra một điểm có thuộc đường tròn (C)? Viết phương	GV triển khai theo SGK.

	trình tiếp tuyến của (C) tại một điểm thuộc (C).	
Luyện tập 4	Luyện tập viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại một điểm thuộc đường tròn.	HS tự làm, GV gọi HS lên bảng, GV chữa bài và tổng kết. Đường tròn của (C) có tâm là điểm $I(1;-2)$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IM}=(0;2)$ làm một vectơ pháp tuyến. Suy ra phương trình tổng quát của d là $y=0$.
Vận dụng 2	Lập quỹ đạo của vật khi văng khỏi chuyển động tròn.	Khi tới vị trí $M(3;4)$, vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn và ngay sau đó bay theo hướng tiếp tuyến d của đường tròn tại điểm M. Do đó d đi qua điểm M và nhận vectơ $\overrightarrow{OM}=(3;4)$ làm vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình của d là: $3x+4y-25=0$.
Hướng dẫn HS giải bài tập:	Củng cố và vận dụng kiến thức đã học, rèn luyện kĩ năng cho HS.	GV có thể hướng dẫn cho HS cách giải một số bài tập.

3. Phân loại bài tập

- Nhận dạng phương trình đường tròn. Tìm tâm, bán kính đường tròn: Bài 7.13, 7.14.
- Viết phương trình đường tròn: Bài 7.15. 7.16.

  Viết phương trình tiếp tuyến: Bài 7.17.
- Bài tập tổng hợp, vận dụng: Bài 7.18.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

7.13. Ta viết phương trình của (C) ở dạng

$$(x-(-3))^2+(y-3)^2=6^2.$$

Vậy (C) có tâm $I=(-3;3)$ và có bán kính $R=6$.

7.14. a) Phương trình đã cho không là phương trình của đường tròn (trong phương trình của đường tròn không có thành phần xy).

b) Ta có $a = 1, b = 2, c = 5$. Suy ra $a^2 + b^2 - c = 1^2 + 2^2 - 5 = 0$.

Do đó phương trình đã cho không là phương trình của đường tròn.

c) Ta có $a = -3$, $b = 4$, $c = 1$. Suy ra $a^2 + b^2 - c = (-3)^2 + 4^2 - 1 = 24 > 0$. Do đó phương trình đã cho là phương trình của đường tròn có tâm $I = (-3; 4)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = 2\sqrt{6}$.

7.15. a) Phương trình đường tròn (C) là $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 49$.

b) Bán kính của đường tròn (C) là $R = IA = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-(-2))^2} = 5$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

c) Vì AB là đường kính của (C) nên (C) có tâm I là trung điểm của AB và có bán kính $R = \dfrac{AB}{2}$. Ta có

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-1-3}{2} = -2 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{-3+5}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I = (-2; 1);$$

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-3+1)^2 + (5-(-3))^2}}{2} = \frac{\sqrt{68}}{2} = \sqrt{17}.$$

Vậy phương trình của đường tròn (C) là $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 17$.

d) Gọi (C) là đường tròn có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : x + 2y + 3 = 0$.

Bán kính của đường tròn (C) là $R = d(I, \Delta) = \dfrac{|1 + 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = 2\sqrt{5}$.

Phương trình của (C) là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$.

7.16. Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC. Ta có $J = d_1 \cap d_2$, trong đó d_1, d_2 lần lượt là trung trực của các cạnh BC, CA.

Gọi M là trung điểm của BC. Ta có

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{4+5}{2} = \dfrac{9}{2} \\ y_M = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{2-5}{2} = -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{9}{2}; -\frac{3}{2}\right).$$

Đường thẳng d_1 đi qua M và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{d_1}} = \overrightarrow{BC} = (1;-7)$.

Phương trình d_1 là: $1\left(x-\frac{9}{2}\right)-7\left(y+\frac{3}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x-7y-15=0.$

Tương tự, phương trình đường thẳng d_2 là: $x+3y+5=0.$

Toạ độ của J thoả mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x-7y-15=0 \\ x+3y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow J(1;-2).$$

Ta có $R = JA = \sqrt{(1-6)^2+(-2+2)^2} = 5.$

Đường tròn (C) có tâm $J(1;-2)$ và có bán kính $R=5$, phương trình của (C) là

$$(x-1)^2+(y+2)^2=25.$$

7.17. Từ phương trình của (C), ta suy ra (C) có tâm là điểm $I(-1;2)$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;\ 2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IM}=(1;0)$ làm một vectơ pháp tuyến. Suy ra phương trình tổng quát của d là

$$1\cdot(x-0)+0\cdot(y-2)=0 \Leftrightarrow x=0.$$

7.18. a) Vị trí ban đầu của vật thể ứng với $t=0$, suy ra vật thể ở vị trí $A\ (2;\ 5)$.

Vị trí kết thúc của vật thể ứng với $t=180$, suy ra vật thể ở vị trí $B\ (2;\ 3)$.

b) Để tìm được quỹ đạo chuyển động của vật thể M, cần khử tham số t, từ đó thiết lập được mối liên hệ giữa hoành độ và tung độ của vật thể M. Từ đẳng thức $(\sin t^\circ)^2+(\cos t^\circ)^2=1$ và từ toạ độ của vật thể M ta suy ra

$$(x_M-2)^2+(y_M-4)^2=1.$$

Do đó vật thể chuyển động trên đường tròn (C) có phương trình

$$(x-2)^2+(y-4)^2=1.$$

Đường tròn (C) có tâm $I\ (2;\ 4)$, bán kính bằng 1 và nhận AB làm đường kính.

Khi t thay đổi trên đoạn $[0;180]$ thì $\sin t^\circ$ thay đổi trên đoạn $[0;1]$ và $\cos t^\circ$ thay đổi trên đoạn $[-1;1]$. Do đó $2+\sin t^\circ \in [2;3]$ và $4+\cos t^\circ \in [3;5]$.

Vậy quỹ đạo của vật thể (hay là tập hợp điểm M) là nửa đường tròn đường kính AB vẽ trên nửa mặt phẳng chứa điểm $C(3;\ 0)$, bờ AB.

Bài 22. BA ĐƯỜNG CONIC (4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được ba đường conic bằng hình học.
- Nhận biết được phương trình chính tắc của ba đường conic.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic.

2. Về phẩm chất, năng lực

Bài học góp phần phát triển các phẩm chất, năng lực sau cho HS:

- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt bài học), yêu nước (chẳng hạn thông qua việc tìm đường ranh giới giữa các vùng đất trên biển, HS có cơ hội tìm hiểu về biển đảo Việt Nam, từ đó có sự hiểu biết hơn về đất nước);
- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học);
- Năng lực mô hình hoá toán học: Thông qua việc làm các bài tập bài tập Vận dụng;
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt cả bài);
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

Ngoài ra bài học còn góp phần phát triển các năng lực chung: Năng lực tự chủ và tự học (thông qua hoạt động tự tìm hiểu và tự phát hiện tri thức, tự hoàn thành các phần Luyện tập, Vận dụng), năng lực ngôn ngữ (HS có khả năng trình bày kiến thức toán học), năng lực giao tiếp và hợp tác (HS có khả năng giao tiếp toán học với thầy cô và bạn bè, có kĩ năng hoạt động nhóm), năng lực khoa học (vận dụng những kiến thức về ba đường conic để giải thích được một số hiện tượng truyền âm thanh, một số dụng cụ trong việc thu phát sóng, y học, ...).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Trong bài học này, HS chỉ cần nhận biết được hình dạng của ba đường conic và xác định được phương trình chính tắc, các yếu tố về tiêu điểm, tiêu cự (đối với elip và hypebol), tiêu điểm và đường chuẩn (đối với parabol). SGK không đặt nặng việc chứng minh sự hình thành phương trình chính tắc của ba đường này mà chỉ gợi ý con đường hình thành phương trình chính tắc của ba đường này.

– Sự phản xạ của sóng điện từ trên các gương với mặt cắt có hình dạng là các đường conic tuân theo định luật phản xạ sóng điện từ: "Góc tới bằng góc phản xạ".

Một số thiết bị có hình dạng các đường conic được chế tạo để ứng dụng trong các lĩnh vực: vô tuyến điện, quan sát thiên văn, y học, ...

– Chuẩn bị: GV chuẩn bị:

+ Thước kẻ, máy tính;

+ Máy chiếu (để trình chiếu một số hình vẽ, thiết bị quang học, dụng cụ chữa bệnh, ...).

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 4 tiết.

– Tiết 1: Elip. Định nghĩa hypebol.

– Tiết 2: Phương trình chính tắc của hypebol. Định nghĩa parabol.

– Tiết 3: Phương trình chính tắc của parabol. Một số ứng dụng của ba đường conic.

– Tiết 4: Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1. Elip. Định nghĩa hypebol

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Giới thiệu sơ lược về ba đường conic.	GV dựa theo SGK.
HĐ1	Gợi ý về cách vẽ và gợi động cơ về sự hình thành định nghĩa hình học của elip.	GV triển khai cách vẽ hình. Nếu có điều kiện có thể trình chiếu cách vẽ hình trên một số phần mềm cho sinh động. GV nhấn mạnh: Độ dài đường gấp khúc F_1MF_2 bằng với độ dài của sợi dây, từ đó gọi HS trả lời câu b).
Khung kiến thức	Định nghĩa elip.	GV dựa theo SGK.
	HS biết được điều kiện để có đường elip ta phải có $a > c$.	GV gợi ý HS so sánh độ dài sợi dây với tiêu cự.

		GV có thể phân tích thêm để HS thấy được quỹ tích điểm M trong hai trường hợp $a < c$ và $a = c$.
Ví dụ 1	Dựa vào định nghĩa, chứng minh một số điểm cùng thuộc một elip.	GV triển khai theo SGK. GV nhấn mạnh để HS sử dụng định nghĩa elip để giải bài, trong đó hết sức lưu ý đến điều kiện tổng khoảng cách từ các điểm B, C, E, F đến hai điểm A và D bằng nhau, đồng thời phải lớn hơn AD (điều kiện của elip: $2a > 2c$).
Luyện tập 1	Sử dụng định nghĩa của elip để giải thích tình huống thực tế.	GV nhấn mạnh: quãng đường bi lăn từ lúc xuất phát đến lúc về lỗ thu bằng tổng khoảng cách từ điểm bi chạm vào thành bàn tới hai tiêu điểm, dựa vào định nghĩa elip, tổng này không đổi (luôn bằng $2a$).
HĐ2	Gắn toạ độ vào đường elip, từ đó tìm toạ độ tiêu điểm và giới thiệu sơ lược để HS biết được con đường hình thành phương trình chính tắc của elip.	GV hướng dẫn HS.
Chú ý	Để HS hình dung ra phương trình chính tắc của elip.	GV thuyết trình.
Khung kiến thức	Phương trình chính tắc của elip và các yếu tố tiêu điểm, tiêu cự của elip.	GV triển khai theo SGK.
Ví dụ 2	Tìm tiêu điểm, tiêu cự và tổng khoảng cách từ một điểm trên elip tới hai tiêu điểm của một elip xác định.	GV triển khai theo SGK.
Luyện tập 2	Luyện tập về cách tìm tiêu điểm, tiêu cự của elip.	HS làm bài. GV gọi HS đọc đáp số và kết luận.

		Ta có $c = \sqrt{100 - 64} = 6$. Do đó (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-6;0), F_2(6;0)$ và có tiêu cự bằng $2c = 12$.
Vận dụng 1	Vận dụng phương trình chính tắc của elip để tìm tung độ của một điểm trên elip khi biết hoành độ, từ đó xác định được chiều cao của ô thoáng.	GV hướng dẫn HS: Với mỗi điểm trên elip, toạ độ của nó phải thoả mãn phương trình của elip. Khi đã cho hoành độ của điểm M, thay vào phương trình của elip ta tìm được tung độ của điểm M, từ đó kết luận được chiều cao h của ô thoáng (lưu ý độ cao là một số thực dương). Chiều cao h xác định bởi $$h = 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}}.$$ Với $x = 75$ cm trên bản vẽ ứng với 2,5 đơn vị trên mặt phẳng toạ độ. Do đó $$h = 2\sqrt{1 - \frac{2,5^2}{16}} = \frac{\sqrt{9,75}}{2} \approx 1,56.$$ Vậy chiều cao h trên thực tế xấp xỉ là $1,56 \cdot 30 = 46,8$ (cm).
HĐ3	Gợi động cơ để đi tới định nghĩa hypebol.	a) GV có thể nêu câu hỏi gợi ý: Biết vận tốc, biết hiệu thời gian thì có biết hiệu quãng đường hay không? b) GV có thể giải thích cho HS: Nếu biết tập hợp những điểm M thoả mãn $MF_1 - MF_2 = 686$ (m) thì ta có thể giới hạn khu vực tìm kiếm là thuộc tập hợp đó. Đây cũng là một trong những ví dụ thể hiện ý nghĩa của bài toán tìm tập hợp trong hình học.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Khung kiến thức	Định nghĩa hypebol.	GV triển khai dựa theo SGK.
	Giúp HS hiểu sâu sắc kiến thức.	GV có thể gợi ý HS trả lời: tìm tập hợp của điểm M trong các tình huống $a > c$, $a = c$.
Chú ý	Chia 2 trường hợp của dấu trị tuyệt đối, để thấy được đường hypebol có hai nhánh.	GV nhấn mạnh cho HS: những điểm M thuộc nhánh gần F_1 ta có $MF_1 - MF_2 = -2a$, những điểm M thuộc nhánh gần F_2 ta có $MF_1 - MF_2 = 2a$.
Ví dụ 3	Giới thiệu về đường ranh giới của hai hòn đảo (hình tròn), đó là một nhánh của một đường hypebol.	GV triển khai theo SGK. GV nhấn mạnh: Khái niệm khoảng cách từ một điểm đến một đường tròn. Việc phân chia ranh giới của hai hòn đảo theo nghĩa: "đường ranh giới là tập hợp các điểm cách đều hai hòn đảo" có sự công bằng, mang tính nhân văn cao.
Luyện tập 3	Chứng minh một số điểm cùng thuộc một đường hypebol.	GV có thể hướng dẫn HS: Dựa vào định nghĩa của đường hypebol, HS hãy chỉ ra $\lvert AM - AN\rvert = \lvert BM - BN\rvert$ $= \lvert CM - CN\rvert = \lvert DM - DN\rvert$ $< MN$.
Tổng kết	Tổng kết kiến thức và dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế trên lớp.

Tiết 2. Phương trình chính tắc của hypebol. Định nghĩa parabol

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nhắc lại kiến thức	Nhắc lại định nghĩa đường hypebol.	GV triển khai.
HĐ4	Gắn hệ trục toạ độ vào đường hypebol, tìm toạ độ hai tiêu điểm và các bước hình thành	GV triển khai dựa theo SGK. GV cần nhấn mạnh đến toạ độ của hai tiêu điểm.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

	phương trình chính tắc của đường hypebol.	
Chú ý	HS hình dung ra phương trình chính tắc của hypebol.	GV triển khai theo SGK.
Khung kiến thức	Phương trình chính tắc của đường hypebol.	GV triển khai theo SGK. GV có thể nhấn mạnh cho HS biết về sự so sánh giữa a, b với c, ta có $0 < a, b < c$.
Ví dụ 4	Tìm tiêu điểm, tiêu cự và tìm hiệu khoảng cách từ một điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm của một hypebol xác định.	GV hướng dẫn HS tìm các hệ số a, b; từ đó xác định được c rồi kết luận toạ độ tiêu điểm, tìm tiêu cự và sử dụng định nghĩa để tìm hiệu khoảng cách.
Luyện tập 4	Luyện tập tìm tiêu điểm, tiêu cự của hypebol.	HS tự làm, GV gọi HS trả lời. Ta có $c = \sqrt{144 + 25} = 13$. Do đó (H) có hai tiêu điểm là $F_1(-13; 0), F_2(13; 0)$ và có tiêu cự bằng $2c = 26$.
HĐ5	Thông qua đồ thị của hàm số bậc hai, giới thiệu ví dụ để hình thành định nghĩa hình học của đường parabol.	GV triển khai theo SGK.
Khung kiến thức	Định nghĩa parabol.	GV triển khai theo SGK.
Tổng kết	Tổng kết kiến thức, giao bài tập về nhà cho HS.	GV gợi ý tuỳ tình hình cụ thể trên lớp.

Tiết 3. Phương trình chính tắc của parabol. Một số ứng dụng của ba đường conic

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Nhắc lại kiến thức	Nhắc lại định nghĩa parabol, tiêu điểm, đường chuẩn của parabol.	GV triển khai.

HĐ6	Giới thiệu cách đưa trục toạ độ vào hình vẽ để tìm phương trình của parabol ở dạng đơn giản nhất.	GV triển khai.
Chú ý	HS nhận thấy được phương trình của đường parabol.	GV triển khai.
Khung kiến thức	Định nghĩa phương trình chính tắc của parabol.	GV nhấn mạnh: Mối liên hệ hai chiều giữa đường parabol và phương trình của nó.
Ví dụ 5	Xác định các yếu tố cơ bản của đường parabol. Tìm điểm trên parabol thoả mãn một điều kiện cho trước.	GV triển khai theo SGK. GV có thể phân tích, so sánh giữa việc tính khoảng cách MF trực tiếp theo toạ độ hai điểm với việc thay thế bằng khoảng cách từ M đến đường chuẩn.
Vận dụng 2	Giới thiệu về đường ranh giới giữa đất liền và đảo.	Bài toán này rất có thể HS ngộ nhận đường chuẩn chính là bờ biển. GV lưu ý HS quan sát hình vẽ gợi ý trong SGK (đường nét đứt song song và cách bờ biển một khoảng cách bằng bán kính của đảo nên hoàn toàn xác định). Trong mô hình này, $MO = MA + R = MH + R$ (R là bán kính đảo). Gọi d là đường bờ biển. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong đất liền, song song với d, cách d một khoảng bằng $R = OA$. Ta có $d(M;\Delta) = MH + R$ $= MA + AO = MO.$ Vậy tập hợp các điểm M thuộc đường parabol (P) có tiêu điểm

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		là O, đường chuẩn là Δ. Vậy đường ranh giới cần tìm là đường parabol (P).
Tính chất quang học của ba đường conic	Giới thiệu về mối liên hệ giữa tia tới và tia phản xạ trong các gương hình conic.	GV triển khai theo SGK.
Một số ứng dụng của ba đường conic	Giới thiệu về một số ứng dụng của ba đường conic trong một số lĩnh vực: Kiến trúc, dụng cụ y tế, dụng cụ quang học, thiên văn, ...	GV triển khai dựa theo SGK. Nếu có điều kiện, GV có thể sưu tầm hình ảnh về ba đường conic để trình chiếu cho HS.
Vận dụng 3	Củng cố và vận dụng kiến thức của elip vào một mô hình cụ thể (gương elip để tán sỏi thận).	GV hướng dẫn HS. GV làm rõ để HS thấy được tính chất quang học của đường elip được vận dụng trong gương elip nhằm tán sỏi thận cho bệnh nhân, vị trí đầu phát sóng và vị trí viên sỏi, từ đó HS trả lời được câu hỏi. Vị trí đầu phát sóng của máy và vị trí viên sỏi được đặt ở hai tiêu điểm của gương elip, do đó khoảng cách cần tìm là tiêu cự của gương và bằng $2c = 2\sqrt{400 - 76} = 36$ (cm).
Tổng kết	Tổng kết kiến thức, giao bài tập về nhà cho HS.	GV gợi ý tuỳ tình hình cụ thể trên lớp.

Tiết 4. Hướng dẫn giải bài tập

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tóm tắt lí thuyết	Nhắc lại các kiến thức cơ bản về ba đường conic.	GV gọi HS lên bảng viết công thức.
Bài 7.19	Tìm tiêu điểm, tiêu cự của elip.	Gọi HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét bài làm của HS rồi tổng kết.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Bài 7.20	Tìm tiêu điểm, tiêu cự của hypebol.	Gọi HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét bài làm của HS rồi kết luận. Để tiết kiệm thời gian, tuỳ theo tình hình thực tế, GV có thể gọi đồng thời 2 HS cùng lên bảng để chữa các bài tập 7.19, 7.20.
Bài 7.21	Tìm tiêu điểm, đường chuẩn của parabol.	Gọi HS lên bảng, GV nhận xét bài làm của HS rồi kết luận.
Bài 7.22	Lập phương trình chính tắc của elip.	Gọi HS lên bảng, GV nhận xét bài làm của HS và kết luận.
Bài 7.23	Lập phương trình chính tắc của parabol.	Gọi HS lên bảng, GV nhận xét bài làm và kết luận.
Bài 7.24	Bài toán vận dụng có liên quan đến đường hypebol.	GV hướng dẫn HS giải bài tập.
Bài 7.25	Bài tập vận dụng có liên quan đến đường parabol.	GV hướng dẫn HS làm bài.

3. Phân loại bài tập

- Xác định các yếu tố cơ bản của ba đường conic: Bài 7.19, 7.20, 7.21.
- Lập phương trình chính tắc của elip, parabol: Bài 7.22, 7.23.
- Bài tập mô hình hoá toán học: 7.24, 7.25.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

7.19. Ta có $a^2 = 36,\ b^2 = 9 \Rightarrow c = \sqrt{36-9} = 3\sqrt{3}$ nên elip có hai tiêu điểm là $F_1(-3\sqrt{3}; 0)$; $F_2(3\sqrt{3}; 0)$ và tiêu cự là $F_1F_2 = 2c = 6\sqrt{3}$.

