BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TOÁN 7

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG – DOÃN MINH CƯỜNG
TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

TOÁN 7

TẬP HAI

(Tái bản lần thứ tư)

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

1. Mỗi bài học được thiết kế gồm:

   - Phần **Định hướng**: Chỉ rõ các thuật ngữ, khái niệm và các kiến thức, kĩ năng mà các em cần chú ý trong bài học.
   - Phần **Mở đầu**: Thường là một bài toán hay một tình huống có liên quan đến nội dung mới của bài học.
   - Phần **Hình thành kiến thức mới**: Gồm các hoạt động *Tìm tòi – Khám phá* ( ) và *Đọc hiểu – Nghe hiểu* ( ) cùng với *Chú ý* hay *Nhận xét*.

   – Kiến thức trọng tâm được đặt trong khung màu vàng.

   – Câu hỏi ( ) giúp đánh giá kết quả sau hoạt động *Đọc hiểu – Nghe hiểu*.

   - Phần **Luyện tập và củng cố**: Gồm *Ví dụ*, *Luyện tập*, *Thực hành* để hình thành và phát triển các kĩ năng gắn với kiến thức mới vừa học.
   - Phần **Vận dụng**: Gồm các hoạt động *Vận dụng*, *Tranh luận* ( ) và *Thử thách nhỏ* ( ) để giải quyết các tình huống, vấn đề trong thực tiễn và mở rộng kiến thức.

2. Các em sẽ được đồng hành với anh Pi, các bạn Tròn, Vuông trong các bài học để việc học hấp dẫn hơn nhé.



3. Các em có thể tham khảo thêm mục *Em có biết?* để mở rộng hiểu biết của mình. Cuối sách là *Bảng tra cứu thuật ngữ* và *Bảng giải thích thuật ngữ*.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa để dành tặng các em học sinh lớp sau!

MỤC LỤC

TRANG

Chương VI. TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

Bài 20. Tỉ lệ thức	4
Bài 21. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau	8
Luyện tập chung	10
Bài 22. Đại lượng tỉ lệ thuận	11
Bài 23. Đại lượng tỉ lệ nghịch	15
Luyện tập chung	19
Bài tập cuối chương VI	21

Chương VII. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Bài 24. Biểu thức đại số	22
Bài 25. Đa thức một biến	25
Bài 26. Phép cộng và phép trừ đa thức một biến	31
Luyện tập chung	34
Bài 27. Phép nhân đa thức một biến	36
Bài 28. Phép chia đa thức một biến	39
Luyện tập chung	44
Bài tập cuối chương VII	46

Chương VIII. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bài 29. Làm quen với biến cố	47
Bài 30. Làm quen với xác suất của biến cố	51
Luyện tập chung	56
Bài tập cuối chương VIII	58

TRANG

Chương IX. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC

Bài 31. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác	59
Bài 32. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên	63
Bài 33. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác	66
Luyện tập chung	70
Bài 34. Sự đồng quy của ba đường trung tuyến, ba đường phân giác trong một tam giác	72
Bài 35. Sự đồng quy của ba đường trung trực, ba đường cao trong một tam giác	77
Luyện tập chung	82
Bài tập cuối chương IX	84

Chương X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

Bài 36. Hình hộp chữ nhật và hình lập phương	85
Luyện tập	92
Bài 37. Hình lăng trụ đứng tam giác và hình lăng trụ đứng tứ giác	94
Luyện tập	100
Bài tập cuối chương X	102

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

Đại lượng tỉ lệ trong đời sống	103
Vòng quay may mắn	106
Hộp quà và chân đế lịch để bàn của em	108

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM	110
BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ	114
BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ	115

Chương VI

TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

ĐẠI SỐ



Chương này giới thiệu khái niệm và các tính chất của tỉ lệ thức, tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, đại lượng tỉ lệ thuận, đại lượng tỉ lệ nghịch và vận dụng chúng để giải quyết một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ trong thực tế.

Bài 20 TỈ LỆ THỨC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Tỉ lệ thức • Tính chất của tỉ lệ thức	• Nhận biết tỉ lệ thức và các tính chất của tỉ lệ thức. • Vận dụng tính chất của tỉ lệ thức trong giải toán.

Cờ đỏ sao vàng là quốc kì của nước Cộng hoà xã hội chủ nghĩa Việt Nam. Lá cờ có dạng một hình chữ nhật màu đỏ với hình ngôi sao năm cánh màu vàng nằm ở chính giữa.

Nếu tìm hiểu kĩ hơn em sẽ thấy dù lớn hay nhỏ thì các lá cờ đều có một điểm chung về kích thước. Điểm chung đó là gì nhỉ?



Cột cờ Lũng Cú, Tuyên Quang

1 TỈ LỆ THỨC

Nhận biết tỉ lệ thức

HĐ1 Lá quốc kì cắm trên đỉnh cột cờ Lũng Cú, Tuyên Quang có chiều rộng 6 m, chiều dài 9 m. Lá quốc kì bố Linh treo tại nhà mỗi dịp lễ có chiều rộng 0,8 m, chiều dài 1,2 m.

a) Tính tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài của mỗi lá cờ. Viết kết quả này dưới dạng phân số tối giản.

b) So sánh hai tỉ số nhận được.

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Đẳng thức $\frac{6}{9}=\frac{0,8}{1,2}$ được gọi là một *tỉ lệ thức*.



Chú ý. Tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ còn được viết dưới dạng $a:b=c:d$.

Ví dụ 1

Hai tỉ số sau có lập thành một tỉ lệ thức không?

$$10:15; \qquad \frac{2}{7}:\frac{3}{7}.$$

Ta viết các tỉ số đã cho dưới dạng tỉ số giữa các số nguyên để dễ so sánh.



Giải

Ta có $10:15=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$; $\frac{2}{7}:\frac{3}{7}=\frac{2}{7}\cdot\frac{7}{3}=\frac{2}{3}$.

Do đó ta có tỉ lệ thức $10:15=\frac{2}{7}:\frac{3}{7}$.

Luyện tập 1

Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức tương ứng:

$$4:20; \qquad 0,5:1,25; \qquad \frac{3}{5}:\frac{3}{2}.$$

Tranh luận

Tỉ lệ thức là một đẳng thức giữa hai phân số mà thôi.



Điều này có đúng không nhỉ?



Em hãy giúp Vuông trả lời câu hỏi trên nhé!

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Vận dụng 1

Mặt sân cỏ trong sân vận động Quốc gia Mỹ Đình có dạng hình chữ nhật có chiều dài 105 m và chiều rộng 68 m. Nam vẽ mô phỏng mặt sân cỏ này bằng một hình chữ nhật có chiều dài 21 cm và chiều rộng 13,6 cm. Hỏi Nam đã vẽ mô phỏng mặt sân cỏ đúng tỉ lệ thực tế hay chưa?



Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình

2 TÍNH CHẤT CỦA TỈ LỆ THỨC

Tính chất của tỉ lệ thức

HĐ2 Quay trở lại tỉ lệ thức tìm được ở HĐ1: $\frac{6}{9}=\frac{0,8}{1,2}$, em hãy tính các tích chéo $6\cdot1,2$ và $9\cdot0,8$ rồi so sánh kết quả.

HĐ3 Từ đẳng thức $2\cdot6=3\cdot4$, ta có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

$$\frac{6}{9}=\frac{0,8}{1,2}$$

Các tích $6\cdot1,2$ và $9\cdot0,8$ là các tích chéo.

Chẳng hạn, chia cả hai vế của đẳng thức $2\cdot6=3\cdot4$ cho tích $6\cdot3$ ta được tỉ lệ thức $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$.



- Nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ thì $ad=bc$.
- Nếu $ad=bc$ (với $a, b, c, d\neq0$) thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d};\quad \frac{a}{c}=\frac{b}{d};\quad \frac{d}{b}=\frac{c}{a};\quad \frac{d}{c}=\frac{b}{a}.$$

Chẳng hạn, từ đẳng thức $2\cdot45=6\cdot15$ (cùng bằng 90) ta có thể lập được các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{2}{6}=\frac{15}{45};\quad \frac{2}{15}=\frac{6}{45};\quad \frac{45}{6}=\frac{15}{2};\quad \frac{45}{15}=\frac{6}{2}.$$

Luyện tập 2 Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $0,2\cdot4,5=0,6\cdot1,5$.

Nhận xét. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $(a, b, c, d\neq0)$ suy ra

$$a=\frac{bc}{d};\ b=\frac{ad}{c};\ c=\frac{ad}{b};\ d=\frac{bc}{a}.$$

Ví dụ 2

Phương cùng các bạn dự định làm các lá quốc kì Việt Nam bằng giấy đảm bảo tỉ lệ quy định, chiều rộng 14 cm để tham gia Hội khoẻ Phù Đổng. Tính chiều dài của lá cờ.



Điểm chung về kích thước giữa các lá quốc kì Việt Nam chính là: tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài của chúng luôn không đổi và bằng 2 : 3.

Giải

Gọi x (cm) là chiều dài của lá cờ Phương và các bạn dự định làm.

Ta có tỉ lệ thức $\frac{14}{x}=\frac{2}{3}$. Suy ra $x=\frac{14\cdot 3}{2}=21$ (cm).

Vậy chiều dài của lá cờ là 21 cm.



Vận dụng 2

Để gói 10 chiếc bánh chưng, bà Nam cần 5 kg gạo nếp. Nếu bà muốn gói 45 chiếc bánh chưng cùng loại gửi cho người dân vùng lũ thì bà cần bao nhiêu kilôgam gạo nếp?



BÀI TẬP

6.1. Thay tỉ số sau đây bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $\frac{10}{16}:\frac{4}{21}$; b) $1,3:2,75$; c) $\frac{-2}{5}:0,25$.

6.2. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức:

$12:30$; $\frac{3}{7}:\frac{18}{24}$; $2,5:6,25$.

6.3. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{6}=\frac{-3}{4}$; b) $\frac{5}{x}=\frac{15}{-20}$.

6.4. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $14\cdot(-15)=(-10)\cdot 21$.

6.5. Để pha nước muối sinh lí, người ta cần pha theo đúng tỉ lệ. Biết rằng cứ 3 lít nước tinh khiết thì pha với 27 g muối. Hỏi nếu có 45 g muối thì cần pha với bao nhiêu lít nước tinh khiết để được nước muối sinh lí?

6.6. Để cày hết một cánh đồng trong 14 ngày phải sử dụng 18 máy cày. Hỏi muốn cày hết cánh đồng đó trong 12 ngày thì phải sử dụng bao nhiêu máy cày (biết năng suất của các máy cày là như nhau)?

EM CÓ BIẾT ?

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức, ta thấy từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ có thể đổi chỗ các thành phần a với d, b với c cho nhau để tạo ra các tỉ lệ thức mới.

Đổi chỗ a với d: $\frac{a}{b}\ \frac{c}{d}$ ↓ $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$

Đổi chỗ b với c: $\frac{a}{b}\ \frac{c}{d}$ ↓ $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

Đổi chỗ cả a với d và b với c: $\frac{a}{b}\ \frac{c}{d}$ ↓ $\frac{d}{c}=\frac{b}{a}$

Bài 21 TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Dãy tỉ số bằng nhau	• Nhận biết dãy tỉ số bằng nhau. • Vận dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau trong giải toán.

Để xây dựng một số phòng học cho một ngôi trường ở bản vùng khó khăn, người ta cần số tiền là 450 triệu đồng. Ba nhà từ thiện đã đóng góp số tiền đó theo tỉ lệ 3 : 5 : 7. Hỏi mỗi nhà từ thiện đã đóng góp bao nhiêu tiền?

Bài học này sẽ giúp em tìm được đáp số của bài toán trên.



Tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau

HĐ1 Cho tỉ lệ thức $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$. Tính các tỉ số $\frac{2+6}{3+9}$ và $\frac{2-6}{3-9}$.

HĐ2 So sánh hai tỉ số nhận được ở HĐ1 với các tỉ số trong tỉ lệ thức đã cho.

Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}$.

(Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

Ví dụ 1

Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}$ và $x+y=32$.

Giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}=\frac{x+y}{5+11}=\frac{x+y}{16}=\frac{32}{16}=2$.

Từ đây tính được $x=2\cdot 5=10$ và $y=2\cdot 11=22$.

Luyện tập Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{11}=\frac{y}{17}$ và $x-y=12$.

Mở rộng tính chất cho dãy tỉ số bằng nhau

Tính chất trên còn được mở rộng cho dãy tỉ số bằng nhau, chẳng hạn:

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$ suy ra $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a-c+e}{b-d+f}$.

(Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)

Nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$, ta còn nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f.

Khi đó ta cũng viết $a : c : e = b : d : f$.

Ví dụ 2

Em hãy giải *bài toán mở đầu.*

Giải

Gọi số tiền đóng góp của ba nhà từ thiện lần lượt là x, y, z (triệu đồng).

Ta có $x + y + z = 450$.

Theo đề bài, ba nhà từ thiện đã đóng góp số tiền 450 triệu đồng theo tỉ lệ 3 : 5 : 7, nghĩa là số tiền đóng góp x, y, z của ba nhà từ thiện đó tỉ lệ với các số 3; 5; 7. Do đó ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+5+7} = \frac{450}{15} = 30$.

Suy ra $x = 30 \cdot 3 = 90$, $y = 30 \cdot 5 = 150$, $z = 30 \cdot 7 = 210$.

Vậy số tiền đóng góp của ba nhà từ thiện lần lượt là 90; 150 và 210 triệu đồng.

Vận dụng

Ba nhà đầu tư góp vốn để mở một công ty theo tỉ lệ 2 : 3 : 4. Cuối năm, số tiền lợi nhuận công ty dự kiến trả cho các nhà đầu tư là 72 triệu đồng, chia theo tỉ lệ góp vốn. Tính số tiền lợi nhuận mỗi nhà đầu tư nhận được.

BÀI TẬP

6.7. Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{9} = \frac{y}{11}$ và $x + y = 40$.

6.8. Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{17} = \frac{y}{21}$ và $x - y = 8$.

6.9. Tỉ số giữa số sản phẩm làm được của hai công nhân là 0,95. Hỏi mỗi người làm được bao nhiêu sản phẩm, biết rằng người này làm nhiều hơn người kia 10 sản phẩm?

6.10. Ba lớp 7A, 7B và 7C được giao nhiệm vụ trồng 120 cây để phủ xanh đồi trọc. Tính số cây trồng được của mỗi lớp, biết số cây trồng được của ba lớp 7A, 7B và 7C tỉ lệ với 7; 8; 9.



LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 Lập các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số: 15; 18; 20; 24.

Giải. Từ bốn số đã cho ta lập được đẳng thức: $15 \cdot 24 = 18 \cdot 20$ (vì đều bằng 360).

Từ đẳng thức này ta lập được bốn tỉ lệ thức sau: $\frac{15}{18} = \frac{20}{24}$; $\frac{15}{20} = \frac{18}{24}$; $\frac{24}{18} = \frac{20}{15}$; $\frac{24}{20} = \frac{18}{15}$.

Ví dụ 2 Tìm x và y sao cho $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ và $x + y = 15$.

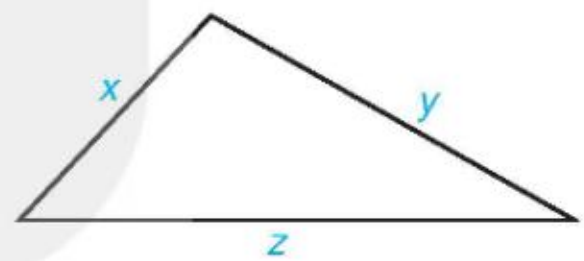
Giải. Từ $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ suy ra $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x+y}{3+2} = \frac{15}{5} = 3$.

Suy ra $x = 3 \cdot 3 = 9$ và $y = 3 \cdot 2 = 6$.

Ví dụ 3 Tính độ dài các cạnh của một tam giác, biết độ dài các cạnh của nó tỉ lệ với 2; 3; 4 và cạnh lớn nhất dài hơn cạnh nhỏ nhất 6 cm.

Giải. Gọi x, y, z (cm) lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác (theo thứ tự từ nhỏ đến lớn). Theo đề bài, ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $z - x = 6$.



Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{z-x}{4-2} = \frac{6}{2} = 3.$$

Suy ra $x = 3 \cdot 2 = 6$, $y = 3 \cdot 3 = 9$ và $z = 3 \cdot 4 = 12$.

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác đó là 6 cm, 9 cm và 12 cm.

BÀI TẬP

6.11. Lập các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $3x = 4y$ $(x, y \neq 0)$.

6.12. Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số: 5; 10; 25; 50.

6.13. Tìm x và y, biết: a) $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ và $x + y = 16$; b) $\frac{x}{y} = \frac{9}{4}$ và $x - y = -15$.

6.14. Tỉ số của số học sinh của hai lớp 7A và 7B là 0,95. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh, biết số học sinh của một lớp nhiều hơn lớp kia là 2 em?

6.15. Người ta định làm một con đường trong 15 ngày. Một đội công nhân 45 người làm trong 10 ngày mới được một nửa công việc. Hỏi phải bổ sung thêm bao nhiêu người nữa để có thể hoàn thành công việc đúng hạn (biết năng suất lao động của mỗi người như nhau)?

6.16. Tìm ba số x, y, z, biết rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + 2y - 3z = -12$.

Bài 22 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đại lượng tỉ lệ thuận • Hệ số tỉ lệ	• Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận. • Giải một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ thuận.

Bột sắn dây được làm từ củ sắn dây, là một loại thực phẩm có nhiều tác dụng tốt với sức khoẻ. Ông An nhận thấy cứ 4,5 kg củ sắn dây tươi thì thu được khoảng 1 kg bột. Hỏi với 3 tạ củ sắn dây tươi, ông An sẽ thu được khoảng bao nhiêu kilôgam bột sắn dây?



1 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Nhận biết đại lượng tỉ lệ thuận

Một xe ô tô di chuyển với vận tốc không đổi 60 km/h. Gọi s (km) là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian t (h).

Trong chuyển động với vận tốc không đổi, thời gian di chuyển tăng lên bao nhiêu lần thì quãng đường đi được tăng lên bấy nhiêu lần.



HĐ1 Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

t (h)	1	1,5	2	3
s (km)	?	?	?	?

HĐ2 Viết công thức tính quãng đường s theo thời gian di chuyển tương ứng t.

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = ax$ (a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a.

Trong HĐ2, quãng đường s có tỉ lệ thuận với thời gian t không? Thời gian t có tỉ lệ thuận với quãng đường s không?

Chú ý. Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{a}$. Khi đó ta nói x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

$y = ax \Rightarrow x = \frac{1}{a}y.$



Ví dụ 1

Biết rằng x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và $x = 2$ khi $y = -4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ a trong công thức $y = ax$. Từ đó viết công thức tính y theo x;

b) Tìm giá trị của y khi $x = 3$;

c) Tìm giá trị của x khi $y = 0{,}8$.

Giải

a) Ta có $a = \frac{y}{x} = \frac{-4}{2} = -2$. Do đó $y = -2x$.

b) Khi $x = 3$ thì $y = -2 \cdot 3 = -6$.

c) Từ $y = -2x$ suy ra $x = -\frac{1}{2}y$. Do đó khi $y = 0{,}8$ thì $x = -\frac{1}{2} \cdot 0{,}8 = -0{,}4$.

Ví dụ 2

Cho y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $a = 5$.

a) Thay mỗi dấu "?" trong bảng bên bằng số thích hợp.

b) Tính $\frac{y_1}{x_1}, \frac{y_2}{x_2}, \frac{y_3}{x_3}$ và so sánh với hệ số tỉ lệ a.

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$

Giải

a) Theo đề bài, $y = 5x$. Do đó ta có bảng bên.

b) Ta có $\frac{y_1}{x_1} = \frac{10}{2} = 5$, $\frac{y_2}{x_2} = \frac{15}{3} = 5$, $\frac{y_3}{x_3} = \frac{20}{4} = 5$.

Vậy $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = 5 = a$.

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = 10$	$y_2 = 15$	$y_3 = 20$

Nhận xét. Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì:

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = a.$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_1}{x_3}, \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_2}{x_3}, \ldots$$

Luyện tập 1

Theo Viện Dinh dưỡng Quốc gia, cứ trong 100 g đậu tương (đậu nành) thì có 34 g protein. Khối lượng protein trong đậu tương có tỉ lệ thuận với khối lượng đậu tương không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Vận dụng Em hãy giải *bài toán mở đầu*.

2 MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Trong mục này ta sẽ vận dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận để giải một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận.

Giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận

Để giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận, ta cần nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận trong bài toán. Từ đó ta có thể lập các tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết.

Ví dụ 3

Một công ty may quần áo bảo hộ lao động có hai xưởng may, xưởng thứ nhất có 25 công nhân, xưởng thứ hai có 30 công nhân. Mỗi ngày xưởng thứ hai may được nhiều hơn xưởng thứ nhất 20 bộ quần áo. Hỏi trong một ngày, mỗi xưởng may được bao nhiêu bộ quần áo (biết năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau)?

Giải

Gọi số bộ quần áo may được trong một ngày của xưởng thứ nhất và xưởng thứ hai lần lượt là x, y (bộ).

Ta có $y - x = 20$.

Vì năng suất của mỗi công nhân là như nhau nên số bộ quần áo may được tỉ lệ thuận với số công nhân. Do đó ta có: $\frac{x}{25} = \frac{y}{30}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{25} = \frac{y}{30} = \frac{y-x}{30-25} = \frac{20}{5} = 4$.

Suy ra: $x = 4 \cdot 25 = 100$ và $y = 4 \cdot 30 = 120$.

Vậy mỗi ngày xưởng thứ nhất may được 100 bộ quần áo và xưởng thứ hai may được 120 bộ quần áo.

Luyện tập 2

Hai thanh kim loại đồng chất có thể tích tương ứng là 10 cm^3 và 15 cm^3. Hỏi mỗi thanh nặng bao nhiêu gam, biết rằng một thanh nặng hơn thanh kia 40 g?



Ví dụ 4

Trong một đợt tặng đồ dùng học tập cho học sinh vùng cao, có 635 quyển vở được chia cho ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với số học sinh của mỗi lớp. Hỏi mỗi lớp được tặng bao nhiêu quyển vở, biết sĩ số của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 40; 42 và 45 học sinh?