7.20. Ta có $a^2 = 7,\ b^2 = 9 \Rightarrow c = \sqrt{7+9} = 4$ nên hypebol có hai tiêu điểm là $F_1(-4; 0)$; $F_2(4; 0)$ và tiêu cự là $F_1F_2 = 2c = 8$.

7.21. Ta có $2p = 8 \Rightarrow p = 4$ nên (P) có tiêu điểm là $F\left(2; 0\right)$ và đường chuẩn là $x = -\dfrac{p}{2} = -2$.

7.22. Phương trình chính tắc của elip có dạng

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b>0).$$

Elip đi qua $A(5;0)$ nên ta có $\frac{5^2}{a^2}+\frac{0^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow a^2=25.$

Mặt khác elip có một tiêu điểm $F_2(3;0)$ nên ta có $c=3$, suy ra

$$b^2=a^2-c^2=5^2-3^2=16.$$

Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1.$

7.23. Phương trình chính tắc của parabol (P) có dạng $y^2=2px \ (p>0)$.

Vì (P) đi qua điểm $M(2;4)$ nên ta có

$$4^2=2p.2 \Leftrightarrow p=4.$$

Vậy phương trình chính tắc của (P) là $y^2=8x.$

7.24. Gọi M là vị trí tàu thu tín hiệu. Gọi t_A, t_B lần lượt là thời gian tín hiệu truyền từ trạm phát A, B đến M. Theo đề bài ta có $t_A-t_B=-0{,}0005$ (s). Từ đó suy ra

$$MA-MB=v\cdot t_A-v\cdot t_B=292\,000\cdot(-0{,}0005)=-146 \text{ (km)}.$$

Gọi (H) là hypebol ở dạng chính tắc nhận A, B làm hai tiêu điểm và đi qua M.

Khi đó ta có $\begin{cases}2a=|MA-MB|=146\\2c=AB=300\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=73\\c=150\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=73\\b^2=c^2-a^2=17\,171.\end{cases}$

Vậy phương trình chính tắc của (H) là

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{5\,329}-\frac{y^2}{17\,171}=1.$$

7.25. Phương trình chính tắc của (P) có dạng

$$y^2=2px \quad (p>0).$$

a) Khi 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ ứng với 1 m thực tế, ta có $B(20;200)$. Thay toạ độ điểm B vào phương trình của (P) ta được

$$200^2=2p\cdot 20\Leftrightarrow p=1\,000.$$

Vậy phương trình chính tắc của (P) là $y^2=2\,000x.$

b) Khi 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ ứng với 1 km thực tế, ta có $B(0{,}02;\ 0{,}2)$.

Thay toạ độ điểm B vào phương trình của (P) ta được

$$0{,}2^2 = 2p \cdot 0{,}02 \Leftrightarrow p = 1.$$

Vậy phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = 2x$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

1. Đường thẳng

- Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (c;d)$ là $\begin{cases} x = x_0 + ct \\ y = y_0 + dt. \end{cases}$
- Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a;b)$ là $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$.
- Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ có dạng $ax + by + c = 0$, trong đó $\vec{n} = (a;b)$ là một vectơ pháp tuyến của Δ.
- Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0;y_0)$ đến đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ là

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

- Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó:

Góc φ giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 được xác định bởi công thức

$$\cos\varphi = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 vuông góc khi và chỉ khi $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 trùng nhau khi và chỉ khi tồn tại số thực k sao cho

$$\begin{cases} a_2 = ka_1 \\ b_2 = kb_1 \\ c_2 = kc_1. \end{cases}$$

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 song song khi và chỉ khi tồn tại số thực k sao cho

$$\begin{cases} a_2 = ka_1 \\ b_2 = kb_1 \\ c_2 \neq kc_1. \end{cases}$$

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau khi và chỉ khi $a_1 b_2 \neq a_2 b_1$.

2. Đường tròn

- Phương trình của đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R là

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2.$$

- Với các hằng số a, b, c thoả mãn $a^2 + b^2 - c > 0$, phương trình

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

là phương trình của một đường tròn có tâm $I(a; b)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

- Phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) tại điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ là

$$(a - x_0)(x - x_0) + (b - y_0)(y - y_0) = 0.$$

3. Ba đường conic

- Phương trình chính tắc của elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$.

(E) có hai tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ và $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của (E), với $c = \sqrt{a^2 - b^2}$. Mỗi điểm M thuộc (E) đều có tính chất $MF_1 + MF_2 = 2a$.

- Phương trình chính tắc của hypebol (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a, b > 0$.

(H) có hai tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ và $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của (H), với $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Mỗi điểm M thuộc (H) đều có tính chất $|MF_1 - MF_2| = 2a$.

- Phương trình chính tắc của parabol (P) có dạng $y^2 = 2px$ với $p > 0$.

(P) có tham số tiêu là $d(F, \Delta) = p$, tiêu điểm là $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và phương trình đường chuẩn Δ là $x = -\frac{p}{2}$. Mỗi điểm M thuộc (P) đều có tính chất $d(M, \Delta) = MF$.

4. Phân loại bài tập

Các câu hỏi, bài tập cuối chương nhằm giúp HS rèn luyện các kiến thức kĩ năng sau:

- Nhận biết phương trình đường thẳng, đường tròn, elip, hypebol, parabol: Bài 7.26 – Bài 7.31.
- Khoảng cách, tính diện tích tam giác: Bài 7.32.
- Xác định các yếu tố của đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn: Bài 7.33, 7.34.
- Ôn tập về đường conic và ứng dụng: Bài 7.35, Bài 7.36, Bài 7.37.

II. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

7.26. B **7.27.** A **7.28.** C

7.29. D **7.30.** B **7.31.** C.

7.32. Ta có $\overrightarrow{BC} = (-5;-1)$, suy ra $BC = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$, đồng thời $\overrightarrow{n_{BC}} = (1;-5)$.

Mặt khác BC đi qua điểm $B(3; 5)$, vậy phương trình BC là

$$1 \cdot (x-3) - 5 \cdot (y-5) = 0 \Leftrightarrow x - 5y + 22 = 0.$$

Độ dài đường cao AH của tam giác ABC bằng

$$AH = d(A, BC) = \frac{|1 - 5 \cdot (-1) + 22|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{28}{\sqrt{26}}.$$

Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{28}{\sqrt{26}} \cdot \sqrt{26} = 14.$

7.33. a) Ta có $R = AB = \sqrt{(3-(-1))^2 + (1-0)^2} = \sqrt{17}.$

Phương trình đường tròn tâm A, bán kính AB là $(x+1)^2 + y^2 = 17.$

b) Ta có $\overrightarrow{u_{AB}} = \overrightarrow{AB} = (4;1) \rightarrow \overrightarrow{n_{AB}} = (1;-4).$

Phương trình AB là $1 \cdot (x+1) - 4 \cdot y = 0 \Leftrightarrow x - 4y + 1 = 0.$

c) Bán kính của đường tròn tâm O, tiếp xúc với đường thẳng AB bằng

$$R = d(O, AB) = \frac{|0 - 4 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}.$$

Phương trình đường tròn tâm O, tiếp xúc với AB là $x^2 + y^2 = \frac{1}{17}.$

7.34. a) $I(2;-3), R=\sqrt{2^2+(-3)^2-(-12)}=5.$

b) Ta có $5^2+1^2-4.5+6.1-12=0.$ Suy ra M thuộc (C). Tiếp tuyến d của (C) tại M có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_d}=\overrightarrow{IM}=(3;4)$, đồng thời d đi qua điểm $M(5;1)$.

Vậy phương trình của d là $3(x-5)+4(y-1)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-19=0.$

7.35. a) Các giao điểm của (E) với trục hoành có toạ độ thoả mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm a\\ y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1(-a;0)\\ A_2(a;0).\end{cases}$$

Các giao điểm của (E) với trục tung có toạ độ thoả mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=\pm b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}B_1(0;-b)\\ B_2(0;b).\end{cases}$$

Ta có $A_1A_2=2a;\ B_1B_2=2b.$

b) Vì $M_0(x_0;y_0)\in(E)$ nên ta có $\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}=1.$ (1)

Do $a>b>0$ nên ta có $\dfrac{x_0^2}{a^2}\le\dfrac{x_0^2}{b^2}.$

Kết hợp với (1) ta suy ra $1\le\dfrac{x_0^2}{b^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}\Rightarrow b^2\le x_0^2+y_0^2.$

Tương tự ta có $\dfrac{y_0^2}{b^2}\ge\dfrac{y_0^2}{a^2}.$

Kết hợp với (1) ta suy ra $1\ge\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{a^2}\Rightarrow a^2\ge x_0^2+y_0^2.$

Từ đó ta được $b^2\le x_0^2+y_0^2\le a^2.$

Mặt khác $OM=\sqrt{x_0^2+y_0^2}$, do vậy $b\le OM\le a.$

7.36. a) Các giao điểm của (H) với trục hoành có toạ độ thoả mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm a\\ y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1(-a;0)\\ A_2(a;0).\end{cases}$$

b) Với $M(x; y)$ thuộc (H) ta có $\frac{x^2}{a^2} = 1 + \frac{y^2}{b^2} \geq 1 \Rightarrow x^2 \geq a^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq -a \\ x \geq a. \end{array}\right.$

Do đó nếu $M(x; y)$ thuộc bên trái trục tung thì $x < 0$, và do đó $x \leq -a$.

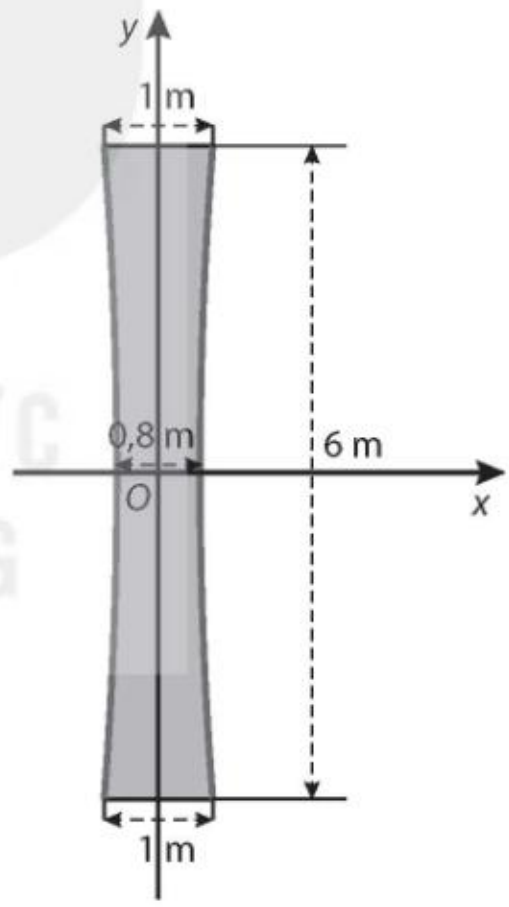
Nếu $M(x, y)$ thuộc bên phải trục tung thì $x > 0$, và do đó $x \geq a$.

c) Gọi $M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2)$. Bởi vì M_1 thuộc nhánh bên trái trục tung nên ta có $x_1 \leq -a$, M_2 thuộc nhánh bên phải trục tung nên ta có $x_2 \geq a$. Suy ra

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \geq \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1| \geq |a - (-a)| = 2a.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\left\{\begin{array}{l} y_2 - y_1 = 0 \\ x_2 = a \\ x_1 = -a \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_2 = a \\ x_1 = -a \\ y_1 = y_2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} M_1(-a; 0) \\ M_2(a; 0). \end{array}\right.$

7.37. Gắn hệ trục toạ độ Oxy như hình bên (1 đơn vị đo tương ứng 1 m).



Phương trình chính tắc của (H) có dạng

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Theo đề bài ta có $2a = 0,8 \Leftrightarrow a = 0,4$.

Mặt khác (H) đi qua điểm $M(0,5; 3)$ nên ta có:

$$\frac{0,5^2}{0,4^2} - \frac{3^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 16.$$

Vậy phương trình của (H) là $\frac{x^2}{0,16} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Độ rộng của trụ ở độ cao 5 m ứng với điểm trên (H) có tung độ bằng 2.

Suy ra $\frac{x^2}{0,16} - \frac{2^2}{16} = 1 \Rightarrow x \approx 0,45$.

Vậy độ rộng của cột trụ tại điểm có chiều cao 5 m xấp xỉ bằng

$$2 \cdot 0,45 = 0,9 \text{ (m)}.$$

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

CHƯƠNG VIII. ĐẠI SỐ TỔ HỢP

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

- Chương này cung cấp những kiến thức cơ bản về Đại số tổ hợp, bao gồm hai quy tắc đếm thường dùng là quy tắc cộng và quy tắc nhân; các khái niệm và công thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp; công thức khai triển nhị thức Newton trong trường hợp số mũ thấp.
- Nội dung của chương này mang tính ứng dụng rõ nét. Ngoài việc cung cấp những khái niệm và công cụ cần thiết để giải quyết những bài toán đếm thường gặp trong thực tế cuộc sống, một trong những ứng dụng trực tiếp của chương này là phục vụ cho việc học tập nội dung xác suất ở ngay trong chương trình Toán 10 (và tiếp tục ở các lớp sau).

2 Cấu tạo chương

Chương này gồm 3 bài học và 1 tiết ôn tập chương, được thực hiện trong 11 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 23. Quy tắc đếm (4 tiết).

Bài 24. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp (4 tiết).

Bài 25. Nhị thức Newton (2 tiết).

Bài tập cuối chương VIII (1 tiết).

3 Một số điểm cần lưu ý

- Trong Chương trình môn Toán và SGK Toán năm 2006, nội dung Đại số tổ hợp được dạy ở lớp 11. Trong Chương trình môn Toán năm 2018, nội dung này được chuyển xuống dạy ở lớp 10. Nhìn chung, nội dung của chương này tương đối khó và khá trừu tượng đối với HS lớp 10. Giải pháp của SGK Toán 10 là bố trí chương này ở gần cuối Tập 2, ngay trước chương cuối cùng về Xác suất, nhằm hai mục đích: Một là đến lúc đó HS "chín" hơn về tư duy nên sẽ dễ tiếp thu hơn, hai là phục vụ trực tiếp cho việc học nội dung Xác suất ở ngay chương sau.

  Trong Chương trình môn Toán 2018 và trong SGK Toán 10, khái niệm Sơ đồ hình cây được đưa vào một cách chính thức và được dùng xuyên suốt trong các bài toán đếm

(ở cả Chương VIII và Chương IX), giúp cho việc đếm được thuận tiện và không bỏ sót trường hợp.

- Chú ý là việc sử dụng sơ đồ hình cây và phương pháp tổ hợp, những phương pháp được trang bị trong chương này, sẽ được sử dụng một cách rộng rãi trong các bài toán tính xác suất. Vì vậy cần rèn luyện cho HS nắm vững các kĩ năng quan trọng này.
- Chú ý là trong SGK Toán 10 chỉ trình bày khai triển nhị thức Newton $(a+b)^n$ với $n = 4, 5$ mà ở đó các hệ số của khai triển được xác định bằng cách vận dụng tổ hợp; trường hợp n tổng quát được trình bày ở Chuyên đề học tập Toán 10 (ở đó các hệ số khai triển được xác định bằng hai phương pháp: dùng tam giác Pascal hoặc dùng công thức tính số các tổ hợp).

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 23. QUY TẮC ĐẾM (4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Vận dụng được quy tắc cộng và quy tắc nhân trong một số tình huống đơn giản.
- Vận dụng được sơ đồ hình cây trong các bài toán đếm đơn giản các đối tượng trong Toán học, trong các môn học khác cũng như trong thực tiễn.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Về mặt toán học, bản chất của Quy tắc cộng là nếu A, B là hai tập hợp có hữu hạn phần tử và không giao nhau (tức là $A \cap B = \varnothing$) thì số phần tử của hợp $A \cup B$ bằng tổng số phần tử của A và số phần tử của B, tức là

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B).$$

Ở đây kí hiệu $n(A)$ dùng để chỉ số phần tử của tập hợp A.

Còn bản chất của Quy tắc nhân là khẳng định số phần tử của tích Descartes $A \times B$ của hai tập hợp hữu hạn phần tử A và B bằng tích số phần tử của A và số phần tử của B, tức là

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B).$$

Các công thức trên có thể mở rộng cho nhiều tập hợp và ta sẽ có công thức cộng và công thức nhân suy rộng.

– Chú ý rằng trong phạm vi SGK Toán 10 (và theo đúng yêu cầu của Chương trình), ta chỉ xét trường hợp các phương án độc lập với nhau (trong quy tắc cộng), các công đoạn thực hiện nối tiếp nhau và độc lập với nhau (trong quy tắc nhân). GV cần lưu ý điều này khi lựa chọn và thiết kế các bài tập để không bị vượt quá yêu cầu của Chương trình.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 4 tiết.

+ Tiết 1: Mục 1. Quy tắc cộng và Sơ đồ hình cây.

+ Tiết 2: Mục 2. Quy tắc nhân.

+ Tiết 3: Mục 3. Kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân.

+ Tiết 4: Hướng dẫn giải bài tập.

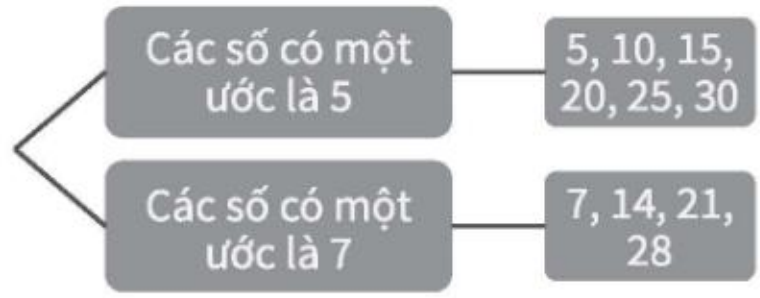
2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. QUY TẮC CỘNG VÀ SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích của phần này chỉ là để HS làm quen với một bài toán đếm xuất hiện trong đời sống hằng ngày.	Chưa yêu cầu HS phải đi sâu vào tình huống này ngay, mà chỉ cần cho HS đọc tình huống và dự đoán xem có thể tính được số mật khẩu có thể tạo thành không. GV chỉ cần nói rằng bài toán đếm này, cũng như những bài toán tương tự khác, xuất hiện một cách tự nhiên trong cuộc

		sống và bài học này sẽ giúp chúng ta có thể giải quyết chúng.
HĐ1. Chọn chuyến đi	Đây là tình huống đơn giản cho HS làm quen với quy tắc cộng.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Có 7 cách đi bằng tàu hoả và có 2 cách đi bằng máy bay nên có tất cả 9 cách đi bằng tàu hoả hoặc máy bay.
HĐ2. Chọn vé tàu	Đây cũng là tình huống cho HS làm quen với quy tắc cộng, nhưng tình huống phức tạp hơn HĐ1.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* a) Có 2 loại vé ghế ngồi và 5 loại vé giường nằm. b) Có 7 loại vé để bạn An lựa chọn.
Quy tắc cộng	Quy tắc cộng là một trong hai quy tắc đếm cơ bản. Đây là một trong hai kiến thức then chốt nhất của bài này.	Cần đặc biệt lưu ý cho HS là ta sẽ dùng quy tắc cộng khi công việc có nhiều phương án thực hiện khác nhau (và các phương án này độc lập với nhau). GV cũng lưu ý việc dùng sơ đồ hình cây sẽ giúp cho việc đếm thuận tiện và không bỏ sót trường hợp. Đây là kĩ năng quan trọng cần rèn luyện cho HS.
Ví dụ 1	Mục đích của Ví dụ 1 là rèn luyện cách sử dụng sơ đồ hình cây và quy tắc cộng.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Ví dụ 2	Mục đích của Ví dụ 2b) là lưu ý HS khi các phương án thực hiện không độc lập thì không thể áp dụng quy tắc cộng.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 1	Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố cách sử dụng quy tắc cộng.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

		Giải. Ta có $35 = 5 \cdot 7$. Do đó, các số thoả mãn yêu cầu đề bài là các số có một ước là 5 hoặc 7. Có thể vẽ sơ đồ hình cây như sau:  Do đó, số các số thoả mãn là: $6 + 4 = 10$ (số).
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2

2. QUY TẮC NHÂN

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ3. Chọn phương tiện	Mục đích của HĐ3 là để HS làm quen với một công việc được thực hiện bằng hai công đoạn liên tiếp.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. Đối với HĐ3, GV có thể xuất phát từ quy tắc cộng để giải bài toán. Sau đó GV dẫn đến quy tắc nhân. *Giải.* Để đi từ Hà Nội vào thành phố Đà Nẵng (mà đi qua Huế), đầu tiên ta đi từ Hà Nội vào Huế, rồi đi tiếp từ Huế vào thành phố Đà Nẵng. + Đi từ Hà Nội vào Huế có 3 cách. + Với mỗi cách đi từ Hà Nội vào Huế thì có 2 cách để đi tiếp từ Huế vào thành phố Đà Nẵng. Do đó, tổng số cách để đi từ Hà Nội vào thành phố Đà Nẵng là: $2+2+2=3\cdot 2=6$ (cách).