Giải

Gọi x, y, z (quyển) lần lượt là số vở ba lớp 7A, 7B, 7C được tặng.

Theo đề bài, ta có $x + y + z = 635$ và $\frac{x}{40} = \frac{y}{42} = \frac{z}{45}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{40}=\frac{y}{42}=\frac{z}{45}=\frac{x+y+z}{40+42+45}=\frac{635}{127}=5.$$

Suy ra $x = 5 \cdot 40 = 200$, $y = 5 \cdot 42 = 210$, $z = 5 \cdot 45 = 225$.

Vậy số vở mà ba lớp 7A, 7B, 7C nhận được lần lượt là 200 quyển, 210 quyển và 225 quyển.

Chú ý. Bài toán trên còn có thể phát biểu đơn giản thành: *Chia số 635 thành ba phần tỉ lệ thuận với 40; 42; 45.*

Luyện tập 3 Hãy chia 1 tấn gạo thành ba phần có khối lượng tỉ lệ thuận với 2; 3; 5.

BÀI TẬP

6.17. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

x	2	4	5	?	?	?
y	−6	?	?	9	18	1,5

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y.

6.18. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không?

a)

x	5	9	15	24
y	15	27	45	72

b)

x	4	8	16	25
y	8	16	30	50

6.19. Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a, x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ b. Hỏi y có tỉ lệ thuận với z không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

6.20. Hai bể nước hình hộp chữ nhật có chiều dài và chiều rộng tương ứng bằng nhau, nhưng chiều cao của bể thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của bể thứ hai. Để bơm đầy nước vào bể thứ nhất mất 4,5 giờ. Hỏi phải mất bao nhiêu thời gian để bơm đầy nước vào bể thứ hai (nếu dùng máy bơm có cùng công suất)?

6.21. Để chuẩn bị cho học sinh làm thí nghiệm, cô Hương chia 1,5 lít hoá chất thành ba phần tỉ lệ thuận với 4; 5; 6 và đựng trong ba chiếc lọ. Hỏi mỗi chiếc lọ đựng bao nhiêu lít hoá chất đó?

Bài 23 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đại lượng tỉ lệ nghịch • Hệ số tỉ lệ	• Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ nghịch. • Giải một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bốn người thợ cùng làm sẽ xây xong một bức tường trong 9 ngày. Hỏi 6 người thợ cùng làm sẽ xây xong bức tường đó trong bao nhiêu ngày (biết năng suất lao động của mỗi người thợ là như nhau)?

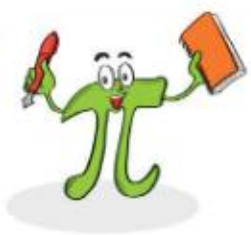


1 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Nhận biết đại lượng tỉ lệ nghịch

Một ô tô đi từ thành phố A đến thành phố B trên quãng đường 180 km. Gọi t (h) là thời gian để ô tô đi từ A đến B với vận tốc v (km/h).

Trên cùng một quãng đường, vận tốc tăng lên bao nhiêu lần thì thời gian đi tương ứng giảm đi bấy nhiêu lần.



HĐ1 Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

v (km/h)	40	50	60	80
t (h)	?	?	?	?

HĐ2 Viết công thức tính thời gian t theo vận tốc tương ứng v.

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ (a là một hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a.

Trong HĐ2, thời gian t có tỉ lệ nghịch với vận tốc v không? Vận tốc v có tỉ lệ nghịch với thời gian t không?

Chú ý. Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a và ta nói hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

Ví dụ 1 Biết rằng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 2$ thì $y = -4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ a trong công thức $y = \frac{a}{x}$. Từ đó viết công thức tính y theo x.

b) Tìm giá trị của y khi $x = 4$.

c) Tìm giá trị của x khi $y = 0,5$.

Giải

a) Ta có $a = xy = 2 \cdot (-4) = -8$. Do đó $y = \frac{-8}{x}$.

b) Khi $x = 4$ ta có $y = \frac{-8}{4} = -2$.

c) Từ $y = \frac{-8}{x}$ suy ra $x = \frac{-8}{y}$. Do đó khi $y = 0,5$ ta có $x = \frac{-8}{0,5} = -16$.

Ví dụ 2 Cho y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $a = 12$.

a) Thay mỗi dấu "?" trong bảng bên bằng số thích hợp.

b) Tính x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3 và so sánh với hệ số tỉ lệ a.

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$

Giải

a) Theo đề bài, ta có $y = \frac{12}{x}$. Do đó ta có bảng bên:

b) Ta có: $x_1y_1 = 2 \cdot 6 = 12$, $x_2y_2 = 3 \cdot 4 = 12$, $x_3y_3 = 4 \cdot 3 = 12$.

Như vậy $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = 12 = a$.

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = 6$	$y_2 = 4$	$y_3 = 3$

Nhận xét. Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì:

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \ldots = a \text{ hay } \frac{y_1}{\frac{1}{x_1}} = \frac{y_2}{\frac{1}{x_2}} = \frac{y_3}{\frac{1}{x_3}} = \ldots = a.$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1};\ \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_3}{x_1};\ \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_3}{x_2};\ \ldots$$

Luyện tập 1 Chiều dài và chiều rộng của các hình chữ nhật có cùng diện tích bằng 12 cm^2 có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Vận dụng

a) Một cửa hàng bán gạo cần đóng 300 kg gạo thành các túi gạo có khối lượng như nhau. Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

Lượng gạo trong mỗi túi (kg)	5	10	?	?
Số túi tương ứng	?	?	15	12

b) Số túi gạo và số kilôgam gạo trong mỗi túi có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

2 MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Trong mục này ta sẽ vận dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch để giải một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch.

Giải toán về đại lượng tỉ lệ nghịch

Để giải toán về đại lượng tỉ lệ nghịch, ta cần nhận biết được hai đại lượng tỉ lệ nghịch trong bài toán. Từ đó ta có thể lập các tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết.

Ví dụ 3

Hãy giải *bài toán mở đầu*.

Giải

Gọi x (ngày) là thời gian để 6 người thợ cùng xây xong bức tường.

Vì năng suất lao động của mỗi người thợ là như nhau nên số người thợ và thời gian để họ xây xong bức tường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó, ta có $\frac{x}{9}=\frac{4}{6}$.

Suy ra $x=\frac{4\cdot 9}{6}=6$ (ngày).

Vậy thời gian để 6 người thợ cùng xây xong bức tường là 6 ngày.

Luyện tập 2

Một nhà thầu ước tính rằng có thể hoàn thành một hợp đồng xây dựng trong 12 tháng với 280 công nhân. Nếu được yêu cầu phải hoàn thành hợp đồng trong 10 tháng thì nhà thầu đó phải thuê bao nhiêu công nhân (biết năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau)?

Ví dụ 4

Một người mua 65 quả trứng gà gồm ba loại: loại I giá 4 nghìn đồng một quả, loại II giá 3 nghìn đồng một quả và loại III giá 2 nghìn đồng một quả. Hỏi người đó mua bao nhiêu quả trứng mỗi loại, biết rằng số tiền mà người đó phải trả cho mỗi loại trứng là như nhau?

Giải

Gọi x, y, z lần lượt là số quả trứng gà loại I, loại II và loại III. Ta có $x+y+z=65$.