HĐ4. Gắn nhãn cho ghế xem phim		HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV cho HS nhận xét xem hoạt động này có nên giải theo quy tắc cộng hay không. Sau đó gợi ý cách làm theo quy tắc nhân. *Giải.* Để gắn chữ cái in hoa vào các ghế ta có 26 cách. Sau đó gắn số vào các ghế ta có 20 cách. Vậy có thể gắn nhãn tối đa cho: $26 \cdot 20 = 520$ (ghế).
Quy tắc nhân	Quy tắc nhân là một trong hai quy tắc đếm cơ bản. Đây là một trong hai kiến thức then chốt nhất của bài này.	Cần lưu ý cho HS là ta sẽ dùng quy tắc nhân khi công việc có nhiều công đoạn liên tiếp nhau (và các công đoạn này độc lập với nhau).
Ví dụ 3	Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cho HS cách áp dụng quy tắc nhân trong bài toán đếm.	Lưu ý cho HS là bài này cũng có thể dùng quy tắc cộng. Nhưng rõ ràng khi dùng quy tắc nhân, lời giải sẽ ngắn gọn hơn rất nhiều.
Luyện tập 2	Mục đích của phần này là củng cố kĩ năng áp dụng quy tắc nhân.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải.* Xét một bảng bất kì. Trong một trận đấu có 4 cách chọn đội thứ nhất, 3 cách chọn đội thứ hai nên có $4 \cdot 3 = 12$ (trận). Vì hai đội chỉ đấu với nhau đúng một lần nên thực tế trong một bảng chỉ có $12 : 2 = 6$ (trận). Vậy vòng bảng tổng cộng có: $6 \cdot 8 = 48$ (trận).
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3

3. KẾT HỢP QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 4	Mục đích của ví dụ này là để HS thấy được trong thực tiễn thường xuất hiện các bài toán đếm mà để giải chúng, ta cần áp dụng cả hai quy tắc cộng và nhân.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. GV cần lưu ý nhấn mạnh cho HS phân biệt cách dùng Quy tắc cộng và Quy tắc nhân (trong phần Chú ý).
Luyện tập 3		HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* a) Số cách chọn chữ số hàng trăm là: 3 cách. Số cách chọn chữ số hàng chục là: 3 cách. Số cách chọn chữ số hàng đơn vị là: 2 cách. Vậy số cách chọn số thoả mãn đề bài là: $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ (cách). b) + Trường hợp 1: Chữ số hàng đơn vị là 0. Số cách chọn chữ số hàng trăm là: 3 cách. Số cách chọn chữ số hàng chục là: 2 cách. Do đó, số cách chọn là: $3 \cdot 2 = 6$ (cách). + Trường hợp 2: Chữ số hàng đơn vị là 2. Số cách chọn chữ số hàng trăm là: 2 cách. Số cách chọn chữ số hàng chục là: 2 cách. Do đó, số cách chọn là: $2 \cdot 2 = 4$ (cách). Vậy số cách chọn thoả mãn đề bài là: $6 + 4 = 10$ (cách).
Ví dụ 5	Mục đích của ví dụ này là quay lại giải quyết bài toán mở đầu.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Vận dụng	Đây là bài tập vận dụng thực tế, vận dụng cả hai quy tắc cộng và quy tắc nhân.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải.* + Trường hợp 1: Chọn 2 bạn lớp 10A, 1 bạn lớp 10B và 1 bạn lớp 10C thì có: $\frac{30 \cdot 29}{2} \cdot 35 \cdot 32 = 487\,200$ (cách chọn). + Trường hợp 2: Chọn 1 bạn lớp 10A, 2 bạn lớp 10B và 1 bạn lớp 10C thì có: $30 \cdot \frac{35 \cdot 34}{2} \cdot 32 = 571\,200$ (cách chọn). + Trường hợp 3: Chọn 1 bạn lớp 10A, 1 bạn lớp 10B và 2 bạn lớp 10C thì có: $30 \cdot 35 \cdot \frac{32 \cdot 31}{2} = 520\,800$ (cách chọn). Vậy có tất cả: $487\,200 + 571\,200 + 520\,800 = 1\,579\,200$ (cách chọn).
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 4
HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

GV chủ động lựa chọn bài tập cuối bài để chữa (gọi HS lên bảng), tuỳ tình hình thực tế của lớp.

3. Lựa chọn bài tập

– Vận dụng quy tắc cộng và sơ đồ hình cây: Bài tập 8.1.

– Vận dụng quy tắc nhân: Bài tập 8.2; 8.3; 8.4a, b, c; 8.5.

– Vận dụng phối hợp cả hai quy tắc cộng và nhân: Bài tập 8.4d.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong Sách bài tập để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

8.1.



Số cách chọn một cuốn sách để bạn Phong đọc vào ngày cuối tuần là:

$$8 + 7 + 5 = 20 \text{ (cách)}.$$

8.2. Số khả năng xảy ra là:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ (khả năng)}.$$

8.3. a) Sự tổ hợp giữa hai gene A và a tạo ra 3 kiểu gene. Đó là: AA, Aa và aa.

b) + Với kiểu gene AA: có 3 kiểu giao phối (với AA, Aa và aa);

+ Với kiểu gene Aa: có 2 kiểu giao phối (với Aa và aa);

+ Với kiểu gene aa: có 1 kiểu giao phối (với aa).

Vậy tổng cộng số kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gene đó khi giao phối ngẫu nhiên là: $3 + 2 + 1 = 6$ (kiểu).

8.4. a) Chọn chữ số hàng trăm có 9 cách (vì chữ số hàng trăm phải khác 0);

Chọn chữ số hàng chục có 9 cách;

Chọn chữ số hàng đơn vị có 8 cách.

Vậy số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau là: $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ (số).

b) Chọn chữ số hàng đơn vị có 5 cách;

Chọn chữ số hàng trăm có 8 cách;

Chọn chữ số hàng chục có 8 cách.

Vậy số các số tự nhiên là số lẻ có 3 chữ số khác nhau là: $5 \cdot 8 \cdot 8 = 320$ (số).

c) Chọn chữ số hàng đơn vị có 2 cách (0 hoặc 5);

Chọn chữ số hàng trăm có 9 cách;

Chọn chữ số hàng chục có 10 cách.

Vậy số các số tự nhiên có 3 chữ số và chia hết cho 5 là: $2 \cdot 9 \cdot 10 = 180$ (số).

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

d) + Trường hợp 1: Chữ số hàng đơn vị là 0;

Chọn chữ số hàng trăm có 9 cách;

Chọn chữ số hàng chục có 8 cách.

Do đó có $9 \cdot 8 = 72$ (cách).

+ Trường hợp 2: Chữ số hàng đơn vị là 5;

Chọn chữ số hàng trăm có 8 cách;

Chọn chữ số hàng chục có 8 cách.

Do đó có $8 \cdot 8 = 64$ (cách).

Vậy số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 là:

$72 + 64 = 136$ (số).

8.5. a) Số mật khẩu khác nhau có thể tạo được là:

$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$ (mật khẩu).

b) Theo quy định mới sẽ tạo được số mật khẩu là:

$26 \cdot 10 \cdot 10 = 2\,600$ (mật khẩu).

Vậy quy định mới tạo mới nhiều hơn quy định cũ là:

$2\,600 - 1\,000 = 1\,600$ (mật khẩu).

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Bài 24. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP (4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Tính được số hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.
- Tính được số hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– GV cần lưu ý là ngoài kĩ năng tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng công thức (khi các số này nhỏ), thì kĩ năng tính các số này bằng cách sử dụng máy tính cầm tay là một kĩ năng quan trọng mà GV cần rèn luyện cho HS. Sau bài học này thì HS có quyền (và nên được khuyến khích) dùng máy tính cầm tay để tính toán các số này.

Tuy nhiên, với dụng ý sư phạm để HS có thể nhớ các công thức cần thiết, nên trong bốn mục đầu của bài học này chưa giới thiệu cách sử dụng máy tính cầm tay (và cố tình chọn các dữ liệu nhỏ để có thể áp dụng công thức và tính toán đơn giản). Việc sử dụng máy tính cầm tay đến mục 5 mới được đưa vào nhằm hỗ trợ HS có một cách tính toán nhanh chóng và tiện lợi, và từ đây về sau sẽ khuyến khích HS sử dụng phương pháp này.

– Chuẩn bị:

GV và HS chuẩn bị: Máy tính cầm tay (để hướng dẫn HS cách tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng cách sử dụng máy tính cầm tay).

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 4 tiết.

+ Tiết 1: Mục 1. Hoán vị và Mục 2. Chỉnh hợp.

+ Tiết 2: Mục 3. Tổ hợp.

+ Tiết 3: Mục 4. Ứng dụng hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp vào các bài toán đếm.

Mục 5. Sử dụng máy tính cầm tay

+ Tiết 4: Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. HOÁN VỊ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích của phần này là để HS bước đầu làm quen với một bài toán đếm xuất hiện trong đời sống hàng ngày, trong đó phải tìm số các tổ hợp.	Chưa yêu cầu HS phải đi sâu vào tình huống này ngay, mà chỉ cần cho HS đọc tình huống và dự đoán xem có thể tính được hết các khả năng có thể xảy ra hay không.

HĐ1. Tham dự phỏng vấn	Đây là tình huống đơn giản cho HS làm quen với hoán vị.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* a) Cách 1: Hà, Mai, Nam, Đạt. Cách 2: Hà, Mai, Đạt, Nam. Cách 3: Hà, Đạt, Mai, Nam. b) Chọn bạn thứ nhất có 4 cách. Chọn bạn thứ hai có 3 cách. Chọn bạn thứ ba có 2 cách. Chọn bạn thứ tư có 1 cách. Vậy có $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ (cách).
Định nghĩa hoán vị	Đây là một trong những kiến thức then chốt của bài này.	GV viết lên bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.
Ví dụ 1	Mục đích của Ví dụ 1 là luyện tập cách tính số các hoán vị.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 1	Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố cách tính số các hoán vị.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Số cách xếp các vận động viên vào các đường chạy là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách xếp là: $P_6 = 6! = 720$ (cách).

2. CHỈNH HỢP

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ2. Cuộc thi hùng biện	Đây là tình huống đơn giản cho HS làm quen với chỉnh hợp.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* a) Các cách chọn 2 bạn từ 4 bạn là: Tuấn – Hương, Tuấn – Việt, Tuấn – Dung, Hương – Việt, Hương – Dung, Việt – Dung. Vậy có 6 cách chọn thoả mãn đề bài. b) Số cách chọn bạn thứ nhất là 4 cách.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		Số cách chọn bạn thứ hai là 3 cách. Vậy có tất cả: $4 \cdot 3 = 12$ (cách).
Định nghĩa chỉnh hợp	Đây là một trong những kiến thức then chốt của bài này.	GV nhấn mạnh cụm "cách sắp xếp *có thứ tự k* phần tử từ một tập hợp *n* phần tử".
Ví dụ 2	Mục đích của Ví dụ 2 là để HS luyện tập tính số các chỉnh hợp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 2	Mục đích của Luyện tập 2 là củng cố cách tính số các chỉnh hợp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm của HS. *Giải.* Số kết quả có thể xảy ra khi chỉ quan tâm đến ba con ngựa về đầu trong 12 con ngựa là một chỉnh hợp chập 3 của 12. Vậy số kết quả là: $A_{12}^3 = \frac{12!}{9!} = 1\,320$ (kết quả).
Tổng kết	Dành cho dự phòng, GV dặn dò HS công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2

3. TỔ HỢP

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ3. Cuộc thi hùng biện	Mục đích của HĐ3 là để HS làm quen với tổ hợp.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* a) Ở HĐ2a, hai bạn được chọn là bất kì không tính đến thứ tự. Ở HĐ2b, hai bạn được chọn là có tính đến thứ tự.
Định nghĩa tổ hợp	Đây là một trong những kiến thức then chốt của bài này.	GV cần nhấn mạnh với HS rằng: Chỉnh hợp là chọn *có xếp thứ tự*, còn tổ hợp là chọn *không xếp thứ tự*.

Ví dụ 3	Mục đích của Ví dụ 3 là để HS luyện tập cách tính số các tổ hợp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Luyện tập 3	Mục đích của phần này là củng cố cách tính số các tổ hợp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải.* Số cách chọn 2 câu lí thuyết từ 20 câu trong ngân hàng đề là số các tổ hợp chập 2 của 20 phần tử, tức là có: $C_{20}^{2} = \frac{20!}{(20-2)!2!} = 190$ (cách). Số cách chọn 3 câu bài tập từ 40 câu trong ngân hàng đề là số các tổ hợp chập 3 của 40 phần tử, tức là có: $C_{40}^{3} = \frac{40!}{(40-3)!3!} = 9\,880$ (cách). Vậy có tất cả: $190 \cdot 9\,880 = 1\,877\,200$ (cách).
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 3

4. ỨNG DỤNG HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP VÀO CÁC BÀI TOÁN ĐẾM

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Ví dụ 4	Mục đích của ví dụ này là để HS luyện tập, củng cố về hoán vị, chỉnh hợp; để HS phân biệt được khi nào dùng hoán vị, khi nào dùng chỉnh hợp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.
Ví dụ 5	Mục đích của ví dụ này là quay lại giải quyết bài toán mở đầu.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.

Vận dụng	Đây là bài tập vận dụng thực tế để củng cố cách tính số các chỉnh hợp và tổ hợp.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải.* a) Số cách chọn 6 thành viên vào Ban quản lí là: $C_{20}^{6} = 38\,760$ (cách). b) Số cách chọn 2 vị trí Trưởng ban và Phó ban là: $A_{20}^{2} = 380$ (cách). Khi đó số thành viên còn lại của câu lạc bộ là 18 người. Số cách chọn 4 thành viên khác vào Ban quản lí là: $C_{18}^{4} = 3\,060$ (cách). Vậy có tất cả: $380 \cdot 3\,060 = 1\,162\,800$ (cách).
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

5. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Sử dụng máy tính cầm tay	Mục đích của phần này để HS biết cách sử dụng máy tính cầm tay tính số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.	GV lưu ý rằng trong SGK chỉ trình bày cách sử dụng một loại máy tính cầm tay để tính số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp. GV hướng dẫn HS sử dụng các loại máy khác. Kể từ sau phần này, HS được phép sử dụng máy tính cầm tay để tính số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp mà không cần viết công thức tính cụ thể.
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 4
HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

GV chủ động lựa chọn bài tập cuối bài để chữa (gọi HS lên bảng), tuỳ tình hình thực tế của lớp.

3. Lựa chọn bài tập

– Vận dụng hoán vị: Bài tập 8.6.

– Vận dụng chỉnh hợp: Bài tập 8.7.

– Vận dụng tổ hợp: Bài tập 8.8, 8.9, 8.10, 8.11.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong SBT để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

8.6. Số cách để hoạ sĩ sắp xếp các bức tranh là: $P_{10} = 10! = 3\,628\,800$ (cách).

8.7. Chọn chữ số hàng trăm có 4 cách.

Số cách chọn chữ số hàng chục và hàng đơn vị là: $A_4^2 = 12$ (cách).

Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau có thể lập được là: $4 \cdot 12 = 48$ (số).

8.8. + Số cách chọn một tập hợp gồm hai số nguyên dương nhỏ hơn 100 là:

$$C_{99}^2 = 4\,851 \text{ (cách).}$$

+ Số cách chọn một tập hợp gồm ba số nguyên dương nhỏ hơn 100 là:

$$C_{99}^3 = 156\,849 \text{ (cách).}$$

8.9. Số cách chọn ra 1 viên bi màu xanh là: $C_5^1 = 5$ (cách).

Số cách chọn ra 1 viên bi màu đỏ là: $C_7^1 = 7$ (cách).

Do đó, số cách chọn thoả mãn đề bài là: $5 \cdot 7 = 35$ (cách).

8.10. a) Số cách chọn 4 bạn nam là: $C_{10}^4 = 210$ (cách).

b) Số cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ là: $C_{17}^4 = 2\,380$ (cách).

c) Số cách chọn 2 bạn nam là: $C_{10}^2 = 45$ (cách).

Số cách chọn 2 bạn nữ là: $C_7^2 = 21$ (cách).

Vậy số cách chọn thoả mãn đề bài là: $45 \cdot 21 = 945$ (cách).

8.11. Có hai trường hợp:

Trường hợp 1: Chữ số hàng đơn vị là 0.

Số cách chọn các chữ số hàng nghìn, hàng trăm và hàng chục là:

$$A_9^3 = 504 \text{ (cách)}.$$

Vậy trong trường hợp này có 504 số.

Trường hợp 2: Chữ số hàng đơn vị là 5.

Số cách chọn chữ số hàng nghìn là 8.

Số cách chọn các chữ số hàng trăm và hàng chục là:

$$A_8^2 = 56 \text{ (cách)}.$$

Vậy trong trường hợp này có: $8 \cdot 56 = 448$ (số).

Do đó, số các số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số có 4 chữ số khác nhau là:

$$504 + 448 = 952 \text{ (số)}.$$

Bài 25. NHỊ THỨC NEWTON (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Biết cách khai triển nhị thức Newton bằng cách vận dụng tổ hợp trong trường hợp số mũ thấp.
- Vận dụng công thức khai triển nhị thức Newton để khai triển một số biểu thức đại số và ứng dụng trong ước lượng một số biểu thức số.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Trong Chương trình và SGK môn Toán năm 2006, nội dung của chương Đại số tổ hợp được dạy ở lớp 11. Trong Chương trình Toán năm 2018, nội dung này được dạy ở lớp 10. Đặc biệt, Chương trình môn Toán năm 2018 yêu cầu HS biết cách vận dụng tổ hợp để khai triển luỹ thừa nhị thức với số mũ thấp. Đây là một thử thách đối với cả GV và HS.

- Trong Chương trình môn Toán 10, công thức nhị thức Newton được giảng dạy trong Bài 25 SGK (khi số mũ thấp) và trong Chuyên đề học tập Toán 10 (trường hợp tổng quát).
- Trong Bài 25, công thức nhị thức Newton được trình bày dựa theo phương pháp tổ hợp. Cụ thể hơn, quy tắc chung để khai triển một tích các đa thức là thực hiện hai bước: phá các dấu ngoặc và nhóm các đơn thức đồng dạng. Trong bài này, bước phá ngoặc được mô tả một cách tổ hợp thông qua sơ đồ hình cây.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 2 tiết.

+ Tiết 1: Khai triển luỹ thừa của nhị thức với $n = 4$ bằng sơ đồ hình cây (đến hết Luyện tập 1).
+ Tiết 2: Khai triển nhị thức với $n = 5$, vận dụng công thức nhị thức Newton để khai triển một số biểu thức đại số và hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

KHAI TRIỂN LUỸ THỪA CỦA NHỊ THỨC BẰNG SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích của phần này là để HS làm quen với vế phải của công thức nhị thức Newton.	Cần cho HS quan sát được vế phải là một tổng các đơn thức hai biến, bậc 2 và 3, và số mũ của a được sắp theo thứ tự giảm dần, còn của b theo thứ tự tăng dần. GV nhấn mạnh rằng điều đó cũng đúng với trường hợp n tổng quát.
HĐ1. Sơ đồ hình cây của tích hai đa thức và khai triển	Đây là tình huống đơn giản giúp HS hình dung được cách khai triển một tích hai đa thức dựa vào sơ đồ hình cây.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Tổng của các tích nhận được từ sơ đồ hình cây là $ac + ad + bc + bd$, trùng với kết quả của khai triển $(a + b)(c + d)$.
HĐ2. Khai triển $(a + b)^3$ và sơ đồ hình cây	Đây là tình huống mở đầu để HS làm quen với khai triển của một luỹ thừa của nhị thức dựa vào sơ đồ	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Các đơn thức còn thiếu tại: – hàng thứ ba (từ trên xuống), kể từ trái sang phải: b, a, b, a, b;

	hình cây. Đây là một tình huống tương tự nhưng phức tạp hơn HĐ1 do đây là một tích có ba nhân tử và các nhân tử giống nhau.	– ngọn các mũi tên, kể từ trái qua phải: $a^2b, ab^2, a^2b, ab^2, ab^2$. Từ đó, ta có: – 1 đơn thức bằng a^3; – 3 đơn thức bằng a^2b; – 3 đơn thức bằng ab^2; – 1 đơn thức bằng b^3. Các hệ số nhận được: 1, 3, 3, 1 trùng với các hệ số tương ứng của a^3, a^2b, ab^2, b^3 trong khai triển của $(a+b)^3$.
HĐ3. Khai triển $(a+b)^4$ và sơ đồ hình cây	Đây là một trong những tình huống quan trọng nhất của bài này, được phát triển dựa vào HĐ2. Mục tiêu của nó là hướng dẫn HS cách khai triển luỹ thừa nhị thức bằng phương pháp tổ hợp. Việc sử dụng sơ đồ hình cây ở đây giúp cho HS hình dung rõ hơn về kết quả của việc phá ngoặc của khai triển luỹ thừa nhị thức. HS cần ghi nhớ công thức khai triển $(a+b)^4$.	GV cần nhấn mạnh rằng sau khi khai triển $(a+b)^4$ ta nhận được tổng của các đơn thức dạng $xyzt$, trong đó mỗi x, y, z, t là a hoặc b. GV nhắc lại kiến thức tổ hợp: số các cách chọn ra k phần tử từ một tập hợp có n phần tử là C_n^k. Số các đơn thức đồng dạng – với a^4 là $C_4^0 = 1$; – với a^3b là $C_4^1 = 4$; – với a^2b^2 là $C_4^2 = 6$; – với ab^3 là $C_4^3 = 4$; – với b^4 là $C_4^4 = 1$. GV có thể gợi ý HS tự kiểm tra trên sơ đồ hình cây một trường hợp. Chẳng hạn, GV yêu cầu HS dựa vào sơ đồ hình cây liệt kê các đơn thức đồng dạng với a^2b^2.
Khung kiến thức thứ nhất	Giới thiệu công thức khai triển $(a+b)^4$.	GV viết lên bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.
Ví dụ 1	Mục đích của Ví dụ 1 là rèn luyện cách sử dụng công thức khai triển $(a+b)^4$.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm.