Vì số tiền mà người đó phải trả cho mỗi loại trứng là như nhau nên

$$4x=3y=2z \text{ hay } \frac{x}{\frac{1}{4}}=\frac{y}{\frac{1}{3}}=\frac{z}{\frac{1}{2}}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{\frac{1}{4}}=\frac{y}{\frac{1}{3}}=\frac{z}{\frac{1}{2}}=\frac{x+y+z}{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=\frac{65}{\frac{13}{12}}=60.$$

Suy ra $x=\frac{1}{4}\cdot 60=15$; $y=\frac{1}{3}\cdot 60=20$; $z=\frac{1}{2}\cdot 60=30$.

Vậy số trứng gà loại I, loại II, loại III lần lượt là 15 quả; 20 quả và 30 quả.

Chú ý. Trong thực hành, để tiện lợi từ dãy đẳng thức $4x = 3y = 2z$ ta thường chia $4x$; $3y$; $2z$ cho 12 (là BCNN của 4; 3; 2) để được dãy tỉ số bằng nhau $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$. Sau đó giải tiếp tương tự như trên.

Luyện tập 3

Bạn An mua tổng cộng 34 quyển vở gồm ba loại: loại 120 trang giá 12 nghìn đồng một quyển, loại 200 trang giá 18 nghìn đồng một quyển và loại 240 trang giá 20 nghìn đồng một quyển. Hỏi An mua bao nhiêu quyển vở mỗi loại, biết rằng số tiền bạn ấy dành để mua mỗi loại vở là như nhau?

BÀI TẬP

6.22. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

x	2	4	5	?	?	?
y	−6	?	?	3	10	0,5

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y.

6.23. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

a)

x	3	6	16	24
y	160	80	30	20

b)

x	4	8	25	32
y	160	80	26	20

6.24. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a, x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ b. Hỏi y tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với z và hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

6.25. Với cùng số tiền để mua 17 tập giấy A4 loại I có thể mua bao nhiêu tập giấy A4 loại II, biết rằng giá tiền giấy loại II chỉ bằng 85% giá tiền giấy loại I?

6.26. Ba đội máy cày làm trên ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày và đội thứ ba trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy cày, biết rằng số máy của đội thứ nhất nhiều hơn số máy của đội thứ hai là 2 máy và năng suất của các máy như nhau?

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 2, y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 3. Hỏi x tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với z và hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

Giải

Theo đề bài, ta có: $x = 2y$ và $y = \frac{3}{z}$.

Từ đây suy ra $x = 2y = 2 \cdot \frac{3}{z} = \frac{6}{z}$.

Vậy x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 6.

Ví dụ 2

Biết rằng giá một quyển vở loại 120 trang bằng 80% giá một quyển vở loại 200 trang. Hỏi với cùng số tiền để mua 16 quyển vở loại 200 trang, bạn Minh có thể mua được bao nhiêu quyển vở loại 120 trang?

Giải

Gọi x là số quyển vở loại 120 trang mà Minh có thể mua được.

Với cùng số tiền để mua thì số quyển vở mua được và giá tiền của mỗi quyển vở là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có: $16 = 80\% \cdot x = 0{,}8 \cdot x$.

Suy ra $x = \frac{16}{0{,}8} = 20$.

Vậy với cùng số tiền để mua 16 quyển vở loại 200 trang, Minh có thể mua được 20 quyển vở loại 120 trang.

Ví dụ 3

Tính độ dài các cạnh của một tam giác, biết chu vi của tam giác là 48 cm và độ dài các cạnh của nó tỉ lệ với 3; 4; 5.

Giải

Gọi x, y, z (cm) lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác.

Theo đề bài, ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $x + y + z = 48$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{48}{12} = 4.$$

Từ đây tìm được $x = 4 \cdot 3 = 12$, $y = 4 \cdot 4 = 16$ và $z = 4 \cdot 5 = 20$.

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác đó là 12 cm, 16 cm và 20 cm.

BÀI TẬP

6.27. Các giá trị của hai đại lượng x và y được cho bởi bảng sau đây:

x	0,5	1	1,5	2	2,5
y	2,5	5	7,5	10	12,5

Hỏi hai đại lượng x và y có quan hệ tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch không? Viết công thức liên hệ giữa x và y.

6.28. Cho ba đại lượng x, y, z. Tìm mối quan hệ giữa hai đại lượng x và z, biết rằng:

a) x và y tỉ lệ thuận, y và z tỉ lệ thuận;

b) x và y tỉ lệ thuận, y và z tỉ lệ nghịch;

c) x và y tỉ lệ nghịch, y và z tỉ lệ nghịch.

6.29. Để thu được một loại đồng thau, người ta pha chế đồng và kẽm nguyên chất theo tỉ lệ 6 : 4. Tính khối lượng đồng và kẽm nguyên chất cần thiết để sản xuất 150 kg đồng thau.

6.30. Với thời gian để một thợ lành nghề làm được 12 sản phẩm thì người thợ học việc chỉ làm được 8 sản phẩm. Hỏi người thợ học việc phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành khối lượng công việc mà người thợ lành nghề làm trong 48 giờ?

6.31. Học sinh khối lớp 7 đã quyên góp được một số sách nộp cho thư viện. Sĩ số của các lớp 7A, 7B, 7C, 7D tương ứng là 38; 39; 40 và 40 em. Biết rằng số sách quyên góp được tỉ lệ với số học sinh của lớp và lớp 7D góp được nhiều hơn lớp 7A là 4 quyển sách. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu quyển sách?

6.32. Thư viện của một trường Trung học cơ sở mua ba đầu sách tham khảo môn Toán lớp 6, lớp 7 và lớp 8, tổng cộng 121 cuốn. Giá của mỗi cuốn sách tham khảo môn Toán lớp 6, lớp 7 và lớp 8 lần lượt là 40 nghìn đồng, 45 nghìn đồng và 50 nghìn đồng. Hỏi thư viện đó mua bao nhiêu cuốn sách tham khảo môn Toán mỗi loại, biết rằng số tiền dùng để mua mỗi loại sách đó là như nhau?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

6.33. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau: 0,2; 0,3; 0,8; 1,2.

6.34. Tìm thành phần chưa biết x trong tỉ lệ thức: $\frac{x}{2,5} = \frac{10}{15}$.

6.35. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (với a, b, c, d khác 0) có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

6.36. Inch (đọc là in-sơ và viết tắt là in) là tên của một đơn vị đo chiều dài trong Hệ đo lường Mỹ. Biết rằng 1 in = 2,54 cm.

a) Hỏi một người cao 170 cm sẽ có chiều cao là bao nhiêu inch (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

b) Chiều cao của một người tính theo xentimét có tỉ lệ thuận với chiều cao của người đó tính theo inch không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

6.37. Số đo ba góc A, B, C của tam giác ABC tỉ lệ với 5; 6; 7. Tính số đo ba góc của tam giác đó.

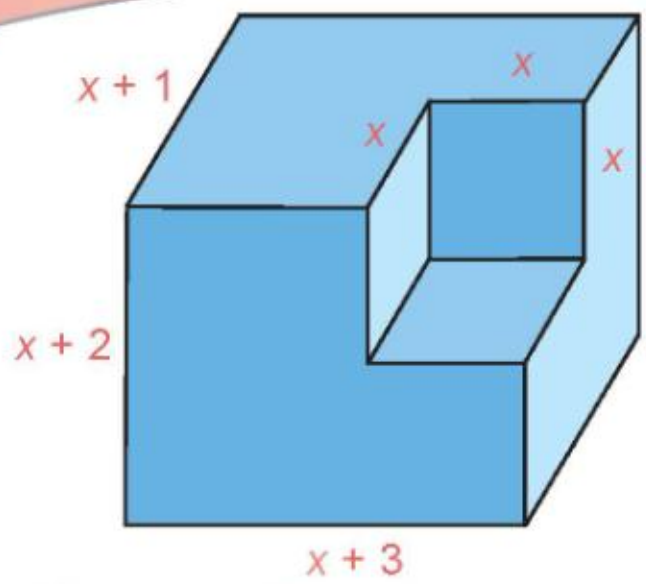
6.38. Ba đội công nhân làm đường được giao ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 5 ngày và đội thứ ba trong 6 ngày. Tính số công nhân của mỗi đội, biết đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai là 3 người và năng suất lao động của các công nhân là như nhau trong suốt quá trình làm việc.