Luyện tập 1	Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố kiến thức về công thức khai triển $(a+b)^4$.	HS làm việc độc lập. *Giải.* Thay $a=x$ và $b=-2$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$ ta được: $(x-2)^4 = x^4 + 4x^3(-2) + 6x^2(-2)^2 + 4x(-2)^3 + (-2)^4$ $= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16.$
Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

Tiết 2

VẬN DỤNG CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON ĐỂ KHAI TRIỂN MỘT SỐ BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ4. Khai triển $(a+b)^5$	Đây là một trong những tình huống quan trọng của bài này, được phát triển dựa vào HĐ3. Cụ thể, việc khai triển của $(a+b)^n$ được trừu tượng hoá cho trường hợp $n = 5$. HS học cách đếm trực tiếp, không qua xây dựng sơ đồ hình cây nữa, các đơn thức đồng dạng sau khi khai triển $(a+b)^5$. HS cần ghi nhớ công thức khai triển $(a+b)^5$.	GV nhấn mạnh rằng, với các nội dung đã học HĐ2, HĐ3, sau khi khai triển $(a+b)^5$ ta nhận được tổng của các đơn thức dạng *xyztu*, trong đó mỗi *x, y, z, t, u* là *a* hoặc *b*. GV nhắc lại kiến thức tổ hợp một lần nữa: số các cách chọn ra *k* phần tử từ một tập hợp có *n* phần tử là C_n^k. Số các đơn thức đồng dạng: – với a^5 là $C_5^0 = 1$; – với a^4b là $C_5^1 = 5$; – với a^3b^2 là $C_5^2 = 10$; – với a^2b^3 là $C_5^3 = 10$; – với ab^4 là $C_5^4 = 5$; – với b^5 là $C_5^5 = 1$; GV có thể yêu cầu một HS lên bảng liệt kê trên sơ đồ hình cây các đơn thức dạng *xyztu*

		đồng dạng với một trong các đơn thức trên, chẳng hạn với a^4b.
Khung kiến thức thứ hai	Giới thiệu công thức khai triển $(a+b)^5$.	GV viết lên bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.
Ví dụ 2	Mục đích của Ví dụ 2 là củng cố hiểu biết về công thức khai triển $(a+b)^5$.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm.
Luyện tập 2	Mục đích của Luyện tập 2 là vận dụng công thức khai triển của $(a+b)^5$.	HS làm việc độc lập. *Giải.* Thay $a=3x$ và $b=-2$ trong công thức khai triển của $(a+b)^5$ ta được: $(3x-2)^5 = (3x)^5 + 5\cdot(3x)^4\cdot(-2)$ $+10\cdot(3x)^3\cdot(-2)^2$ $+10\cdot(3x)^2\cdot(-2)^3 + 5\cdot 3x\cdot(-2)^4 + (-2)^5$ $= 243x^5 - 810x^4 + 1\,080x^3 - 720x^2 + 240x - 32.$
Vận dụng	HS trải nghiệm một ứng dụng của công thức khai triển nhị thức Newton trong việc ước lượng một vài biểu thức.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* a) Viết $1{,}05^4 = (1+0{,}05)^4$. Thay thế $a=1$, $b=0{,}05$ trong công thức khai triển $(a+b)^4$ ta có $1{,}05^4 = (1+0{,}05)^4 = 1^4 + 4\cdot 1^3\cdot 0{,}05 + 6\cdot 1^2\cdot(0{,}05)^2$ $+ 4\cdot 1\cdot(0{,}05)^3 + (0{,}05)^4 = 1 + 0{,}2 + \ldots \approx 1{,}2$ (các số hạng trong vế phải giảm rất nhanh và khá nhỏ so với số hạng thứ hai). b) Bằng máy tính, ta kiểm tra được rằng $1{,}05^4 = 1{,}21550625.$ Sai số tuyệt đối là: $\lvert 1{,}21550625 - 1{,}2\rvert = 0{,}01550625.$
Hướng dẫn giải một số bài tập chọn lọc	HS củng cố kiến thức về công thức nhị thức Newton qua một số bài tập cuối bài.	HS làm việc độc lập hoặc theo nhóm. GV lựa chọn một số bài tập cuối bài. HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm.

Tổng kết	Dành cho dự phòng, tổng kết lại nội dung của tiết học, dặn dò công việc về nhà.	GV sử dụng tuỳ tình hình thực tế của lớp học.

3. Lựa chọn bài tập

- Vận dụng trực tiếp công thức khai triển $(a+b)^4$ và $(a+b)^5$: Bài tập 8.12.
- Củng cố kiến thức, rèn luyện cách vận dụng linh hoạt công thức khai triển $(a+b)^4$ và $(a+b)^5$: Bài tập 8.13, 8.14.
- Củng cố ứng dụng công thức khai triển nhị thức Newton để xấp xỉ một số đại lượng: Bài tập 8.15.
- Ứng dụng của công thức nhị thức Newton trong thực tế: Bài tập 8.16.

Tuỳ tình hình thực tế, GV có thể lựa chọn thêm các bài tập phù hợp trong Sách bài tập để giao cho HS.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

8.12. a) $(x-3)^4 = x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$.

b) $(3x-2y)^4 = 81x^4 - 216x^3y + 216x^2y^2 - 96xy^3 + 16y^4$.

c) $(x+5)^4 + (x-5)^4 = 2x^4 + 300x^2 + 1\,250$.

d) $(x-2y)^5 = x^5 - 10x^4y + 40x^3y^2 - 80x^2y^3 + 80xy^4 - 32y^5$.

8.13. Hệ số của x^4 trong khai triển của $(3x-1)^5$ là -405.

8.14. Ta có $\left(3+\sqrt{2}\right)^5 - \left(3-\sqrt{2}\right)^5 = 1\,178\sqrt{2}$ $(a=0, b=1\,178)$.

8.15. a) Ta có $(1+0{,}02)^5 = 1 + 5\cdot 0{,}02 + 10\cdot(0{,}02)^2 + \ldots = 1 + 0{,}1 + \ldots \approx 1{,}1$.

b) Ta có $1{,}02^5 = 1{,}104080803$.

Sai số tuyệt đối là: $|1{,}104080803 - 1{,}1| = 0{,}004080803$.

8.16. a) Số dân của tỉnh đó sau 1 năm là: $800 + 800\cdot\frac{r}{100} = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)$ (nghìn người).

Số dân của tỉnh đó sau 2 năm là

$$800\left(1+\frac{r}{100}\right) + 800\left(1+\frac{r}{100}\right)\cdot\frac{r}{100} = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right) = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 \text{ (nghìn người).}$$

Suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là

$$P = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^5 \text{ (nghìn người).}$$

b) Ta có: $(1+0{,}015)^5 = 1+5\cdot 0{,}015+...=1+0{,}075+... \approx 1{,}075.$

Vậy số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là khoảng: $800\cdot 1{,}075 = 860$ (nghìn người).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

Quy tắc cộng: Một công việc có thể được thực hiện theo *một trong hai phương án khác nhau*:
+ Phương án 1 có n_1 cách thực hiện.
+ Phương án 2 có n_2 cách thực hiện.
Số cách thực hiện công việc là $n_1 + n_2$ cách.

Quy tắc nhân: Một công việc phải hoàn thành *qua hai công đoạn liên tiếp nhau*:
+ Công đoạn 1 có m_1 cách thực hiện.
+ Công đoạn 2 có m_2 cách thực hiện.
Số cách thực hiện công việc là $m_1 \cdot m_2$ cách.

QUY TẮC ĐẾM

HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

Hoán vị: Số cách *sắp xếp có thứ tự n phần tử* $(n\in\mathbb{N}, n\geq 1)$.
Số các hoán vị: $P_n = n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots 2\cdot 1.$
Quy ước: $0! = 1.$

Tổ hợp: Số cách *chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử* $(k, n\in\mathbb{N}, 0\leq k\leq n)$.
Số các tổ hợp chập k của n: $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$

Chỉnh hợp: Số cách *sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử* $(k, n\in\mathbb{N}, 1\leq k\leq n)$.
Số các chỉnh hợp chập k của n:
$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots(n-k+1).$

II. GỢI Ý DẠY HỌC

Thời lượng: 1 tiết.

- GV hệ thống hoá kiến thức lí thuyết của cả chương (có thể chuẩn bị bài trình chiếu theo Tổng kết kiến thức ở trang trước).
- GV hệ thống hoá các dạng toán cơ bản của toàn bộ chương và nhắc lại ngắn gọn phương pháp giải, cũng như những lưu ý cần thiết.
- Tuỳ tình hình thực tế của lớp, GV có thể cho HS chữa một số bài tập ở cuối chương theo dụng ý sư phạm của mình.

III. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

8.17. B. **8.18.** B. **8.19.** C. **8.20.** C. **8.21.** D.

8.22. a) Số cách viết là: $26^5 = 11\,881\,376$ (cách).

b) Số cách viết là: $A_{26}^5 = 7\,893\,600$ (cách).

8.23. a) Mỗi số có ba chữ số khác nhau lập từ 6 chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 6. Vậy số các số có ba chữ số khác nhau lập được từ sáu chữ số đã cho là 120 số.

b) Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ $(1 \le a, b, c \le 6)$.

Một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số của số đó chia hết cho 3. Vì số cần lập có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3 nên ta có các trường hợp sau:

a, b, c ∈ {1; 2; 3}; {1; 2; 6}; {1; 3; 5}; {1; 5; 6}; {2; 3; 4}; {2; 4; 6}; {3; 4; 5}; {4; 5; 6}.

Ứng với mỗi tập hợp, ta lập được 6 số.

Vậy ta lập được tất cả: $8 \cdot 6 = 48$ số thoả mãn yêu cầu đề bài.

8.24. Số NST trong các tế bào *A* được tạo ra sau 5 lần nguyên phân liên tiếp là: $2^5 \cdot 8 = 256$ (NST).

Số NST trong các tế bào *B* được tạo ra sau 4 lần nguyên phân liên tiếp là: $2^4 \cdot 14 = 224$ (NST).

Vậy số NST trong các tế bào *A* được tạo ra nhiều hơn số NST trong các tế bào *B* được tạo ra là: 256 – 224 = 32 (NST).

8.25. a) Số cách chọn 3 HS bất kì là: $C_{40}^3 = 9\,880$ (cách).

b) Số cách chọn 3 HS gồm 1 nam và 2 nữ là: $C_{25}^1 \cdot C_{15}^2 = 2\,625$ (cách).

c) Có thể sử dụng *phương pháp gián tiếp*: Số cách chọn 3 HS đều là nữ là: $C_{15}^3 = 455$ (cách).

Vậy số cách chọn 3 bạn mà có ít nhất một nam là: 9 880 – 455 = 9 425 (cách).

8.26. Hệ số của x^4 là: $5 \cdot 2^4 \cdot 3 = 240$; hệ số của x^3 là: $10 \cdot 2^3 \cdot 3^2 = 720$.

Vậy hệ số của x^3 lớn hơn.

CHƯƠNG IX. TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

A TỔNG QUAN

1 Vị trí, vai trò của chương

– Chương này giới thiệu định nghĩa cổ điển của xác suất và cung cấp hai phương pháp thực hành tính xác suất theo định nghĩa cổ điển: Sử dụng phương pháp tổ hợp và sơ đồ hình cây.

– Các ví dụ, bài tập và ứng dụng của chương được lấy từ chính thực tế cuộc sống hoặc rất gần gũi với cuộc sống nhằm trang bị cho HS những kiến thức và kĩ năng để có thể giải quyết những bài toán tính xác suất thường gặp trong thực tế. Vì thế nội dung của chương mang tính ứng dụng cao, thể hiện triết lí của bộ sách là "Kết nối tri thức với cuộc sống".

2 Cấu tạo chương

Chương này gồm 2 bài học và 1 tiết ôn tập chương, được thực hiện trong 6 tiết. Cụ thể như sau:

Bài 26. Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất (2 tiết).

Bài 27. Thực hành tính xác suất theo định nghĩa cổ điển (3 tiết).

Bài tập cuối chương IX (1 tiết).

3 Một số điểm cần lưu ý

– Trong Bài 26 có các khái niệm quan trọng mà HS đã được học ở lớp 9 là: Phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu và kết quả thuận lợi cho một biến cố. Vì vậy trước khi vào bài, GV cần dành thời gian ôn tập, củng cố lại cho HS các khái niệm này.

– Trong chương VIII "Đại số tổ hợp" HS đã được học quy tắc cộng và quy tắc nhân; công thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp, sơ đồ hình cây. Các kiến thức và kĩ năng này sẽ được ứng dụng trong Bài 27 với nội dung là sử dụng phương pháp tổ hợp và sơ đồ hình cây để tính xác suất theo định nghĩa cổ điển. Vì vậy chương VIII và chương IX quan hệ rất mật thiết với nhau.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

B GIỚI THIỆU CHI TIẾT CÁC BÀI HỌC

Bài 26. BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được một số khái niệm gồm: Phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố là tập con không gian mẫu, biến cố đối, định nghĩa cổ điển của xác suất, nguyên lí xác suất bé.
- Biết mô tả được không gian mẫu, biến cố trong một số phép thử đơn giản.
- Nắm và ghi nhớ được một tính chất cơ bản của xác suất.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Cố gắng (trong chừng mực cao nhất có thể) kết nối bài học trong sách với cuộc sống thực đang diễn ra.
- Phát huy tính tích cực của HS, khắc phục nhược điểm của phương pháp truyền thụ một chiều trước đây.
- Tăng cường các hoạt động và luyện tập trên lớp, tăng cường sự tương tác hai chiều giữa GV và HS.
- Với mỗi hoạt động GV cho cả lớp suy nghĩ trong thời gian tối đa 5 phút rồi chỉ định một HS (nếu câu dễ) hoặc hỏi HS nào xung phong trả lời.
- Sau khi kiến thức mới được hình thành và đóng khung trong hộp kiến thức, sẽ có ví dụ minh hoạ. Ví dụ đóng vai trò làm mẫu cho Luyện tập tiếp nối ngay theo Ví dụ.
- Các Luyện tập được thực hiện ngay tại lớp. GV cho HS suy nghĩ 5 – 10 phút rồi hỏi để HS trả lời. Nếu không có HS nào xung phong thì GV chỉ định một HS. HS đó có thể làm đúng, có thể làm sai. GV sẽ thực hiện việc chữa bài Luyện tập đó như sau: Nếu làm đúng GV sẽ trình bày lại lời giải của HS đó cho rõ ràng và mạch lạc. Nếu HS đó làm sai GV sẽ phân tích xem sai đâu. Trong mọi trường hợp việc chữa bài Luyện tập đều rất có ích cho việc củng cố kiến thức mới.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 2 tiết.

– Tiết 1: Mục 1. Biến cố.

– Tiết 2: Mục 2. Định nghĩa cổ điển của xác suất.

Mục 3. Nguyên lí xác suất bé.

Hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1

1. BIẾN CỐ

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Bài học giới thiệu trò chơi bốc thăm trúng thưởng. Câu hỏi "Xác suất bạn An trúng giải độc đắc, giải nhất khi chơi là bao nhiêu?" tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.	GV có thể thực hiện trò chơi này tại lớp. Mời 6 em tham gia.
Khung kiến thức	Ở lớp 9 HS đã được biết các khái niệm: phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, kết quả có thể, kết quả thuận lợi. Đây là những khái niệm quan trọng, cốt yếu chuẩn bị cho bài học.	GV triển khai theo SGK.
Ví dụ 1	Ôn tập việc vận dụng các khái niệm trong khung kiến thức trên.	GV trình bày Ví dụ 1.
HĐ1	Mục tiêu là để HS thấy được về mặt toán học mỗi biến cố được coi là một tập con của không gian mẫu Ω bao gồm tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Nói cách khác, mô hình toán học của biến cố là một tập hợp. Việc mô tả một biến cố bằng một tập hợp giúp HS rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Kết quả thuận lợi cho A là: Hương, Hồng hoặc Dung. Kết quả thuận lợi cho B là: Hương, Hồng hoặc Hoàng.

	Đây là những khái niệm quan trọng, cốt yếu chuẩn bị cho bài học.	
Khung kiến thức	Nêu khái niệm biến cố là tập con của không gian mẫu.	GV triển khai theo SGK.
Nhận xét	Nêu nhận xét "*Biến cố chắc chắn là tập* Ω*, biến cố không thể là tập* $\varnothing$".	*Lưu ý*: Sau khi nêu nhận xét, nếu có thời gian và nếu lớp có HS khá giỏi, GV có thể đặt câu hỏi cho cả lớp "Hãy giải thích tại sao?" GV giải thích nhận xét này như sau: *Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra, tức là mọi kết quả có thể đều là kết quả thuận lợi cho nó. Do đó biến cố chắc chắn là tập* Ω. *Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra, tức là không có kết quả có thể nào là kết quả thuận lợi cho nó. Vậy biến cố không thể là tập* $\varnothing$.
Ví dụ 2	Hướng dẫn, rèn luyện cho HS cách xác định biến cố theo định nghĩa tập hợp. Ví dụ 2 đóng vai trò làm mẫu cho Luyện tập 1.	GV trình bày **Ví dụ 2.**
Luyện tập 1	Nhằm rèn luyện kiến thức và kĩ năng cho đơn vị kiến thức vừa học.	HS tự làm. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải. *Giải* a) Ω = {ti vi; bàn ghế; tủ lạnh; máy tính; bếp từ; bộ bát đĩa}. b) D = {ti vi; tủ lạnh; máy tính; bếp từ}.
HĐ2	Nhằm khởi động cho việc hình thành kiến thức: khái niệm biến cố đối. Yêu cầu cần đạt: Với mỗi biến cố E đã cho với nội dung trong ngoặc kép	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Biến cố C: "Học sinh được chọn là một bạn nam"

	"..." HS cần hình thành các kiến thức, kĩ năng sau: +) Diễn đạt nội dung của biến cố đối $\overline{E}$. +) Xác định $\overline{E}$ là tập con nào của không gian mẫu.	xảy ra khi và chỉ khi bạn được chọn là Sơn hoặc Tùng hoặc Hoàng hoặc Tiến.
Khung kiến thức	Nêu khái niệm biến cố đối.	GV triển khai theo SGK.
Ví dụ 3	Hướng dẫn, rèn luyện cho HS cách xác định biến cố đối. Ví dụ 3 đóng vai trò làm mẫu cho Luyện tập 2.	GV trình bày Ví dụ 3.
Luyện tập 2	Phục vụ cho yêu cầu cần đạt về kiến thức, kĩ năng về biến cố đối.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* a) Biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một hợp số" không phải là biến cố $\overline{K}$. $\overline{K}$ là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1 hoặc là một hợp số". b) $K = \{2; 3; 5\}$; $\overline{K} = \{1; 4; 6\}$. *Lưu ý*: Câu a) còn có vai trò liên kết với kiến thức số học HS đã học ở lớp 6. Số 1 không là số nguyên tố và cũng không là hợp số.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Tiết 2

2. ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Phần mở đầu mục 2	Ôn tập khái niệm đồng khả năng và cách tính xác suất một biến cố bằng tỉ số giữa kết quả thuận lợi của biến cố đó và số kết quả có thể.	GV triển khai theo SGK.

HĐ3	Nhằm khởi động cho việc hình thành kiến thức: Định nghĩa cổ điển của xác suất.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải* a) $\Omega = \{1; 2; ...; 12\}$. Vì rút ngẫu nhiên nên các kết quả có thể là đồng khả năng. b) $E = \{2; 3; 5; 7; 11\}$. c) Phép thử có 12 kết quả có thể. Biến cố E có 5 kết quả thuận lợi. Từ đó $P(E) = \frac{5}{12}$.
Khung kiến thức	Nêu định nghĩa cổ điển của xác suất.	GV triển khai theo SGK.
Câu hỏi	Chứng minh được một tính chất cơ bản của xác suất.	*Giải* • Vì $E \subset \Omega$ nên $n(E) \le n(\Omega)$. Lại có $n(E) \ge 0$. Do đó $0 \le P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} \le 1$. • Vì biến cố chắc chắn là tập Ω, nên $P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$. • Vì biến cố không thể là tập $\varnothing$ và $n(\varnothing) = 0$ nên $P(\varnothing) = \frac{n(\varnothing)}{n(\Omega)} = 0$.
Ví dụ 4	Hướng dẫn, rèn luyện cho HS cách tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển.	GV trình bày Ví dụ 4.
Ví dụ 5	Hướng dẫn, rèn luyện cho HS cách tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển. Ví dụ 5 đóng vai trò làm mẫu cho Luyện tập 3.	GV trình bày Ví dụ 5.
Chú ý	HS ghi nhớ được một số điểm cần lưu ý khi	GV nhấn mạnh một số chú ý sau: 1) Trong định nghĩa cổ điển của xác suất có giả

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

<table>
<tr>
<td></td>
<td>tính xác suất theo định nghĩa cổ điển.</td>
<td>thiết quan trọng là các kết quả có thể của phép thử T là đồng khả năng.
Khi nào các kết quả của một phép thử T là đồng khả năng? Thông thường ta dựa vào tính đối xứng để không có lí do gì xem một kết quả này là có ưu thế xảy ra hơn kết quả kia. Chẳng hạn: Gieo một đồng xu cân đối, gieo một con xúc xắc cân đối, lấy ngẫu nhiên một viên bi trong một hộp chứa các viên bi, ...
Nếu một trong các giả thiết này bị vi phạm thì công thức $P(E)=\frac{n(E)}{n(\Omega)}$ không dùng được.
Chẳng hạn
– Phép thử T là gieo một đồng xu không cân đối hay gieo một con xúc xắc không cân đối: Khi đó các kết quả có thể của phép thử T không đồng khả năng.
– Ngoài ra, ta không xét các phép thử có vô hạn kết quả có thể, ví dụ: Phép thử T là chọn ngẫu nhiên một điểm M trên đoạn $[a; b]$. Các kết quả có thể là một điểm bất kì trong đoạn này. Tập các điểm trên đoạn $[a; b]$ là vô hạn.</td>
</tr>
<tr>
<td>Luyện tập 3</td>
<td>Nhằm rèn luyện kiến thức và kĩ năng tính xác suất theo định nghĩa cổ điển.</td>
<td>Giải. Ta mô tả không gian mẫu Ω bằng cách vẽ bảng như sau:
<table>
<tr><th>Xúc xắc I / Xúc xắc II</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr>
<tr><td>1</td><td>(1, 1)</td><td>(1, 2)</td><td>(1, 3)</td><td>(1, 4)</td><td>(1, 5)</td><td>(1, 6)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>(2, 1)</td><td>(2, 2)</td><td>(2, 3)</td><td>(2, 4)</td><td>(2, 5)</td><td>(2, 6)</td></tr>
<tr><td>3</td><td>(3, 1)</td><td>(3, 2)</td><td>(3, 3)</td><td>(3, 4)</td><td>(3, 5)</td><td>(3, 6)</td></tr>
<tr><td>4</td><td>(4, 1)</td><td>(4, 2)</td><td>(4, 3)</td><td>(4, 4)</td><td>(4, 5)</td><td>(4, 6)</td></tr>
<tr><td>5</td><td>(5, 1)</td><td>(5, 2)</td><td>(5, 3)</td><td>(5, 4)</td><td>(5, 5)</td><td>(5, 6)</td></tr>
<tr><td>6</td><td>(6, 1)</td><td>(6, 2)</td><td>(6, 3)</td><td>(6, 4)</td><td>(6, 5)</td><td>(6, 6)</td></tr>
</table>
Mỗi ô là một kết quả có thể. Ta có $n(\Omega) = 36$.</td>
</tr>
</table>

		Biến cố *E:* "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4 hoặc bằng 6" xảy ra khi xuất hiện các ô có tổng bằng 4: (1, 3); (2, 2) hoặc (3, 1) hay các ô có tổng bằng 6: (1, 5); (2, 4); (3, 3); (4, 2) hoặc (5, 1). Vậy $E = \{(1, 3); (2, 2); (3, 1); (1, 5); (2, 4); (3, 3); (4, 2); (5, 1)\}$. Từ đó $n(E) = 8$. Vậy $P(E) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

3. NGUYÊN LÍ XÁC SUẤT BÉ

Khung kiến thức	Nêu nguyên lí xác suất bé.	GV triển khai theo SGK. GV có thể lấy thêm một ví dụ về xác suất bé: Xác suất trúng giải độc đắc trong Xổ số tự chọn 6/45 là khoảng 0,000000123. Do đó, nếu bạn mua một vé xổ số thì chắc chắn bạn sẽ không trúng giải độc đắc. Tương tự như Nguyên lí xác suất bé, ta có Nguyên lí xác suất lớn: *"Nếu một biến cố có xác suất rất gần 1 thì trong một phép thử biến cố đó chắc chắn sẽ xảy ra".*
Chú ý	HS nhận biết được xác suất của một biến cố được coi là bé phụ thuộc vào từng trường hợp.	GV triển khai theo SGK.
Vận dụng	Đây là bài tập thực tế, HS cần vận dụng được kiến thức vừa học để giải quyết.	GV có thể gợi ý cho HS. *Gợi ý*: Vận dụng ý nghĩa thực tế của xác suất, ước lượng số trẻ mới sinh. *Giải.* Vận dụng ý nghĩa thực tế của xác suất, ta có: $n.0,488 \approx 10\,000.$ Vậy $n \approx \frac{10\,000}{0,488} = 20\,491,80328...$ Vậy có khoảng 20 492 trẻ mới sinh. Từ đó với 10 000 bé gái thì có khoảng: $20\,492 - 10\,000 = 10\,492$ (bé trai).

3. Lựa chọn bài tập.

- Mô tả biến cố, biến cố đối theo định nghĩa tập con của không gian mẫu: Bài tập 9.1, 9.2, 9.3, 9.4.
- Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển: Bài tập 9.5.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

9.1. a) $\Omega = \{1; 2; ...; 30\}$.

b) $A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29\}$.

$\overline{A} = \{1;4;6;8;9;10;12;14;15;16;18;20;21;22;24;25;26;27;28;30\}$.

9.2. a) $\Omega = \{1; 2; ...; 22\}$.

b) $B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21\}$. $\overline{B} = \{1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 11; 13; 14; 16; 17; 19; 20; 22\}$.

9.3. a) $\Omega = \{(1,S); (2,S); (3,S); (4,S); (5,S); (6,S); (1,N); (2,N); (3,N); (4,N); (5,N); (6,N)\}$.

b) $C = \{(1,S); (2,S); (3,S); (4,S); (5,S); (6,S)\}$;

$\overline{C} = \{(1,N); (2,N); (3,N); (4,N); (5,N); (6,N)\}$;

$D = \{(1,N); (2,N); (3,N); (4,N); (5,N); (6,N); (5,S)\}$;

$\overline{D} = \{(1,S); (2,S); (3,S); (4,S); (6,S)\}$.

9.4. a) Biến cố: "Bi lấy ra có màu xanh hoặc màu đen hoặc trắng" chính là biến cố: "Không xảy ra H", do đó là biến cố đối $\overline{H}$.

b) $\overline{K}$ là biến cố: "Không xảy ra K" tức là biến cố: "Bi lấy ra có màu đỏ hoặc màu đen". Do đó biến cố: "Bi lấy ra màu đen" không phải là biến cố $\overline{K}$.

9.5. Vẽ bảng như sau:

Bình \ An	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Ta có $n(\Omega) = 36$.

a) Gọi E là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bé hơn 3".

$$E = \{(1, 1); (1, 2); (2, 1); (2, 2)\}.\ n(E) = 4.\ P(E) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

b) Gọi F là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc mà An gieo lớn hơn hoặc bằng 5". $F = \{(1, 5); (2, 5); (3, 5); (4, 5); (5, 5); (6, 5); (1, 6); (2, 6); (3, 6); (4, 6); (5, 6); (6, 6)\}$. $n(F) = 12$. Vậy $P(F) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

c) Gọi G là biến cố: "Tích hai số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bé hơn 6".

$G = \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (2, 1); (2, 2); (3, 1); (4, 1); (5, 1)\}$. $n(G) = 10$.

Vậy $P(G) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

d) Gọi H là biến cố: "Tổng hai số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số nguyên tố". Ta liệt kê các ô có tổng thuộc tập $\{2; 3; 5; 7; 11\}$.

$H = \{(1, 1); (1, 2); (2, 1); (1, 4); (2, 3); (3, 2); (4, 1); (1, 6); (2, 5); (3, 4); (4, 3); (5, 2); (6, 1); (5, 6); (6, 5)\}$. $n(H) = 15$. Vậy $P(H) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Bài 27. THỰC HÀNH TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN
(3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Tính xác suất trong một số bài toán đơn giản bằng phương pháp tổ hợp.
- Tính xác suất trong một số bài toán đơn giản bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây.
- Nắm và vận dụng được quy tắc tính xác suất của biến cố đối.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Cố gắng (trong chừng mực cao nhất có thể) kết nối bài học trong sách với cuộc sống thực đang diễn ra.
- Phát huy tính tích cực của HS, khắc phục nhược điểm của phương pháp truyền thụ một chiều trước đây.
- Tăng cường các hoạt động và luyện tập trên lớp, tăng cường sự tương tác hai chiều giữa GV và HS.
- Với mỗi hoạt động GV cho cả lớp suy nghĩ trong thời gian tối đa 5 phút rồi chỉ định một HS (nếu câu dễ) hoặc hỏi HS nào xung phong trả lời.
- Sau khi kiến thức mới được hình thành và đóng khung trong hộp kiến thức, sẽ có ví dụ minh hoạ. Ví dụ đóng vai trò làm mẫu cho Luyện tập tiếp nối ngay theo Ví dụ.
- Các Luyện tập được thực hiện ngay tại lớp. GV cho HS suy nghĩ độ 5 – 10 phút rồi hỏi xem HS trả lời. Nếu không có HS nào xung phong thì GV chỉ định một HS. HS đó có thể làm đúng, có thể làm sai. GV sẽ thực hiện việc chữa bài Luyện tập đó như sau: Nếu làm đúng GV sẽ trình bày lại lời giải của HS đó cho rõ ràng và mạch lạc. Nếu HS đó làm sai GV sẽ phân tích xem sai đâu. Trong mọi trường hợp việc chữa bài Luyện tập đều rất có ích cho việc củng cố kiến thức mới.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng

Dự kiến phân bổ thời gian: 3 tiết.

– Tiết 1 và 2. Mục 1. Sử dụng phương pháp tổ hợp và Mục 2. Sử dụng sơ đồ hình cây.

– Tiết 3. Xác suất của biến cố đối và hướng dẫn giải bài tập.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

Tiết 1 và 2

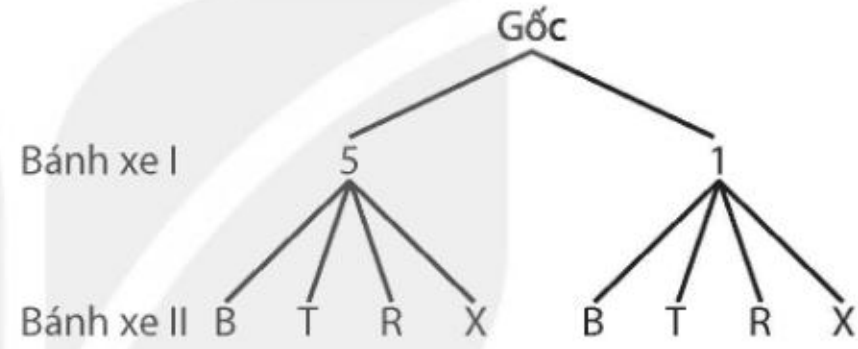
1. SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP TỔ HỢP

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tình huống mở đầu	Mục đích gợi nhớ lại bài toán cần giải trong tình huống mở đầu của Bài 26.	GV triển khai theo SGK. GV lưu ý cho HS: Trong Ví dụ 4 và Ví dụ 5 của Bài 26, ta đã tính số phần tử của không

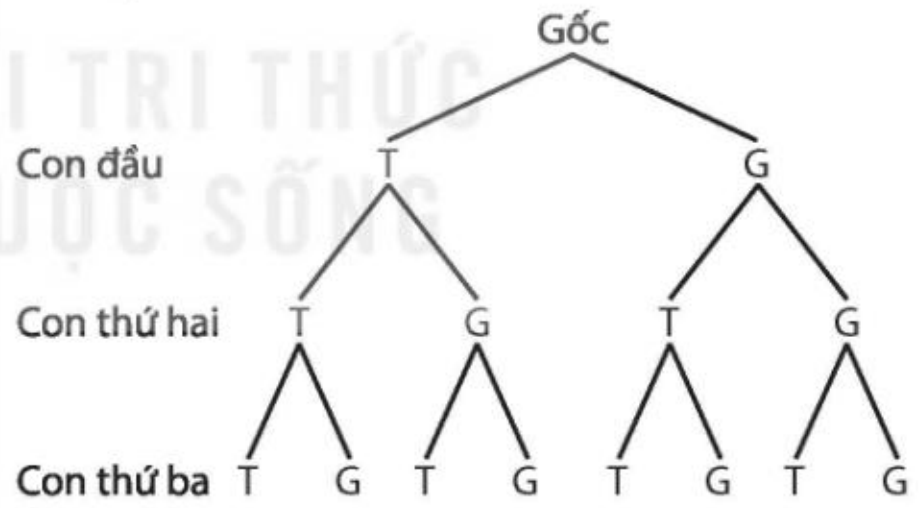
		gian mẫu Ω và của biến cố E bằng cách liệt kê ra tất cả các phần tử của hai tập hợp này.
HĐ1	Đưa ra cho HS một tình huống mà ở đó không thể tính được số phần tử của một tập hợp bằng cách liệt kê ra hết các phần tử của chúng.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Không thể được, vì số các tập con 6 phần tử của tập $\{1; 2; ...; 45\}$ là quá lớn.
Khung kiến thức	Để tính xác suất theo định nghĩa cổ điển, ta phải tính số phần tử của không gian mẫu Ω và của biến cố đang xét E, tuy nhiên trong nhiều bài toán ta không thể kiểm đếm bằng cách liệt kê ra tất cả các phần tử của Ω và E. Khi đó ta sử dụng các quy tắc đếm, các công thức tính số hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp trong Đại số tổ hợp. Bài học này là một minh hoạ sinh động cho việc ứng dụng thực tế của Đại số tổ hợp.	GV không cần ôn tập lại các kiến thức Đại số tổ hợp vì HS vừa học xong ở chương VIII. Nhấn mạnh cho HS một câu nói hay ở bên phải trang sách: *Đôi khi người ta gọi Đại số tổ hợp là "sự kiểm đếm không cần phải liệt kê".*
Ví dụ 1	Minh hoạ cho phương pháp tổ hợp, ở đó ta sử dụng công thức tính số tổ hợp và quy tắc nhân. Ví dụ 1 dùng làm mẫu cho Luyện tập 1.	GV trình bày **Ví dụ 1.**
Luyện tập 1	Nhằm rèn luyện kiến thức và kĩ năng cho đơn vị kiến thức vừa học.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.* Ω là tập tất cả 6 HS trong 12 HS. Vậy $n(\Omega) = C_{12}^{6} = 924$. Gọi C là biến cố: "Trong 6 HS được chọn có 3 HS nam và 3 HS nữ". Có $C_7^3 = 35$ cách chọn 3 HS nam từ 7 HS nam

		và có $C_5^3 = 10$ cách chọn 3 HS nữ từ 5 HS nữ. Vậy theo quy tắc nhân có $35 \cdot 10 = 350$ cách chọn 3 HS nam và 3 HS nữ, tức là $n(C) = 350$. Vậy $P(C) = \frac{350}{924} \approx 0,3788$.

2. SỬ DỤNG SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

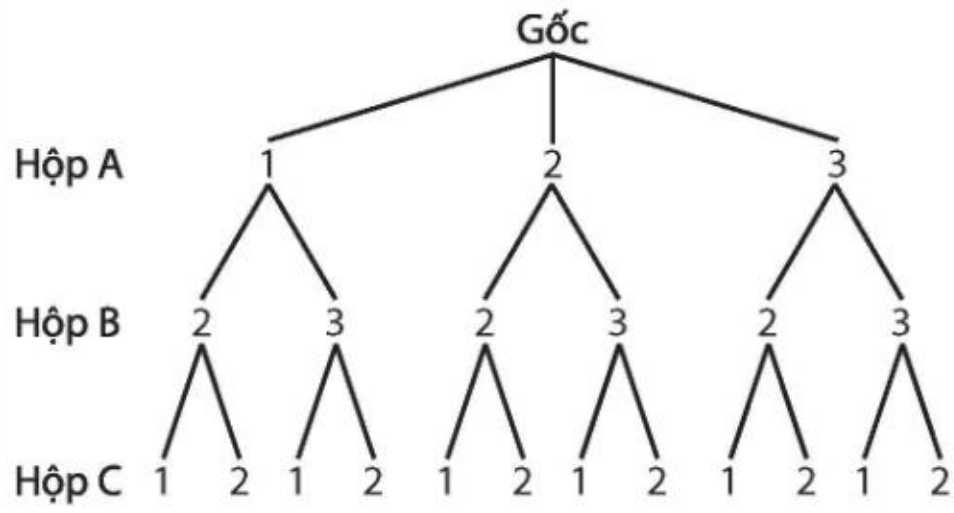
HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ2	Đưa ra một tình huống để HS vận dụng sơ đồ hình cây (đã học trong Đại số tổ hợp) vào một bài toán tính xác suất khi phép thử T được hình thành từ hai phép thử.	HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. *Giải.*  Kí hiệu B, T, R, X tương ứng là đen, trắng, đỏ, xanh; 5, 1 là 50 cc, 110 cc. Nhìn vào sơ đồ hình cây ta thấy $\Omega = \{5B; 5T; 5R; 5X; 1B; 1T; 1R; 1X\}$; $n(\Omega) = 8$.
Khung kiến thức	Bài toán tính xác suất theo định nghĩa cổ điển quy về bài toán đếm trong Đại số tổ hợp. Ta đã biết trong Đại số tổ hợp người ta dùng sơ đồ hình cây để minh hoạ trực quan giúp cho việc đếm được thuận tiện và không bỏ sót trường hợp. Trong thực hành tính xác suất, khi phép thử T được hình thành từ một vài phép thử chẳng	GV triển khai theo SGK.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

	hạn: gieo xúc xắc liên tiếp bốn lần, lấy 3 viên bi, mỗi viên từ một hộp, ... để có thể mô tả đầy đủ, trực quan không gian mẫu và biến cố đang xét, người ta sử dụng sơ đồ hình cây giúp liệt kê đầy đủ các phần tử của không gian mẫu và biến cố đó.	
Ví dụ 2	Minh hoạ cho phương pháp sơ đồ hình cây. Ví dụ 2 đóng vai trò làm mẫu cho Luyện tập 3.	GV trình bày Ví dụ 2.
Luyện tập 2	Nhằm rèn luyện kiến thức và kĩ năng cho đơn vị kiến thức vừa học.	*Giải.* Gọi D là biến cố: "Người chơi nhận được loại xe 110 cc có màu trắng hoặc xanh". $D = \{1T; 1X\}$, $n(D) = 2$. Vậy $P(D) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
Luyện tập 3	Nhằm rèn luyện kiến thức và kĩ năng cho đơn vị kiến thức vừa học.	*Giải.* a)  b) Gọi F là biến cố: "Gia đình đó có một con trai và hai con gái". Nhìn vào sơ đồ hình cây ta thấy: $\Omega = \{TTT; TTG; TGT; TGG; GTT; GTG; GGT; GGG\}$, $n(\Omega) = 8$. $F = \{GGT; TGG; GTG\}$. $n(F) = 3$. Vậy $P(F) = \frac{3}{8}$.

Tiết 3

3. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ ĐỐI

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ3	Mục đích để HS tìm thấy mối liên hệ giữa số phần tử của biến cố E và số phần tử của biến cố đối của E.	GV triển khai theo SGK. *Giải.* $n(\overline{E}) = n(\Omega) - n(E)$. Nếu có thời gian và lớp có HS khá giỏi, GV có thể đặt câu hỏi cho cả lớp "Hãy dựa vào công thức liên hệ giữa $n(\overline{E})$ với $n(E)$ và $n(\Omega)$ ở HĐ3, hãy chứng minh công thức: $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$. *Chứng minh* Chia hai vế của công thức $n(\overline{E}) = n(\Omega) - n(E)$ cho $n(\Omega)$. Từ định nghĩa cổ điển của xác suất ta được $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$.
Ví dụ 3	Hướng dẫn, rèn luyện cho HS phương pháp tính xác suất của biến cố đối. Ví dụ 3 dùng làm mẫu cho Luyện tập 4.	GV trình bày Ví dụ 3.
Chú ý	HS nhận biết được cách tính gián tiếp để tìm xác suất của biến cố.	GV nhấn mạnh chú ý này. Nếu tính trực tiếp $P(H)$ sẽ khó khăn hơn. Đây còn gọi là "phương pháp chuyển qua biến cố đối".
Luyện tập 4	Nhằm củng cố các kiến thức và kĩ năng sau: +) Sử dụng sơ đồ hình cây. +) Chuyển qua biến cố đối: Tính xác suất của một biến cố một cách gián tiếp bằng cách chuyển qua tính xác suất của biến cố đối của nó.	*Giải.* a) 

		Từ sơ đồ hình cây ta có Ω = {121; 122; 131; 132; 221; 222; 231; 232; 321; 322; 331; 332}. Vậy $n(\Omega) = 12$. b) Biến cố đối $\overline{M}$: "Trong ba thẻ rút ra không có thẻ số 1". Do đó $\overline{M}$ = {222; 232; 322; 332}. $n(\overline{M}) = 4$. c) $P(\overline{M}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. Suy ra $P(M) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.
Vận dụng	Đây là bài toán thực tế, HS cần vận dụng được kiến thức vừa học để giải quyết.	*Giải.* $P(F) = \frac{1}{C_{45}^6} = \frac{1}{8\,145\,060}$. $P(G) = \frac{234}{C_{45}^6} = \frac{234}{8\,145\,060}$.

3. Lựa chọn bài tập

- Sử dụng phương pháp tổ hợp: Bài tập 9.7, 9.8.
- Sử dụng phương pháp sơ đồ hình cây: Bài tập 9.6, 9.9, 9.10.
- Tính xác suất của biến cố đối: Bài tập 9.11.

IV. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

9.6. Trong Luyện tập 3 ta có Ω = {TGT; TTG; TTT; TGG; GGT; GTG; GTT; GGG}.

a) A = {GGT; GTG; GTT; GGG}. Từ đó $P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

b) B = {TGT; TTG; TTT; TGG; GGT; GTG; GTT}. $P(B) = \frac{7}{8}$.

9.7. $n(\Omega) = C_{11}^2 = 55$.

a) Số phần tử của C là số cách chọn 2 phần tử từ tập hợp gồm 5 số lẻ 11, 13, 15, 17, 19.