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

Chương VII

BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

ĐẠI SỐ



Chương này sẽ đưa các em vào ngưỡng cửa của Đại số – một lĩnh vực mới của Toán học phổ thông. Trong Đại số, người ta dùng chữ đại diện cho các số, do đó có thể giải được hàng loạt bài toán tương tự nhau.

Muốn học tốt Đại số, các em phải có kĩ năng biến đổi các biểu thức đại số mà trước hết là thực hiện các phép toán trên các đa thức một biến.

Biểu thức $(x + 1)(x + 2)(x + 3) - x^3$ có ý nghĩa gì?

Bài 24 BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Biểu thức số • Biểu thức đại số • Giá trị của biểu thức	• Nhận biết biểu thức số và biểu thức đại số. • Tính giá trị của biểu thức đại số.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Giả sử một ô tô đi với vận tốc không đổi 50 km/h. Khi đó, *biểu thức biểu thị quãng đường ô tô đi được trong t* (giờ) là $50 \cdot t$ (km).

Ta có thể tính quãng đường ô tô đi được trong thời gian tuỳ ý bằng cách thay t bởi một số thích hợp. Chẳng hạn, nếu $t = 2$ giờ thì quãng đường ô tô đi được là $50 \cdot 2 = 100$ (km).



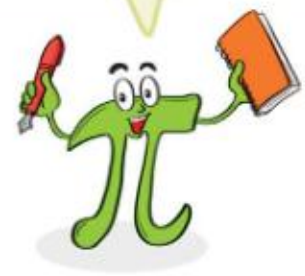
Trong tình huống trên, ta đã dùng chữ t để thay cho một số. Nhờ đó ta có thể phát biểu và giải được nhiều bài toán có nội dung tương tự nhau.

Trong bài này ta sẽ bước đầu tìm hiểu về phương pháp *dùng chữ thay số*.

Biểu thức đại số

Ta đã biết những số và chữ được nối với nhau bởi dấu của các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên luỹ thừa) làm thành một *biểu thức*. Người ta thường phân biệt biểu thức số và biểu thức chứa chữ.

Từ "đại" trong "đại số" không phải là "to lớn" mà có nghĩa là "đại diện" hay "thay thế cho".



HĐ1 Trong các biểu thức sau, em hãy chỉ ra biểu thức số, biểu thức chứa chữ.

a) $23 + 8 \cdot 9$; b) $3a + 7$;

c) $(3^4 - 5) : 8$; d) $\left(\frac{3}{x} - y^2\right) + 2$.

HĐ2 Hãy viết biểu thức biểu thị chu vi của hình chữ nhật có chiều rộng là x (cm) và chiều dài hơn chiều rộng 3 cm.

Biểu thức không chứa chữ gọi là biểu thức số. Biểu thức chỉ chứa số hoặc chỉ chứa chữ hoặc chứa cả số và chữ gọi chung là biểu thức đại số.

Trong một biểu thức đại số, các chữ (nếu có) dùng để thay thế hay đại diện cho những số nào đó được gọi là các biến số (gọi tắt là các biến).

Chú ý

Một biểu thức đại số có thể chứa nhiều biến khác nhau.



- Để cho gọn, khi viết các biểu thức đại số, ta không viết dấu nhân giữa các biến, cũng như giữa biến và số. Chẳng hạn, $a \cdot b$ và $2 \cdot a$ tương ứng có thể viết là ab và $2a$.
- Thông thường ta không viết thừa số 1 trong một tích.

Chẳng hạn, $1xy$ viết là xy; $(-1)ab$ viết là $-ab$.

- Với các biến, ta cũng có thể áp dụng các quy tắc và tính chất của các phép tính như đối với các số. Chẳng hạn:

$$x + x = 2x;\ x \cdot x \cdot x = x^3;\ x + y = y + x;$$

$$x(y + z) = xy + xz;\ -(x + y - z) = -x - y + z;\ \ldots$$

Luyện tập

Hãy chỉ ra các biến của mỗi biểu thức đại số sau:

a) $3x^2 - 1$; b) $3a + b$.

Giá trị của biểu thức đại số

Nếu thay $p = 5$ và $q = 7$ vào biểu thức $A = 3p - q$ rồi thực hiện phép tính, ta được:

$$A = 3 \cdot 5 - 7 = 8.$$

Khi đó, ta nói: 8 là giá trị của biểu thức A tại $p = 5$ và $q = 7$ hay khi $p = 5$ và $q = 7$ thì giá trị của biểu thức A là 8.

Muốn tính giá trị của một biểu thức đại số tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay giá trị đã cho của mỗi biến vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.

Ví dụ

Bác Hoà mua một túi rau và một số cam. Biết rằng mỗi kilôgam cam có giá 40 nghìn đồng và mỗi túi rau có giá 15 nghìn đồng.



a) Hãy viết biểu thức biểu thị tổng số tiền bác Hoà phải trả nếu số cam bác Hoà mua là x kilôgam.

b) Giả sử số cam bác Hoà mua là 2,5 kilôgam. Sử dụng kết quả câu a, em hãy tính xem bác Hoà phải trả tất cả bao nhiêu tiền.

Giải

a) Số tiền bác Hoà phải trả cho x kilôgam cam là $40x$ (nghìn đồng).

Tiền rau là 15 nghìn đồng. Vậy biểu thức biểu thị tổng số tiền bác Hoà phải trả là:

$$40x + 15 \text{ (nghìn đồng).}$$

b) Thay $x = 2,5$ vào biểu thức $40x + 15$, ta được:

$$40 \cdot 2,5 + 15 = 115 \text{ (nghìn đồng).}$$

Vậy bác Hoà phải trả tất cả 115 nghìn đồng.

Vận dụng

Một người đi ô tô với vận tốc 40 km/h trong x giờ, sau đó tiếp tục đi bộ với vận tốc 5 km/h trong y giờ.

a) Hãy viết biểu thức biểu thị tổng quãng đường người đó đi được.

b) Tính giá trị của biểu thức trong câu a khi $x = 2,5$ (giờ) và $y = 0,5$ (giờ).

BÀI TẬP

7.1. Viết biểu thức đại số biểu thị:

a) Nửa tổng của x và y;

b) Tổng của x và y nhân với tích của x và y.

7.2. Viết biểu thức đại số biểu thị diện tích của hình thang có hai đáy là a và b, chiều cao là h (a, b và h có cùng đơn vị đo).

7.3. Tính giá trị của biểu thức:

a) $4x + 3$ tại $x = 5,8$;

b) $y^2 - 2y + 1$ tại $y = 2$;

c) $(2m + n)(m - n)$ tại $m = 5,4$ và $n = 3,2$.

7.4. Một bác nông dân sử dụng hai chiếc máy bơm để tưới nước cho vườn cây. Máy bơm thứ nhất mỗi giờ bơm được 5 m^3 nước. Máy bơm thứ hai mỗi giờ bơm được 3,5 m^3 nước.

a) Viết biểu thức đại số biểu thị lượng nước bơm được của hai máy, nếu máy bơm thứ nhất chạy trong x giờ và máy bơm thứ hai chạy trong y giờ.

b) Sử dụng kết quả câu a, tính lượng nước bơm được của cả hai máy khi $x = 2$ (giờ), $y = 3$ (giờ).