Vậy $n(C) = C_5^2 = 10$. $P(C) = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$.

b) Số phần tử của D là số cách chọn 2 phần tử từ tập hợp gồm 6 số chẵn 10, 12, 14, 16, 18, 20. Vậy $n(D) = C_6^2 = 15$. $P(D) = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$.

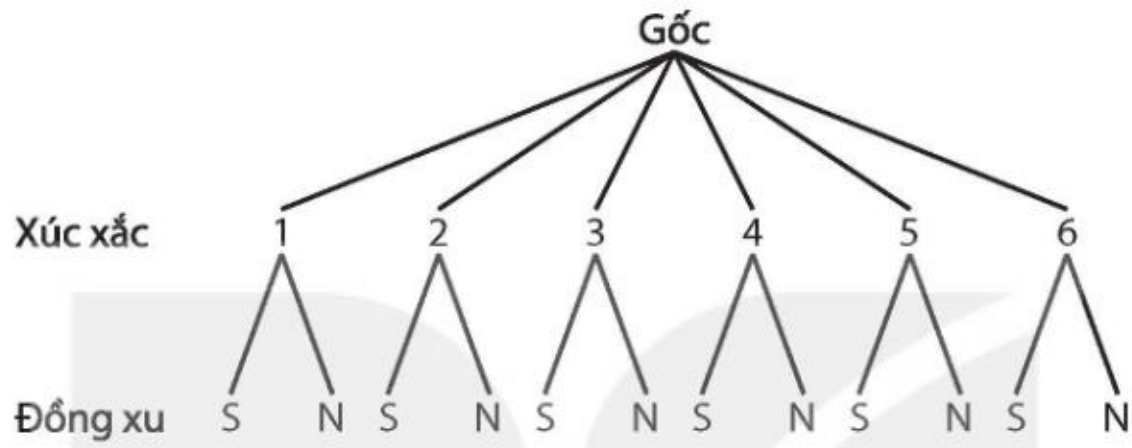
9.8. $n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$.

Gọi E là biến cố: "Trong 6 viên bi đó có 3 viên bi trắng, 2 viên bi đỏ và 1 viên bi đen".

Có $C_6^3 = 20$ cách chọn 3 viên bi trắng từ 6 viên bi trắng; $C_4^2 = 6$ cách chọn 2 viên bi đỏ từ 4 viên bi đỏ; Có 2 cách chọn 1 viên bi đen từ 2 viên bi đen.

Theo quy tắc nhân, $n(E) = 20 \cdot 6 \cdot 2 = 240$. Vậy $P(E) = \dfrac{240}{924} = \dfrac{20}{77}$.

9.9. a)



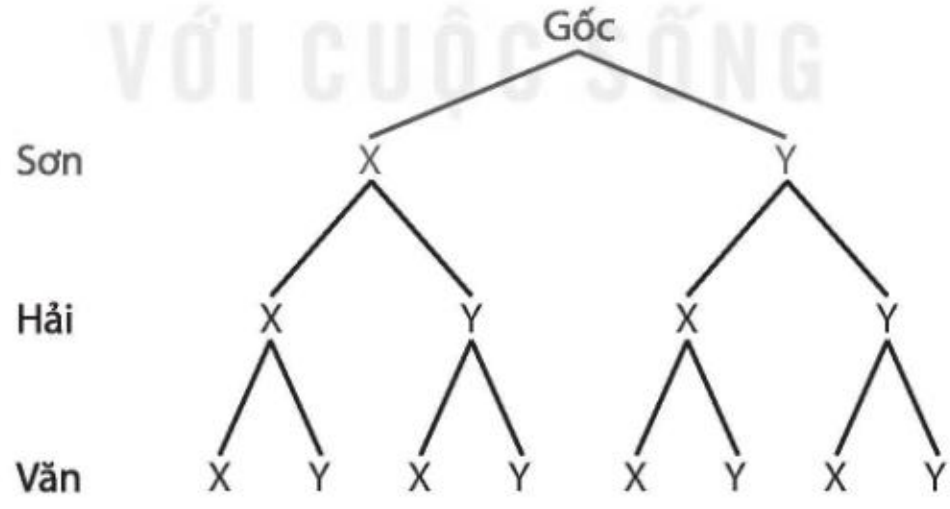
b) Từ sơ đồ hình cây

$\Omega = \{(1,S); (1,N); (2,S); (2,N); (3,S); (3,N); (4,S); (4,N); (5,S); (5,N); (6,S); (6,N)\}$. $n(\Omega) = 12$.

$F = \{(1,N); (2,N); (3,N); (4,N); (5,N); (6,N)\}$. $n(F) = 6$. Vậy $P(F) = \dfrac{6}{12} = 0,5$.

$G = \{(1,S); (2,S); (3,S); (4,S); (5,S); (6,S); (5,N)\}$. $n(G) = 7$. Vậy $P(G) = \dfrac{7}{12}$.

9.10. a)



b) Các kết quả có thể là: XXX, XXY, XYX, XYY, YXX, YXY, YYX, YYY.

Vậy $\Omega = \{XXX; XXY; XYX; XYY; YXX; YXY; YYX; YYY\}$. $n(\Omega) = 8$.

Gọi H là biến cố: "Hai bạn vào quán X, bạn còn lại vào quán Y".

$H = \{XXY; XYX; YXX\}$. $n(H) = 3$. $P(H) = \dfrac{3}{8}$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

9.11. Không gian mẫu $\Omega = \{(i, j), 1 \le i, j \le 6\}$. Vậy $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố: "Ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm".

Ta tính xác suất của biến cố đối $\overline{A}$: "Cả hai con xúc xắc đều không xuất hiện mặt 6 chấm".

$\overline{A} = \{(i, j); 1 \le i, j \le 5\}$. Có 5 cách chọn i từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ và có 5 cách chọn j từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5\}$. Theo quy tắc nhân có $5 \cdot 5 = 25$ cách chọn cặp (i, j) thoả mãn $1 \le i, j \le 5$.

Vậy $n(\overline{A}) = 25$. Từ đó: $P(\overline{A}) = \dfrac{25}{36}$.

Suy ra $P(A) = 1 - \dfrac{25}{36} = \dfrac{11}{36}$.

9.12. Ta vẽ sơ đồ hình cây để mô tả các kết quả có thể của kiểu gene ứng với màu hạt của cây con là



Các kết quả có thể của kiểu gene ứng với màu hạt của cây con là 4 nhánh cây:

AA, Aa, aA, aa.

Tương tự các kết quả có thể của kiểu gene ứng với dạng hạt của cây con là 4 nhánh cây

BB, Bb, bB, bb.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách vẽ bảng như sau:

Dạng hạt / Màu hạt	BB	Bb	bB	bb
AA	(AA,BB)	(AA,Bb)	(AA,bB)	(AA,bb)
Aa	(Aa,BB)	(Aa,Bb)	(Aa,bB)	(Aa,bb)
aA	(aA,BB)	(aA,Bb)	(aA,bB)	(aA,bb)
aa	(aa,BB)	(aa,Bb)	(aa,bB)	(aa,bb)

Mỗi ô là một kết quả có thể về kiểu gene của cây con. Không gian mẫu là tập hợp 16 ô của bảng trên. Như vậy không gian mẫu Ω của phép thử là

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Ω = {(AA,BB); (AA,Bb); (AA,bB); (AA,bb); (Aa,BB); (Aa,Bb); (Aa,bB); (Aa,bb); (aA,BB); (aA,Bb); (aA,bB); (aA,bb); (aa,BB); (aa,Bb); (aa,bB); (aa,bb)}.

Kí hiệu E là biến cố: "Cây con có hạt màu vàng và trơn".

Cây con có hạt màu vàng và trơn khi và chỉ khi trong kiểu gene màu hạt có ít nhất một gene trội A và trong kiểu gene hình dạng hạt có ít nhất một gene trội B.

Do đó E = {(AA,BB); (AA,Bb); (AA,bB); (Aa,BB); (Aa,Bb); (Aa,bB); (aA,BB); (aA,Bb); (aA,bB)}.

Vậy $P(E) = \frac{9}{16}$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX (1 tiết)

I. TỔNG KẾT KIẾN THỨC

ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

Về mặt toán học, mỗi **biến cố** là một *tập con của không gian mẫu* Ω. Tập con này là tập tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố đó.

Biến cố đối của biến cố E là biến cố "E không xảy ra". Biến cố đối của E được kí hiệu là $\overline{E}$.

Cho phép thử T có **không gian mẫu** là Ω. Giả thiết rằng các **kết quả có thể** của T là đồng khả năng. **Khi đó nếu** E **là một biến cố liên quan đến phép thử** T **thì xác suất** của E được cho bởi công thức

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)},$$

trong đó $n(\Omega)$ và $n(E)$ tương ứng là số phần tử của tập Ω và tập E.

Thực hành tính xác suất theo định nghĩa cổ điển

Sử dụng phương pháp tổ hợp

Để tính số phần tử của không gian mẫu, của các biến cố, ta thường sử dụng các quy tắc đếm, các công thức tính số hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

Sử dụng sơ đồ hình cây

Nếu phép thử T được hình thành từ một vài phép thử, ta có thể mô tả đầy đủ, trực quan không gian mẫu và biến cố cần tính xác suất bằng sơ đồ hình cây.

Xác suất của biến cố đối

Cho E là một biến cố. Xác suất của biến cố $\overline{E}$ liên hệ với xác suất của E bởi công thức sau:

$$P(\overline{E}) = 1 - P(E).$$

II. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

9.13. D. **9.14.** B. **9.15.** B. **9.16.** A.

9.17. a) Kí hiệu $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7$ là 7 thẻ màu xanh, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 là 5 thẻ màu đỏ và V_1, V_2 là 2 thẻ màu vàng. Ta có:

a) Không gian mẫu $\Omega = \{X_1; X_2; X_3; X_4; X_5; X_6; X_7; D_1; D_2; D_3; D_4; D_5; V_1; V_2\}$.

b) $A = \{D_1; D_2; D_3; D_4; D_5; V_1; V_2\}$. $B = \{X_2; X_3; D_2; D_3; V_2\}$.

9.18. $\Omega = \{(a, b)\ 1 \le a \le 5;\ 1 \le b \le 5\}$, trong đó a là thẻ rút từ hộp *I* và b là thẻ rút từ hộp *II*.

Theo quy tắc nhân $n(\Omega) = 5 \cdot 5 = 25$.

Gọi *E* là biến cố đang xét.

$E = \{(4, 5); (3, 5); (2, 5); (1, 5); (3, 4); (2, 4); (1, 4); (2, 3); (1, 3); (1, 2)\}$.

$n(E) = 10$. Vậy $P(E) = \dfrac{10}{25} = \dfrac{2}{5}$.

9.19. $\Omega = \{(a, b), 1 \le a, b \le 6\}$, $n(\Omega) = 36$.

a) Gọi *M* là biến cố: "Tổng số chấm trên hai con xúc xắc bằng 8".

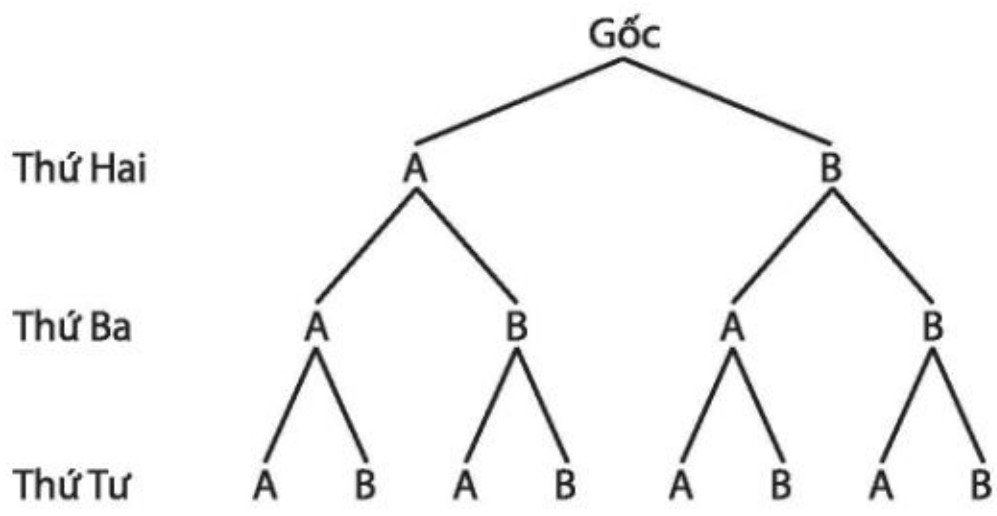
$M = \{(2, 6); (3, 5); (4, 4); (5, 3); (6, 2)\}$, $n(M) = 5$. Vậy $P(M) = \dfrac{5}{36}$.

b) Gọi *N* là biến cố: "Tổng số chấm trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 8".

$N = \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (1, 6); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (5, 1); (5, 2); (6, 1)\}$.

$n(N) = 21$. Vậy $P(N) = \dfrac{21}{36} = \dfrac{7}{12}$.

9.20. a) Kí hiệu A là không có mưa, B là có mưa.



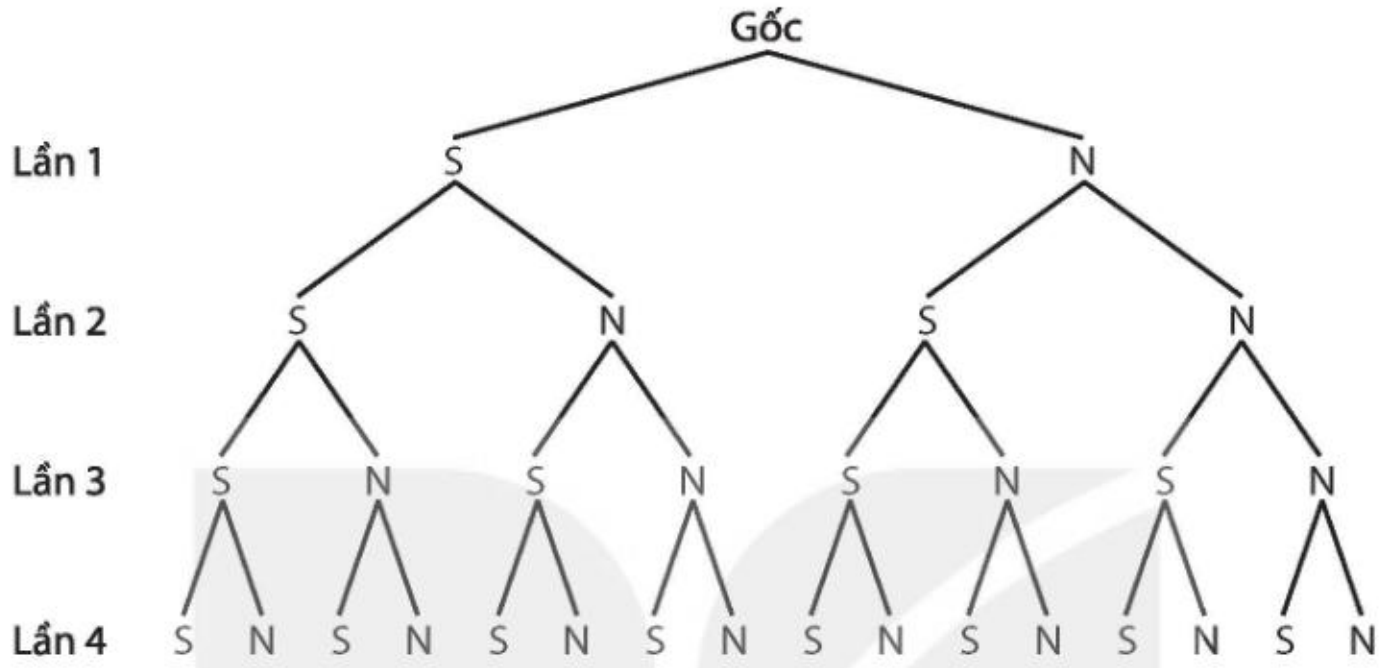
Sơ đồ hình cây

$\Omega = \{AAA; AAB; ABA; ABB; BAA; BAB; BBA; BBB\}$.

b) $F = \{AAB; ABA; BAA\}$. Vậy $P(F) = \frac{3}{8}$.

$G = \{AAB; ABA; BAA; AAA\}$. Vậy $P(G) = \frac{4}{8} = 0,5$.

9.21. a) Kí hiệu S là đồng xu xuất hiện mặt sấp, N là đồng xu xuất hiện mặt ngửa.



Sơ đồ hình cây

Ω = {SSSS; SSSN; SSNS; SSNN; SNSS; SNSN; SNNS; SNNN; NSSS; NSSN; NSNS; NSNN; NNSS; NNSN; NNNS; NNNN}. Vậy $n(\Omega) = 16$.

b) Gọi A là biến cố đang xét.

Ta có $A = \{SSNN; SNSN; SNNS; NSSN; NSNS; NNSS\}$, $n(A) = 6$.

Vậy $P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

9.22. $\overline{A}$: "Trong 4 viên bi chỉ có toàn bi đỏ hoặc toàn bi xanh".

Ta tính $P(\overline{A})$ trước. $n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$.

Có một kết quả 4 viên đều là bi đỏ và $C_6^4 = 15$ kết quả 4 viên đều là bi xanh.

$$n(\overline{A}) = 1 + 15 = 16.$$

Từ đó $P(\overline{A}) = \frac{16}{210} = \frac{8}{105}$.

$$P(A) = 1 - \frac{8}{105} = \frac{97}{105}.$$

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

TÌM HIỂU MỘT SỐ KIẾN THỨC VỀ TÀI CHÍNH (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Hiểu được sự khác biệt giữa tiết kiệm và đầu tư.
- Thực hành thiết lập kế hoạch đầu tư cá nhân để đạt tỉ lệ tăng trưởng như mong đợi.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề về tài chính thông qua các bài toán thực tiễn về tiết kiệm và đầu tư.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

Ở lớp 7 THCS, HS đã được làm quen với một số bài toán gửi tiết kiệm. Trong bài này, HS sẽ được học về tiết kiệm và đầu tư, phân biệt hai khái niệm này thông qua các ví dụ trong thực tế.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng: 2 tiết.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
1. TIẾT KIỆM VÀ ĐẦU TƯ		
HĐ1. Nhắc lại và luyện tập về tiết kiệm	Đây là tình huống cho HS ôn lại về khái niệm tiết kiệm và luyện tập các tình huống về bài toán tiết kiệm.	– GV hướng dẫn HS đọc và trao đổi về nội dung HĐ1. HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, GV gọi HS nhận xét. – GV nêu kiến thức trong khung kiến thức: $T = A \cdot (1 + r\%)^n$. – GV hướng dẫn HS thực hành từng hoạt động trong HĐ1.

		Gợi ý. a) Áp dụng công thức ta có: $T = 2\,000\,000\,000 \cdot (1 + 7\%)^3$ $= 2\,450\,086\,000$ (đồng). b) Với số tiền nêu trên, bác Việt mua được căn hộ chung cư với diện tích là: $S = \frac{T}{30\ 626\,075} = \frac{2\ 450\ 086\ 000}{30\ 626\,075} = 80\ (\text{m}^2)$.
Trao đổi	Đây là tình huống cho HS tự nhận biết về tiết kiệm và trượt giá.	– HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. – GV gọi HS nhận xét. Từ kết quả tính toán của HĐ1, GV đưa ra kết luận. *Gợi ý.* Để mua được căn hộ 100 mét vuông ở thời điểm tháng 1 năm 2021, bác Việt cần phải gửi tiết kiệm từ tháng 1 năm 2018 số tiền là $A = \frac{T}{(1+r\%)^n} = \frac{100 \cdot 30\,626\,075}{(1+0{,}07)^3}$ $= 2\,500\,000\,000$ (đồng).
HĐ2. Làm quen với đầu tư	Đây là tình huống cho HS làm quen với bài toán đầu tư và nhận biết những nội dung biến đổi lợi nhuận khi đầu tư.	– GV hướng dẫn HS đọc và trao đổi về nội dung HĐ2. HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. – GV hướng dẫn HS thực hành từng hoạt động trong HĐ2. *Gợi ý.* a) – Nếu cô Lan bán 5 000 cổ phiếu của công ty A vào ngày 27–7–2020, tổng số tiền cô Lan thu được là: 430 000 000 đồng. – Nếu cô Lan bán 5 000 cổ phiếu của công ty A vào ngày 30–12–2020, tổng số tiền cô Lan thu được là: 544 000 000 đồng. – Nếu cô Lan bán 5 000 cổ phiếu của công ty A vào ngày 10–5–2021, tổng số tiền cô Lan thu được là: 455 000 000 đồng. b) Nếu ngày 10–6–2020 cô Lan dùng số tiền 511 000 000 đồng để gửi tiết kiệm với lãi suất 6%/năm cho kì hạn một tháng thì vào ngày 10–5–2021, tổng số tiền cô Lan nhận được là:

		$T = 511\,000\,000 \cdot \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{11}$ $= 539\,818\,270{,}5$ (đồng).
Trao đổi	Nhận biết sự khác biệt giữa tiết kiệm và đầu tư.	– GV đưa tình huống trao đổi và hướng dẫn HS thảo luận. – GV lưu ý HS nội dung trong mục *Em có biết?*. *Gợi ý.* a) Nếu so sánh các tình huống mà cô Lan đầu tư vào cổ phiếu công ty A, ta thấy hiệu quả tuỳ thuộc vào từng thời điểm. Nếu bán tại thời điểm 27-7-2020 thì cô Lan sẽ lỗ 81 000 000 đồng. Nếu bán tại thời điểm 30-12-2020 thì cô Lan sẽ lãi 33 000 000 đồng. Nếu bán tại thời điểm 10-5-2021 thì cô Lan sẽ lỗ 56 000 000 đồng. b) Nếu cô Lan gửi tiết kiệm đến ngày 10-5-2021, cô Lan sẽ lãi 28 818 270,5 đồng. Như vậy, quyết định nên đầu tư hay gửi tiết kiệm cần phải tuỳ từng thời điểm và phụ thuộc sự phân tích của các nhà đầu tư, để đạt hiệu quả nhất.
Vận dụng 1	Luyện tập thêm về đầu tư và cung cấp tình huống khác nhau về đầu tư.	– Ở đây GV nên lưu ý về việc dùng biểu đồ để nhận thông tin về giá cổ phiếu của từng thời điểm. – HS tự đọc và thực hiện. GV gọi HS lên bảng. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức. *Gợi ý* Số cổ phiếu anh Tiến mua tại thời điểm 9-12-2020 là: 898 200 000 : 24 950 = 36 000 (cổ phiếu). a) Số tiền thu được khi bán cổ phiếu của công ty B tại thời điểm 15-3-2021 là: $36\,000 \cdot 33\,000 = 1\,188\,000\,000$ (đồng).

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		b) Số tiền thu được khi bán cổ phiếu của công ty B tại thời điểm 15-4-2021 là: $36\,000 \cdot 34\,500 = 1\,242\,000\,000$ (đồng). c) Số tiền thu được khi bán cổ phiếu của công ty B tại thời điểm 18-5-2021 là: $36\,000 \cdot 36\,550 = 1\,315\,800\,000$ (đồng).
2. THUẾ THU NHẬP CÁ NHÂN		
HĐ3. Luyện tập về thuế thu nhập cá nhân	Đây là tình huống cho HS luyện tập và tìm hiểu sâu về thuế thu nhập cá nhân.	– HS có thể làm việc cá nhân hoặc theo nhóm. GV gọi HS nhận xét và kết luận. – GV ghi bảng nội dung trong khung kiến thức. *Gợi ý.* Gọi x là thu nhập tính thuế và y là số tiền thuế thu nhập cá nhân (tính theo tháng). a) $y = 0{,}05x$. b) $y = 5\,000\,000 \cdot 0{,}05 + 0{,}1(x - 5\,000\,000)$ $= 0{,}1x - 250\,000$. c) Thu nhập tính thuế của anh Nam trong một tháng là: $28\,000\,000 - 11\,000\,000 - 4\,400\,000$ $= 12\,600\,000$ (đồng). Tiền thuế thu nhập cá nhân anh Nam phải nộp mỗi tháng là: $y = 0{,}05 \cdot 5\,000\,000 + 0{,}1 \cdot 5\,000\,000 + 0{,}15 \cdot 2\,600\,000$ $y = 1\,140\,000$ (đồng). Tiền thuế thu nhập cá nhân anh Nam phải nộp trong một năm là: $1\,140\,000 \cdot 12 = 13\,680\,000$ (đồng).
Vận dụng 2	Củng cố kiến thức về thuế thu nhập cá nhân và làm quen khái niệm hàm số xác định theo từng khoảng.	– HS tự đọc và thực hiện. – GV gợi ý theo các trường hợp a và b của HĐ3. GV hướng dẫn HS từng trường hợp, gọi HS trả lời. GV nhận xét bài làm và tổng kết lại kiến thức.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

		Gợi ý. Gọi x (triệu đồng) là thu nhập tính thuế và y (triệu đồng) là số tiền thuế thu nhập cá nhân (tính theo tháng). Với $0 < x \le 5 : y = 0{,}05x$; Với $5 < x \le 10 : y = -250\,000 + 0{,}1x$; Với $10 < x \le 18 : y = -750\,000 + 0{,}15x$; Với $18 < x \le 32 : y = -1\,950\,000 + 0{,}2x$; Với $32 < x \le 52 : y = -4\,750\,000 + 0{,}25x$; Với $52 < x \le 80 : y = -9\,750\,000 + 0{,}3x$; Với $x > 80 : y = -18\,150\,000 + 0{,}35x$.

MẠNG XÃ HỘI: LỢI VÀ HẠI (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện được những hoạt động: thu thập, tóm tắt và trình bày dữ liệu, rút ra một số kết luận từ dữ liệu.
- Sử dụng được máy tính cầm tay, phần mềm bảng tính Excel để tính những số đặc trưng của mẫu số liệu.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Rèn luyện năng lực sử dụng công cụ thống kê để giải quyết bài toán thực tiễn.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Bài trải nghiệm này nhằm mục đích cho HS thực hành những hoạt động: thu thập, trình bày và phân tích dữ liệu để rút ra một số kết luận thông qua vấn đề về lợi và hại của mạng xã hội (MXH). Tuy nhiên, GV có thể đưa ra vấn đề khác hoặc để HS tự đề xuất một vấn đề các em quan tâm. GV có thể chuẩn bị sẵn dữ liệu, hoặc đưa ra nguồn lấy dữ liệu có sẵn cho HS hoặc hướng dẫn HS thu thập dữ liệu trước tiết học nếu việc thu thập dữ liệu cho vấn đề nêu ra khó thực hiện trong phạm vi lớp học.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

- Phiếu hỏi là khái niệm đã được giới thiệu trong các lớp học trước. Ở câu hỏi số 4 của phiếu hỏi: Thời gian dùng MXH của mỗi người không cố định qua các ngày và khó xác định chính xác nên câu trả lời cho câu hỏi này là con số ước lượng số phút dùng MXH mỗi ngày.
- Trong HĐ2, bảng tần số (không phân nhóm) đã được giới thiệu ở cấp THCS. GV có thể thêm yêu cầu vẽ biểu đồ để minh hoạ dữ liệu nếu thời gian cho phép.
- Trong HĐ4b, việc so sánh sự biến động của hai mẫu số liệu dựa vào những số đo nêu trong bảng T.4 thích hợp khi số đo trung tâm của hai mẫu không sai khác nhiều. Trường hợp hai mẫu số liệu có số đo trung tâm khá khác biệt, GV có thể gợi ý HS tìm hiểu thêm về hệ số biến thiên (độ lệch chuẩn/số trung bình) để so sánh sự biến động của hai mẫu số liệu. Mẫu số liệu có hệ số biến thiên lớn hơn thì biến động lớn hơn.

III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1. Thời lượng

Bài trải nghiệm thực hiện trong 2 tiết. Có thể tiến hành như sau:

Tiết 1: Thực hiện HĐ1, HĐ2.

Tiết 2: Thực hiện HĐ3, HĐ4. Hướng dẫn tính các số đặc trưng bằng máy tính cầm tay, phần mềm bảng tính.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tiết 1		
Nêu vấn đề	Đặt ra bài toán thực tế cho HS.	– Nêu vấn đề và đặt câu hỏi cho HS về dữ liệu cần thu thập để trả lời những câu hỏi đặt ra. – GV nêu những việc cần làm: thu thập, trình bày và phân tích dữ liệu.
HĐ1. Thu thập dữ liệu	Thu thập dữ liệu trên nhóm HS trong lớp theo phiếu khảo sát.	– GV phát phiếu điều tra cho HS, yêu cầu các em trả lời. – HS thu phiếu trả lời và loại bỏ phiếu không hợp lệ. – GV yêu cầu HS nhập dữ liệu vào bảng theo mẫu (H.T.3) hoặc nhập dữ liệu vào phần mềm bảng tính.

Ví dụ minh hoạ về dữ liệu:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
STT	GioiTinh	LoiIch	BatLoi	TGdungMXH		STT	GioiTinh	LoiIch	BatLoi	TGdungMXH
1	nam	A	B	60		16	nam	D	A	90
2	nu	A	D	60		17	nu	B	B	80
3	nam	B	A	120		18	nu	D	D	60
4	nu	A	A	60		19	nam	C	D	60
5	nam	D	A	15		20	nu	B	A	180
6	nam	C	A	50		21	nam	A	C	30
7	nu	A	D	60		22	nu	B	D	120
8	nu	A	D	30		23	nu	A	D	180
9	nam	B	A	120		24	nu	D	D	60
10	nu	B	D	180		25	nam	B	D	90
11	nu	C	C	30		26	nu	C	B	120
12	nam	A	A	80		27	nam	B	D	90
13	nam	C	D	60		28	nam	B	C	80
14	nu	B	D	80		29	nu	A	D	80
15	nu	C	B	40		30	nu	D	B	90

HĐ2. Lợi ích và bất lợi của MXH	– Lập bảng tần số để tóm tắt ý kiến về lợi ích và bất lợi của MXH. – Rút ra kết luận đơn giản từ bảng tần số.	– GV nhắc lại cách lập bảng tần số. – GV yêu cầu HS thực hiện việc lập bảng tần số cho dữ liệu ý kiến về lợi ích và bất lợi lớn nhất của MXH. – GV yêu cầu HS nêu nhận xét từ bảng. Nhận xét tập trung vào ý kiến của đa số hoặc thiểu số hoặc cả hai.

Minh hoạ về dữ liệu trong bảng trên:

Lợi ích lớn nhất của MXH	Số bạn
Kết nối với bạn bè (A)	9
Giải trí (B)	10
Thu thập thông tin (C)	6
Tìm hiểu thế giới xung quanh (D)	5

Bảng 1: Bảng tần số ý kiến về lợi ích lớn nhất của MXH

Bất lợi lớn nhất của MXH	Số bạn
Nguy cơ tiếp xúc với những bài viết, hình ảnh, video, ý kiến tiêu cực, không thích hợp (A)	8
Thông tin cá nhân bị đánh cắp (B)	5
Có thể bị bắt nạt trên Internet (C)	3
Mất thời gian sử dụng Internet (D)	14

Bảng 2: Bảng tần số ý kiến về bất lợi lớn nhất của MXH

Nhận xét: *Đa số các bạn cho rằng hai lợi ích lớn nhất của MXH là: kết nối với bạn bè và giải trí. MXH có thể gây ra việc tiêu tốn nhiều thời gian sử dụng Internet được đa số các bạn HS cho là mặt bất lợi lớn nhất của MXH.*

Tiết 2

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
HĐ3. Thời gian sử dụng MXH	– HS tính được những số đặc trưng: đo trung tâm, tứ phân vị bằng máy tính cầm tay, bằng phần mềm bảng tính. – HS rút ra được một số kết luận từ các số đo đặc trưng nói trên của số liệu.	– GV hướng dẫn tính các số đo trên máy tính cầm tay, trên phần mềm bảng tính. – HS thực hiện theo hướng dẫn trên số liệu đã thu thập được. – GV yêu cầu HS rút ra một số nhận xét về thời gian dùng MXH của các em.

Minh hoạ kết quả:

GT nhỏ nhất	Q_1	Số trung bình	Q_2	Q_3	Mốt	GT lớn nhất
15	60	81,8	80	90	60	180

Nhận xét: *Thời gian sử dụng MXH mỗi ngày của những bạn được khảo sát dao động từ 15 đến 180 phút. Trung bình, mỗi bạn dùng MXH với thời gian xấp xỉ 80 phút/ngày. Có 75% số học sinh sử dụng MXH trên 60 phút/ngày, 50% số bạn sử dụng MXH trên 80 phút/ngày, 25% số bạn sử dụng MXH trên 90 phút/ngày. Đa số các bạn dùng MXH 60 phút/ngày.*

HĐ4. So sánh thời gian dùng MXH giữa HS nam và nữ.	– HS tính được những số đặc trưng mô tả sự phân tán bằng máy tính cầm tay, phần mềm bảng tính. – HS so sánh được thời gian dùng MXH, sự biến động thời gian dùng MXH của hai mẫu số liệu.	– GV hướng dẫn HS tách dữ liệu cho hai nhóm HS nam và nữ, hướng dẫn tính các số đo sự phân tán bằng máy tính cầm tay, trên phần mềm bảng tính. – GV yêu cầu HS thực hiện tính toán và đưa kết quả vào bảng theo mẫu. – GV yêu cầu HS so sánh về thời gian dùng MXH của các bạn HS ở hai nhóm. – GV yêu cầu HS so sánh về sự biến động của thời gian dùng MXH của các bạn HS ở hai nhóm.

Kết quả tính cho dữ liệu minh hoạ trên đây như sau:

a)

	Số trung bình	Q_1	Q_2 (Trung vị)	Q_3
Nam	72,7	60	80	90
Nữ	88,8	60	80	120

Nhận xét: *Tính trung bình thời gian dùng MXH một ngày của các bạn nữ nhiều hơn của các bạn nam. Những số đo tứ phân vị ở nhóm các bạn nữ cũng cao hơn hoặc bằng số đo đó ở nhóm các bạn nam. Có thể cho rằng trong số các bạn được khảo sát, HS nữ dùng MXH với thời gian nhiều hơn so với HS nam.*

b)

	Khoảng biến thiên	Khoảng tứ phân vị	Độ lệch chuẩn
Nam	105	30	31,13
Nữ	150	60	50,36

Nhận xét: *Mức độ biến động của thời gian sử dụng MXH của nhóm các bạn nữ lớn hơn với khoảng biến thiên 150 và độ lệch chuẩn 50,36; trong khi hai số đo này ở nhóm các bạn nam lần lượt là 105 và 31,13. Ta có thể cho rằng thời gian sử dụng MXH mỗi ngày của các bạn nữ biến động nhiều hơn so với các bạn nam.*

3. Gợi ý khác

GV có thể hướng dẫn HS thu thập dữ liệu trong và ngoài phạm vi lớp học. Thời gian và nội dung dự kiến phân bổ như sau:

Tiết 1: Nhắc lại cách lập bảng tần số, hướng dẫn thực hành tính số đặc trưng trên máy tính cầm tay, phần mềm bảng tính. Phân nhóm HS và giao bài tập nhóm: đặt vấn đề, lập phiếu hỏi, thu thập dữ liệu, trình bày và phân tích dữ liệu.

Tiết 2: Các nhóm HS trình bày báo cáo.

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Tiết 1		
Nêu vấn đề	Nêu bài toán thực tế.	Nêu vấn đề hoặc gợi mở HS nêu vấn đề.
Giao bài tập nhóm	HS làm việc nhóm và thực hiện các khâu: thu thập, trình bày và phân tích dữ liệu.	– GV phân nhóm HS trong lớp. – GV nêu việc cần làm: thu thập, trình bày và phân tích dữ liệu.
Thực hành	HS thực hiện được thao tác tính số đặc trưng bằng máy tính cầm tay, phần mềm bảng tính.	– GV chuẩn bị sẵn một file dữ liệu hoặc nguồn lấy dữ liệu có sẵn để hướng dẫn HS thực hiện. – Nhắc lại về bảng tần số, thao tác lập bảng tần số trên phần mềm bảng tính. – Hướng dẫn tính những số đo đặc trưng bằng máy tính cầm tay và phần mềm bảng tính.
Tiết 2		
HOẠT ĐỘNG	**MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU**	**GỢI Ý THỰC HIỆN**
Thuyết trình	HS thuyết trình kết quả khảo sát và phân tích.	– GV cho từng nhóm trình bày. – GV nhận xét, góp ý bài thuyết trình của mỗi nhóm.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

MỘT SỐ NỘI DUNG CHO HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM HÌNH HỌC
(2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện được các phép đo đạc trực tiếp và dùng các kết quả đo đạc đó, kiểm tra tính đúng đắn của một số kết quả hình học đã được học.
- Vận dụng được các hệ thức lượng trong tam giác trong việc xác định khoảng cách giữa hai vị trí.
- Thực hiện được việc gấp giấy, đo đạc và tính toán để xác định các yếu tố của một đường conic.
- Thực hiện được vẽ hình với phần mềm GeoGebra.

2. Về năng lực, phẩm chất

Bài học góp phần phát triển phẩm chất, năng lực sau cho HS:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học (thước kẻ, thước đo góc, compa, ê-ke, máy tính bỏ túi, máy tính).
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học (Chẳng hạn, trong bài toán xác định khoảng cách giữa hai vị trí).
- Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập), yêu đất nước (thông qua hoạt động đo đạc thực tế).

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Nhìn chung, HS cần thực hiện các hoạt động theo nhóm. GV và các nhóm HS cần chuẩn bị trước các dụng cụ cần thiết.
- Sau khi thực hiện, có thể cho từng nhóm báo cáo cách thức thực hiện của nhóm mình.
- Trong suốt quá trình học tập, GV nên khuyến khích, tạo cơ hội cho HS hoạt động trải nghiệm với mức độ và phạm vi phù hợp điều kiện cho phép, không nên chỉ thực hiện hoạt động trải nghiệm vào một thời điểm trong năm.

III. GỢI Ý DẠY HỌC

1. Thời lượng: 2 tiết.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
1. Kiểm tra tính đúng đắn của một kết quả hình học thông qua những ví dụ cụ thể	Kiểm tra sự phù hợp giữa kết quả do đo đạc thực tế với kết quả trong lí thuyết. HS củng cố, khắc sâu kiến thức.	GV tổ chức, hướng dẫn, hỗ trợ cho HS làm việc theo từng nhóm nhỏ (khoảng 3 HS mỗi nhóm), mỗi nhóm có thể tuỳ ý chọn kết quả hình học để kiểm tra, chẳng hạn: – Với một tam giác ABC, dùng thước đo độ dài các cạnh và đo độ lớn các góc. Sau đó, kiểm tra kết quả đó phù hợp với định lí côsin. (Chú ý: chấp nhận kết quả đo đạc gần đúng). – Với một tam giác ABC nội tiếp một đường tròn (có thể yêu cầu nhóm xác định tâm của đường tròn, nếu trước đó, tâm đã được xoá), hãy đo trực tiếp độ dài các cạnh, số đo các góc, độ dài bán kính và kiểm tra để thấy rằng các số liệu đó phù hợp với định lí sin. – Với một tam giác ABC, hãy đo trực tiếp độ dài các cạnh, độ dài chiều cao h_a kẻ từ A của tam giác và kiểm tra để thấy rằng các số liệu đó phù hợp với công thức $ah_a = 2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (cùng bằng hai lần diện tích tam giác ABC).
2. Sử dụng kết quả hình học để tính toán trong đo đạc thực tế	HS vận dụng kiến thức hình học trong đo đạc.	GV tổ chức, hướng dẫn, hỗ trợ cho HS thực hiện theo nhóm (khoảng 5 HS một nhóm). Có thể chọn các đối tượng đo đạc khác nhau tương ứng với hai bài toán: 1) Xác định khoảng cách từ vị trí đứng tới một vị trí khác (theo các bước tương ứng như đã được đề cập trong Bài 6, Tập một, SGK). 2) Xác định khoảng cách giữa hai vị trí A, B khác vị trí đứng C. Đối với bài toán này, trước hết cần thực hiện các bước như ở bài toán 1) để xác định khoảng cách từ C tới A và từ C tới B, sau đó, xác định góc C của tam giác ABC và dùng định lí côsin để tính AB.

3. Gấp giấy, đo đạc và xác định các yếu tố của ba đường conic	HS củng cố, khắc sâu kiến thức đã học.	GV tổ chức, hướng dẫn, hỗ trợ cho HS thực hiện (mỗi nhóm có thể chọn một nội dung). 1) Với một elip đã được vẽ trên giấy, bằng cách gấp giấy HS có thể xác định được hai trục đối xứng của elip. Giả sử một trục đối xứng cắt elip tại A_1, A_2 và trục đối xứng còn lại cắt elip tại B_1, B_2 ($A_1A_2 \geq B_1B_2$). Xét hệ trục toạ độ Oxy, có O là giao của hai trục đối xứng, tia Ox trùng tia OA_2, tia Oy trùng tia OB_2), chọn đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ là cm. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy phương trình của elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Đo độ dài các đoạn A_1A_2, B_1B_2 (theo đơn vị cm), từ đó, tính được a, b. Từ đó, suy ra tiêu cự và vị trí các tiêu điểm. 2) Với một hypebol đã được vẽ trên giấy, tương tự như trên, ta cũng xác định được hệ trục Oxy để phương trình chính tắc của hypebol có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (theo đơn vị đo cm). Lấy hai điểm trên hypebol, đo trực tiếp (theo đơn vị cm) để xác định toạ độ của hai điểm đó, rồi thay vào phương trình trên để tạo ra ràng buộc đối với a, b, từ đó tính được a, b. Từ đó, suy ra tiêu cự và xác định được vị trí các tiêu điểm. 3) Đối với một parabol đã được vẽ trên giấy, dùng gấp giấy, ta xác định được trục đối xứng của nó, từ đó xác định được đỉnh và hệ trục Oxy để parabol có phương trình chính tắc $y^2=2px$ (theo đơn vị đo cm). Lấy một điểm trên parabol, đo trực tiếp (theo đơn vị cm) để xác định toạ độ của điểm đó, rồi thay vào phương trình parabol để tính p. Từ đó, suy ra tâm sai, vị trí tiêu điểm và xác định được đường chuẩn.
4. Thực hành trải nghiệm trong phòng máy	HS sử dụng máy tính vẽ hình và trải nghiệm.	GV tổ chức, hướng dẫn, hỗ trợ cho HS vẽ một số hình như SGK gợi ý, hoặc một số hình khác nhằm củng cố kiến thức đã học.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

ƯỚC TÍNH SỐ CÁ THỂ TRONG MỘT QUẦN THỂ (1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện được một hoạt động mô phỏng phương pháp lấy mẫu và bắt lại.
- Biết được vai trò của cỡ mẫu lớn với sai số khi ước lượng số phần tử quần thể.
- Biết được một áp dụng của xác suất trong bài toán thực tiễn.