Bài 25 ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đơn thức (một biến) • Đa thức (một biến) • Bậc của một đa thức • Hệ số cao nhất • Hệ số tự do • Nghiệm của đa thức	• Nhận biết đơn thức (một biến) và bậc của đơn thức. • Nhận biết đa thức (một biến) và các hạng tử của nó. • Thu gọn và sắp xếp đa thức. • Nhận biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của một đa thức. • Tính giá trị của một đa thức khi biết giá trị của biến. • Nhận biết nghiệm của một đa thức.

Bài toán: Độ cao H (mét) của một vật (so với mặt đất) khi được ném lên từ một điểm trên mặt đất được biểu thị bởi biểu thức $H = -5x^2 + 15x$, trong đó x (giây) là thời gian tính từ thời điểm ném vật. Hỏi sau bao lâu kể từ khi được ném lên, vật sẽ rơi trở lại mặt đất?

Dễ thấy biểu thức H có vai trò quan trọng trong bài toán trên.

Trong bài này chúng ta sẽ bước đầu tìm hiểu về các biểu thức tương tự như biểu thức H, đó là các *đa thức một biến*.

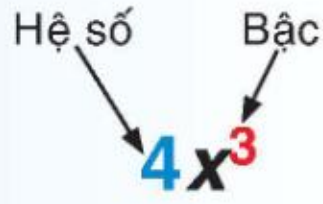
1 ĐƠN THỨC MỘT BIẾN

Chúng ta bắt đầu bằng những biểu thức đơn giản nhất, đó là các *đơn thức một biến*. Biến có thể là một chữ cái tuỳ ý. Nhưng để dễ nhận biết, ta chỉ xét các biểu thức với biến x.

Sơ lược về đơn thức một biến

1. Các biểu thức như $-0,5x$; $3x^2$; $-\frac{3}{4}x^5$ là những ví dụ về *đơn thức một biến*. Chúng đều là tích của một số với một luỹ thừa của x.

Đơn thức một biến (gọi tắt là đơn thức) là biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với một luỹ thừa của biến, trong đó số thực gọi là hệ số, số mũ của luỹ thừa của biến gọi là bậc của đơn thức. Chẳng hạn:



- Biểu thức $4x^3$ là một đơn thức, trong đó 4 là hệ số, số mũ 3 của x là bậc của đơn thức đó.
- Đơn thức $-0,5x$ có hệ số là $-0,5$ và có bậc là 1 (vì $x = x^1$).
- Một số khác 0 là một đơn thức bậc 0.

Chú ý. Số 0 cũng được coi là một đơn thức. Đơn thức này không có bậc.

Số 2 là đơn thức bậc 0 vì có thể coi rằng $2 = 2x^0$.

Cho biết hệ số và bậc của mỗi đơn thức sau:

a) $2x^6$; b) $-\frac{1}{5}x^2$; c) -8; d) 3^2x.



2. Với các đơn thức một biến, ta có thể:

• *Cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc* bằng cách cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên luỹ thừa của biến. Tổng nhận được là một đơn thức. Chẳng hạn:

$$-3x^4 + x^4 = (-3 + 1)x^4 = -2x^4;$$

$$3{,}7x^2 - 1{,}2x^2 = (3{,}7 - 1{,}2)x^2 = 2{,}5x^2.$$

• *Nhân hai đơn thức tuỳ ý* bằng cách nhân hai hệ số với nhau và nhân hai luỹ thừa của biến với nhau. Tích nhận được cũng là một đơn thức. Chẳng hạn:

$$(0{,}5x) \cdot (6x^2) = (0{,}5 \cdot 6) \cdot (x \cdot x^2) = 3x^3;$$

$$\left(-6x^3\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^2\right) = \left[(-6) \cdot \frac{2}{3}\right](x^3 \cdot x^2) = -4x^5.$$

Khi nhân một đơn thức bậc 3 với một đơn thức bậc 2, ta được đơn thức bậc mấy?

Luyện tập 1

Tính: a) $5x^3 + x^3$; b) $\frac{7}{4}x^5 - \frac{3}{4}x^5$; c) $(-0{,}25x^2) \cdot (8x^3)$.

2 KHÁI NIỆM ĐA THỨC MỘT BIẾN

Đa thức một biến là gì?

Các biểu thức $A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7$ và $B = 2x^4 - 3x^2 + x + 1$ có chung một đặc điểm: chúng đều là *tổng của những đơn thức* với biến x. Đó là những ví dụ về *đa thức một biến*.

Một cách tổng quát:

• Đa thức một biến (gọi tắt là đa thức) là tổng của những đơn thức của cùng một biến; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

• Số 0 cũng được coi là một đa thức, gọi là đa thức *không*.

Chú ý. Ta thường kí hiệu đa thức bằng một chữ cái in hoa. Đôi khi còn viết thêm kí hiệu biến trong ngoặc đơn. Chẳng hạn:

$$A = A(x) = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7.$$



Mỗi số thực có phải là một đa thức không? Tại sao?

Ví dụ 1

Đa thức $2x^3 - 5x^2 + 7$ có ba hạng tử là $2x^3$; $-5x^2$ và 7.

Luyện tập 2

Hãy liệt kê các hạng tử của đa thức $B = 2x^4 - 3x^2 + x + 1$.

3 ĐA THỨC MỘT BIẾN THU GỌN

Đa thức thu gọn

Xét hai đa thức $A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7$ và $B = 2x^4 - 3x^2 + x + 1$, ta thấy:

- Trong đa thức A có hai đơn thức cùng bậc là $6x^3$ và $-4x^3$.
- Trong đa thức B không có hai đơn thức nào cùng bậc.

Ta gọi các đa thức *không chứa hai đơn thức nào cùng bậc* là các đa thức thu gọn.

Ví dụ 2 dưới đây sẽ cho thấy: nếu cho một đa thức có chứa những đơn thức cùng bậc (đa thức chưa thu gọn) thì ta có thể đưa nó về dạng thu gọn.

Ví dụ 2

Thu gọn đa thức $A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7$.

Giải

$$A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7 = 6x^3 - 4x^3 - 5x^2 + 7 \quad \leftarrow \text{Đổi chỗ hai đơn thức}$$
$$= (6x^3 - 4x^3) - 5x^2 + 7 \quad \leftarrow \text{Nhóm hai đơn thức bậc 3}$$
$$= (6 - 4)x^3 - 5x^2 + 7 \quad \leftarrow \text{Cộng hai đơn thức cùng bậc}$$
$$= 2x^3 - 5x^2 + 7.$$

Kết quả, ta được đa thức thu gọn $2x^3 - 5x^2 + 7$.

Luyện tập 3

Thu gọn đa thức $P = 2x^3 - 5x^2 + 4x^3 + 4x + 9 + x$.

4 SẮP XẾP ĐA THỨC MỘT BIẾN

Sắp xếp đa thức theo luỹ thừa giảm của biến

Dưới đây, ta chỉ xét các đa thức khác đa thức *không*.

- Để thuận lợi cho việc tính toán các đa thức một biến, người ta thường viết chúng dưới dạng thu gọn và sắp xếp các hạng tử của nó theo luỹ thừa giảm của biến.

Chẳng hạn, sắp xếp các hạng tử của đa thức $P = 5x^2 - 2x + 1 - 3x^4$ theo luỹ thừa giảm của biến, ta được $P = -3x^4 + 5x^2 - 2x + 1$.

- Trong đa thức P ta thấy có các đơn thức bậc 4 và bậc 2, nhưng khuyết đơn thức bậc 3. Tuy nhiên khi cần, ta cũng có thể viết:

$$P = -3x^4 + 0x^3 + 5x^2 - 2x + 1.$$

Ở đây, ta coi rằng hệ số của luỹ thừa bậc 3 là 0.

Luyện tập 4

Thu gọn (nếu cần) và sắp xếp mỗi đa thức sau theo luỹ thừa giảm của biến:

a) $A = 3x - 4x^4 + x^3$;

b) $B = -2x^3 - 5x^2 + 2x^3 + 4x + x^2 - 5$;

c) $C = x^5 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{4}x - x^5 + 6x^2 - 2$.

Chú ý. Người ta cũng có thể sắp xếp đa thức theo luỹ thừa tăng của biến. Chẳng hạn, ta có thể sắp xếp các hạng tử của đa thức P trên đây như sau: $P = 1 - 2x + 5x^2 - 3x^4$.

5 BẬC VÀ CÁC HỆ SỐ CỦA MỘT ĐA THỨC

Bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của một đa thức

Xét đa thức $P = -3x^4 + 5x^2 - 2x + 1$. Đó là một đa thức thu gọn. Hãy quan sát các hạng tử (các đơn thức) của đa thức P và trả lời các câu hỏi sau:

HĐ1 Trong đa thức P, bậc của hạng tử $5x^2$ là 2 (số mũ của x^2). Hãy xác định bậc của các hạng tử trong P.

HĐ2 Trong đa thức P, hạng tử nào có bậc cao nhất? Tìm hệ số và bậc của hạng tử đó.

HĐ3 Trong đa thức P, hạng tử nào có bậc bằng 0?

Hạng tử có *bậc cao nhất* và hạng tử bậc 0 có vai trò đặc biệt trong một đa thức. Ta có định nghĩa:

Trong một đa thức thu gọn và khác đa thức *không*:

- Bậc của hạng tử có bậc cao nhất gọi là bậc của đa thức đó.
- Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là hệ số cao nhất của đa thức đó.
- Hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là hệ số tự do của đa thức đó.

Chú ý

- Đa thức *không* là đa thức không có bậc.
- Trong một đa thức thu gọn, hệ số cao nhất phải khác 0 (các hệ số khác có thể bằng 0).
- Muốn tìm bậc của một đa thức chưa thu gọn, ta phải thu gọn đa thức đó.

Một số khác 0 cũng là một đa thức. Vậy bậc của nó bằng bao nhiêu?

Ví dụ 3

Tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức $P = -x^3 - 2x^2 + x^3 + 4x + 5$.

Giải

Trước hết ta thu gọn P:

$$P = -x^3 - 2x^2 + x^3 + 4x + 5$$
$$= (-x^3 + x^3) - 2x^2 + 4x + 5$$
$$= -2x^2 + 4x + 5.$$

Trong dạng thu gọn của P, hạng tử có bậc cao nhất là $-2x^2$ nên bậc của P là 2, hệ số cao nhất là -2; hạng tử bậc 0 là 5 nên hệ số tự do là 5.



Luyện tập 5

Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức sau:

a) $5x^2 - 2x + 1 - 3x^4$;

b) $1{,}5x^2 - 3{,}4x^4 + 0{,}5x^2 - 1$.

6 NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

Giá trị và nghiệm của một đa thức

Xét đa thức $G(x) = x^2 - 4$. Giá trị của biểu thức $G(x)$ tại $x = 3$ còn gọi là giá trị của đa thức $G(x)$ tại $x = 3$ và được kí hiệu là $G(3)$. Như vậy, ta có $G(3) = 3^2 - 4 = 5$.

HĐ4 Tính các giá trị $G(-2)$; $G(-1)$; $G(0)$; $G(1)$; $G(2)$.

HĐ5 Với giá trị nào của x thì $G(x)$ có giá trị bằng 0?

Nếu tại $x = a$, đa thức $F(x)$ có giá trị bằng 0, tức là $F(a) = 0$, thì ta gọi a (hoặc $x = a$) là một nghiệm của đa thức $F(x)$.

Ví dụ 4

a) $x = -3$ và $x = 0$ là hai nghiệm của đa thức $A(x) = 2x^2 + 6x$ vì

$$A(0) = 0 \text{ và } A(-3) = 2 \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) = 0.$$

b) Đa thức $B(x) = x^2 + 1$ không có nghiệm vì tại giá trị bất kì của x, ta luôn có $x^2 \geq 0$ nên $B(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0$.



Nhận xét

Nếu một đa thức có hệ số tự do bằng 0 thì $x = 0$ là một nghiệm của đa thức đó.

Chẳng hạn, trong ví dụ trên cho thấy đa thức $A(x) = 2x^2 + 6x$ có hệ số tự do bằng 0 và có nghiệm $x = 0$.

Luyện tập 6

1. Tính giá trị của đa thức $F(x) = 2x^2 - 3x - 2$ tại $x = -1$; $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$. Từ đó hãy tìm một nghiệm của đa thức $F(x)$.

2. Tìm nghiệm của đa thức $E(x) = x^2 + x$.

Vận dụng

Trở lại *bài toán mở đầu*, hãy thực hiện các yêu cầu sau:

a) Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức $H(x) = -5x^2 + 15x$.

b) Tại sao $x = 0$ là một nghiệm của đa thức $H(x)$? Kết quả đó nói lên điều gì?

c) Tính giá trị của $H(x)$ khi $x = 1$; $x = 2$ và $x = 3$ để tìm nghiệm khác 0 của $H(x)$. Nghiệm ấy có ý nghĩa gì? Từ đó hãy trả lời câu hỏi của bài toán.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP

7.5. a) Tính $\left(\frac{1}{2}x^3\right) \cdot (-4x^2)$. Tìm hệ số và bậc của đơn thức nhận được.

b) Tính $\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^3$. Tìm hệ số và bậc của đơn thức nhận được.

7.6. Cho hai đa thức:

$A(x) = x^3 + \frac{3}{2}x - 7x^4 + \frac{1}{2}x - 4x^2 + 9$ và $B(x) = x^5 - 3x^2 + 8x^4 - 5x^2 - x^5 + x - 7$.

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo luỹ thừa giảm của biến.

b) Tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức đã cho.

7.7. Cho hai đa thức:

$P(x) = 5x^3 + 2x^4 - x^2 + 3x^2 - x^3 - 2x^4 - 4x^3$ và $Q(x) = 3x - 4x^3 + 8x^2 - 5x + 4x^3 + 5$.

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo luỹ thừa giảm của biến.

b) Sử dụng kết quả câu a để tính $P(1)$, $P(0)$, $Q(-1)$ và $Q(0)$.

7.8. Người ta dùng hai máy bơm để bơm nước vào một bể chứa nước. Máy thứ nhất bơm mỗi giờ được 22 m^3 nước. Máy thứ hai bơm mỗi giờ được 16 m^3 nước. Sau khi cả hai máy chạy trong x giờ, người ta tắt máy thứ nhất và để máy thứ hai chạy thêm 0,5 giờ nữa thì bể nước đầy.

Hãy viết đa thức (biến x) biểu thị dung tích của bể (m^3), biết rằng trước khi bơm, trong bể có 1,5 m^3 nước. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

7.9. Viết đa thức $F(x)$ thoả mãn đồng thời các điều kiện sau:

- Bậc của $F(x