2. Về năng lực, phẩm chất

Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Phương pháp đánh dấu và bắt lại là một trong những phương pháp được dùng để ước lượng kích thước của quần thể, dựa trên một số giả thiết:

- Tỉ lệ cá thể được đánh dấu không thay đổi.
  (Trong thời gian ước tính số phần tử quần thể, không có sự thay đổi tỉ lệ những con vật được đánh dấu, chẳng hạn không có sự sinh thêm các cá thể mới hoặc sự chết đi của một số cá thể nào đó, hay có sự di cư hoặc nhập cư, hoặc những sự kiện này có thể xảy ra nhưng không làm thay đổi tỉ lệ cá thể được đánh dấu).
- Cơ hội các cá thể được chọn trong mỗi giai đoạn (đánh dấu, bắt lại) là như nhau.
- Các cá thể được đánh dấu không làm mất dấu.

2. Công thức ước tính N dựa trên nguyên lí: tỉ lệ những cá thể được đánh dấu trong quần thể $\left(\frac{M}{N}\right)$ là xấp xỉ tỉ lệ đó trong mẫu $\left(\frac{k}{n}\right)$ khi cỡ mẫu (n) đủ lớn.

3. GV có thể chọn đỗ, cúc áo, kẹo, ... thay cho hạt lạc và có cách đánh dấu thích hợp (chẳng hạn dùng hai loại cúc áo với màu sắc khác nhau).

4. Việc lấy mẫu cần đủ lớn: chọn cốc đựng sao cho mỗi lần lấy có ít nhất 30 hạt lạc.

5. Số liệu đầu ra ở Hoạt động 2 là cho sẵn để thực hiện việc tính sai số. GV có thể xác định N từ trước và yêu cầu HS thực hiện thí nghiệm với cỡ mẫu lớn dần để ước tính N, sau đó cho HS biết giá trị thật của N để so sánh. Ở Hoạt động 2, GV có thể cho HS lặp lại Hoạt động 1 nhiều lần và ghi lại kết quả. Để có cỡ mẫu ngày càng lớn, HS lấy toàn bộ số liệu của những lần thí nghiệm trở về trước coi như có một mẫu mới cỡ lớn hơn. GV cũng có thể chia nhóm HS làm thí nghiệm và sử dụng các mẫu của các nhóm để tạo mẫu cỡ lớn dần.

6. Không thể chắc chắn cỡ mẫu lớn hơn thì sai số ước tính N nhỏ hơn. Thực tế có thể phải thực hiện nhiều lần thì sai số mới ổn định nhỏ dần.

7. Trong Hoạt động 2, GV có thể cho HS thực hiện trên phần mềm bảng tính để tính.

8. GV phân công HS chuẩn bị các dụng cụ thí nghiệm trước giờ học.

III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1. Thời lượng: 1 tiết.

2. Thực hiện các hoạt động chính của bài học

HOẠT ĐỘNG	MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU	GỢI Ý THỰC HIỆN
Giới thiệu	Nêu bài toán thực tế cho HS.	Nêu ra vấn đề thực tế: trong sinh thái, bảo tồn động vật hoang dã. Nêu sơ lược lịch sử phương pháp. Nêu và lí giải công thức ước tính N.
Ví dụ	Áp dụng công thức ước tính N, khi biết M, n và k.	GV trình bày Ví dụ.
Hoạt động 1	HS làm thí nghiệm để ước tính N.	GV chia lớp thành các nhóm, hướng dẫn HS làm các bước của thí nghiệm. Yêu cầu các nhóm dùng công thức để ước tính N.
Hoạt động 2	HS thấy sự thay đổi của sai số ước tính khi cỡ mẫu lớn dần.	Yêu cầu HS lặp lại thí nghiệm một số lần với cỡ mẫu tăng dần. Yêu cầu HS nhập số liệu và tính sai số theo bảng mẫu. Cần thiết có thể yêu cầu lặp lại thêm thí nghiệm ở Hoạt động 1. Yêu cầu HS nêu nhận xét về sai số khi cỡ mẫu lớn dần.

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

I. GỢI Ý DẠY HỌC

- Nếu có điều kiện, GV nên hệ thống hoá kiến thức lí thuyết (có thể chuẩn bị trang trình chiếu (slide) tổng kết kiến thức).
- GV nên hệ thống hoá lại các dạng toán cơ bản và nhắc lại ngắn gọn phương pháp giải cũng như những lưu ý cần thiết để thuận lợi cho HS trong việc ôn tập.
- Tuỳ tình hình thực tế của lớp học, GV có thể cho HS chữa một số bài tập ôn tập cuối năm theo dụng ý sư phạm của mình, để phục vụ cho việc ôn tập kiểm tra cuối kì và cuối năm.

II. ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI

1. C. **2.** A. **3.** C.

4. D. **5.** D. **6.** B.

7. a) +) $P \Rightarrow Q$: Nếu tam giác ABC là tam giác vuông tại A thì tam giác ABC có các cạnh thoả mãn $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.

+) $Q \Rightarrow P$: Nếu tam giác ABC có các cạnh thoả mãn $AB^2 + AC^2 = BC^2$ thì tam giác ABC là tam giác vuông tại A. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề đúng.

+) $P \Leftrightarrow Q$: Tam giác ABC là tam giác vuông tại A khi và chỉ khi tam giác ABC có các cạnh thoả mãn $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng.

+) $\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$: Nếu tam giác ABC không là tam giác vuông tại A thì tam giác ABC có các cạnh không thoả mãn $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Mệnh đề $\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$ là mệnh đề đúng.

b) +) Tam giác ABC có các cạnh thoả mãn $AB^2 + AC^2 = BC^2$ là điều kiện cần để tam giác ABC là tam giác vuông tại A.

+) Tam giác ABC là tam giác vuông tại A là điều kiện đủ để tam giác ABC có các cạnh thoả mãn $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

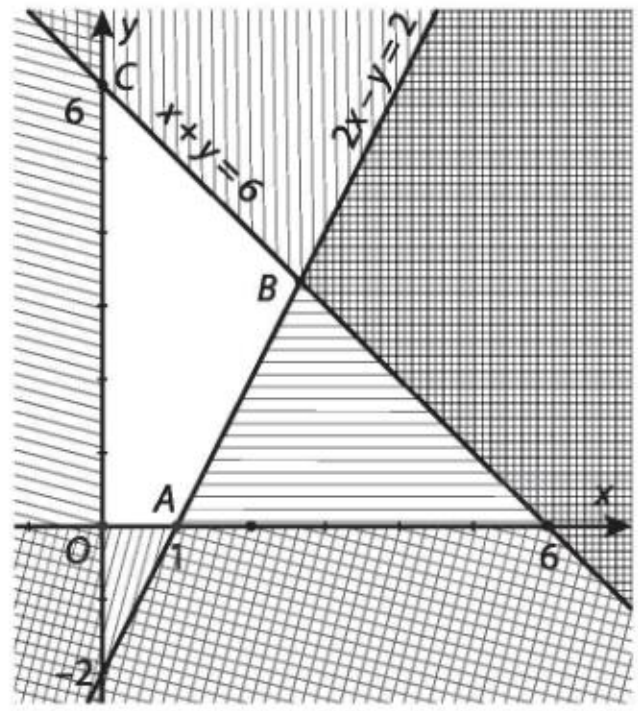
c) Ta biết rằng một tam giác là vuông khi và chỉ khi đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền. Có thể chứng minh điều này bằng cách sử dụng định lí Pythagore và công thức tính độ dài đường trung tuyến theo ba cạnh của tam giác.

Do đó mối quan hệ giữa hai tập hợp X và Y là $X = Y$.

8. a) Biểu diễn miền nghiệm D của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x+y\le 6 \\ 2x-y\le 2 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0, \end{cases}$$

ta được như hình bên.



b) Từ kết quả câu a, ta thấy miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ kể cả các cạnh của tứ giác. Toạ độ các đỉnh của tứ giác $OABC$ là:

$$O(0;0), A(1;0), B\left(\frac{8}{3};\frac{10}{3}\right), C(0;6).$$

Ta có: $F(0;0)=0, F(1;0)=2, F\left(\frac{8}{3};\frac{10}{3}\right)=\frac{46}{3}, F(0;6)=18.$

Vậy giá trị lớn nhất của $F(x;y)=2x+3y$ trên miền D là 18. Giá trị nhỏ nhất của $F(x;y)=2x+3y$ trên miền D là 0.

9. a) Từ giả thiết ta có $h=\frac{5}{2}, k=-\frac{1}{4}$. Suy ra phương trình của parabol (P) có dạng

$$y=a\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}.$$

Vì parabol (P) đi qua điểm $A(1;2)$ nên ta có $2=a\left(1-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$. Suy ra $a=1$.

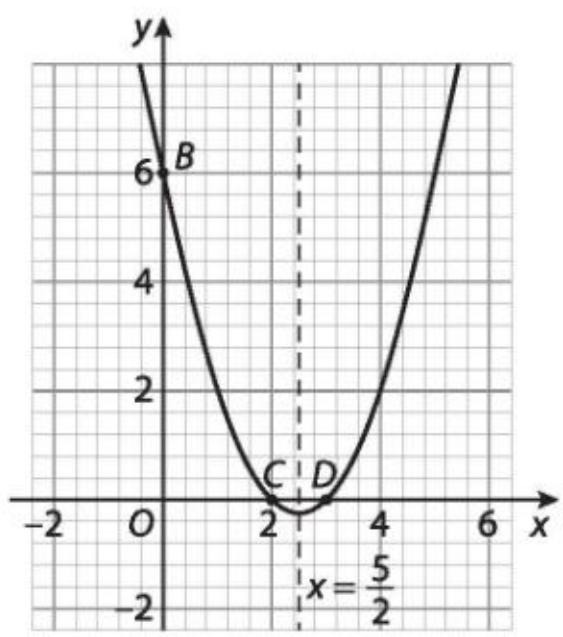
Vậy parabol (P) có phương trình $y=x^2-5x+6$.

Vẽ parabol (P):

Phương trình trục đối xứng: $x=\frac{5}{2}$.

Giao điểm của (P) với trục tung có toạ độ là $B(0;6)$.

Phương trình $x^2-5x+6=0$ có hai nghiệm $x=2$ và $x=3$. Vậy giao điểm của (P) với trục hoành là $C(2;0)$ và $D(3;0)$.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

b) Từ hình vẽ ở câu a, ta có hàm số $y = x^2 - 5x + 6$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\infty; 2\right] \cup \left[3; +\infty\right)$.

10. a) Phương trình vô nghiệm.

b) $x = 5 + \sqrt{19}$.

11. Các số tự nhiên nhỏ hơn 1 000, chia hết cho 5 là các số tự nhiên nhỏ hơn 1 000 có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5. Ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1. Số có một chữ số: Chỉ có 0 và 5 thoả mãn. Do đó có 2 số có một chữ số thoả mãn đề bài.

Trường hợp 2. Số có hai chữ số khác nhau dạng: $\overline{ab}$, $a \neq b$.

Khi $b = 5$ ta có $a \neq 0$ và $a \neq 5$. Do đó có 8 số.

Khi $b = 0$ ta có $a \in \{1; 2; 3; ...; 9\}$. Do đó có 9 số.

Vậy có 17 số có hai chữ số khác nhau thoả mãn đề bài.

Trường hợp 3. Số có ba chữ số khác nhau dạng: $\overline{abc}$.

Khi $c = 5$ ta có $a \neq 0$ và $a \neq 5$. Mỗi chữ số a, b sẽ có 8 cách chọn. Do đó có $8 \cdot 8 = 64$ số.

Khi $c = 0$ ta có $a, b \in \{1; 2; 3; ...; 9\}$. Do đó có $A_9^2 = 72$ số.

Vậy có $64 + 72 = 136$ số có ba chữ số khác nhau thoả mãn đề bài.

Từ ba trường hợp trên ta có số các số tự nhiên nhỏ hơn 1 000 thoả mãn yêu cầu đề bài là

$$2 + 17 + 136 = 155 \text{ (số)}.$$

12. $A_n^2 + 24C_n^1 = 140$ (với điều kiện $n \geq 2$).

Ta có $\frac{n!}{(n-2)!} + 24\frac{n!}{(n-1)!} = 140$. Suy ra $n^2 + 23n - 140 = 0 \Rightarrow n = 5; n = -28$.

Do đó ta có $n = 5$ thoả mãn điều kiện. Khi đó ta có khai triển nhị thức Newton:

$$\begin{aligned}(2x-1)^5 &= C_5^0(2x)^5 + C_5^1(2x)^4(-1) + C_5^2(2x)^3(-1)^2 \\ &\quad + C_5^3(2x)^2(-1)^3 + C_5^4(2x)(-1)^4 + C_5^5(-1)^5 \\ &= 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1.\end{aligned}$$

13. Gọi S, p lần lượt là diện tích, nửa chu vi của tam giác ABC. Theo các công thức về diện tích tam giác, ta có

$$S = p \cdot r = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}.$$

Từ đó suy ra

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}}{p}$$
$$= \sqrt{\frac{(p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}{p}}$$
$$= \sqrt{\frac{\frac{b+c-a}{2} \cdot \frac{a-b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2}}{\frac{a+b+c}{2}}}$$
$$= \frac{\sqrt{(b+c-a) \cdot (a-b+c) \cdot (a+b-c)}}{2 \cdot \sqrt{a+b+c}}.$$

14. a) Ta có

$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD};$$
$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$

b) Do $ABCD$ là hình vuông nên ta có $AB = AD$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

Từ đó suy ra

$$\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{AN} = \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) \cdot \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right)$$
$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB})^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD})^2$$
$$= \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{4} \cdot 0 - 0 - \frac{1}{2}AD^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot (AB^2 - AD^2)$$
$$= 0.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng DM và AN bằng 90°.

15. a) Ta có $\overrightarrow{u_{BC}} = \overrightarrow{BC} = (3;-4) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BC}} = (4;3)$.

Phương trình BC là $4 \cdot (x-1) + 3 \cdot (y-2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 10 = 0$.

b) Ta có $BC = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-2)^2} = 5.$

Khoảng cách từ A đến đường thẳng BC bằng

$$d(A, BC) = \frac{|4 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 10|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1.$$

Diện tích của tam giác ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} d(A, BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 = \frac{5}{2}.$$

c) Đường tròn tâm A và tiếp xúc với đường thẳng BC có bán kính là $R = d(A, BC) = 1$, do đó nó có phương trình là $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$.

16. Giả sử hai vật có thể gặp nhau, nghĩa là tồn tại thời điểm t $(t > 0)$ để hai vật ở cùng một vị trí.

Vị trí của vật khởi hành từ A tại thời điểm t là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t. \end{cases}$

Vị trí của vật khởi hành từ B tại thời điểm t là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 21 - 4t. \end{cases}$

Vì hai vật có cùng vị trí tại thời điểm t nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 1 + t = -1 + t \\ 1 + 2t = 21 - 4t. \end{cases}$

Phương trình đầu của hệ trên vô nghiệm, do đó hệ vô nghiệm.

Vậy hai vật không thể gặp nhau.

17. Gọi M là vị trí phát ra âm thanh cầu cứu trong rừng. Gọi t_A, t_B lần lượt là thời gian truyền từ M đến các trạm phát A, B. Theo đề bài ta có $t_A - t_B = -6$ (giây).

Đổi $1\,236\left(\frac{km}{h}\right) = \frac{1\,236}{3\,600}\left(\frac{km}{s}\right)$.

Từ đó suy ra

$$MA - MB = v \cdot t_A - v \cdot t_B = \frac{1\,236}{3\,600} \cdot (-6) = -2{,}06.$$

Gọi (H) là hypebol ở dạng chính tắc nhận A, B làm hai tiêu điểm và đi qua M. Khi đó ta có

$$\begin{cases} 2c = AB = 16 \\ 2a = |MA - MB| = 2{,}06 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 8 \\ a = 1{,}03 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1{,}03 \\ b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{62{,}9391}. \end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\frac{x^2}{1{,}0609} - \frac{y^2}{62{,}9391} = 1$.

Lưu ý rằng $MA < MB$, do đó vị trí của điểm M thuộc nhánh của (H) gần với trạm A hơn.

18. a) π là số đúng, $\frac{22}{7}$ là số gần đúng.

b) $\left|\frac{22}{7} - \pi\right| < \frac{22}{7} - 3{,}1415 < 0{,}0014$.

Do đó sai số tương đối nhỏ hơn $\frac{0{,}0014}{\frac{22}{7}} < 0{,}05\%$.

19. a) Năm 2010: tỉ lệ hộ nghèo trung bình là 9,6; độ lệch chuẩn 2,43.

Năm 2016: tỉ lệ hộ nghèo trung bình là 2,82; độ lệch chuẩn 1,06.

b) Về trung bình, tỉ lệ hộ nghèo của năm 2016 giảm so với năm 2010.

Độ lệch chuẩn của tỉ lệ hộ nghèo năm 2016 cũng giảm so với năm 2010, điều đó có nghĩa là mức chênh lệch về tỉ lệ hộ nghèo giữa các tỉnh trong năm 2016 thấp hơn năm 2010.

20. Không gian mẫu Ω là các tập $\{a; b; c\}$ (với $\{a; b; c\}$ là tập con của tập các số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 23]$). Vậy $n(\Omega) = C_{23}^3 = 1\,771$.

Gọi E là biến cố: "Tổng ba số chọn được là một số chẵn". $E \subset \Omega$ là các tập $\{a; b; c\}$ mà $a + b + c$ chẵn. Ta có $a + b + c$ chẵn khi và chỉ khi hoặc cả ba số cùng chẵn, hoặc có 2 số lẻ và 1 số chẵn.

Trường hợp 1: Cả ba số chọn được cùng chẵn: Tập các số chẵn thuộc đoạn $[1; 23]$ là $A = \{2; 4; \ldots; 22\}$. Suy ra $n(A) = 11$. Do đó số tập con $\{a; b; c\} \subset A$ là $C_{11}^3 = 165$.

Vậy có 165 bộ ba số $\{a; b; c\}$ mà cả ba số cùng chẵn.

Trường hợp 2: Hai số lẻ và một số chẵn: Tập các số lẻ thuộc đoạn $[1;23]$ là

$$B = \{1; 3; \ldots; 23\}. \text{ Suy ra } n(B) = 12.$$

Số tập con $\{a; b\} \subset B$ là $C_{12}^2 = 66$. Vậy có 66 cách chọn 2 số lẻ và 11 cách chọn một số chẵn. Do đó số tập $\{a; b; c\}$ với hai số lẻ, một số chẵn là $66 \cdot 11 = 726$.

Do đó $n(E) = 165 + 726 = 891$.

Suy ra $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{891}{1\,771} \approx 0{,}5031$.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn
các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng thành viên – Tổng Giám đốc NGUYỄN TIẾN THANH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập lần đầu: HOÀNG VIỆT – LƯU THẾ SƠN
Biên tập tái bản: NGUYỄN TRỌNG THIỆP – VŨ THỊ VÂN
Thiết kế sách: HOÀNG ANH TUẤN
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Sửa bản in: PHAN THỊ THANH BÌNH – PHẠM THỊ TÌNH
Chế bản: CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

TOÁN 10 – SÁCH GIÁO VIÊN

Mã số:

In ..... cuốn (QĐ ..... SLK), khổ 19 x 26,5cm
In tại Công ty cổ phần in .....
Số ĐKXB:
Số QĐXB: ..... / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm
In xong và nộp lưu chiểu tháng ..... năm
Mã số ISBN:



HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO VIÊN LỚP 10 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Ngữ văn 10, tập một – SGV
2. Ngữ văn 10, tập hai – SGV
3. Chuyên đề học tập Ngữ văn 10 – SGV
4. Toán 10 – SGV
5. Chuyên đề học tập Toán 10 – SGV
6. Lịch sử 10 – SGV
7. Chuyên đề học tập Lịch sử 10 – SGV
8. Địa lí 10 – SGV
9. Chuyên đề học tập Địa lí 10 – SGV
10. Giáo dục Kinh tế và Pháp luật 10 – SGV
11. Chuyên đề học tập Giáo dục Kinh tế và Pháp luật 10 – SGV
12. Vật lí 10 – SGV
13. Chuyên đề học tập Vật lí 10 – SGV
14. Hoá học 10 – SGV
15. Chuyên đề học tập Hoá học 10 – SGV
16. Sinh học 10 – SGV
17. Chuyên đề học tập Sinh học 10 – SGV
18. Công nghệ 10 – Thiết kế và Công nghệ – SGV
19. Chuyên đề học tập Công nghệ 10 – Thiết kế và Công nghệ – SGV
20. Công nghệ 10 – Công nghệ trồng trọt – SGV
21. Chuyên đề học tập Công nghệ 10 – Công nghệ trồng trọt – SGV
22. Tin học 10 – SGV
23. Chuyên đề học tập Tin học 10 – Tin học ứng dụng – SGV
24. Chuyên đề học tập Tin học 10 – Khoa học máy tính – SGV
25. Mĩ thuật 10 – SGV
26. Chuyên đề học tập Mĩ thuật 10 – SGV
27. Âm nhạc 10 – SGV
28. Chuyên đề học tập Âm nhạc 10 – SGV
29. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 10 – SGV
30. Giáo dục thể chất 10 – Bóng chuyền – SGV
31. Giáo dục thể chất 10 – Bóng đá – SGV
32. Giáo dục thể chất 10 – Cầu lông – SGV
33. Giáo dục thể chất 10 – Bóng rổ – SGV
34. Giáo dục quốc phòng và an ninh 10 – SGV
35. Tiếng Anh 10 – Global Success – SGV

Website: https://www.nxbgd.vn

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG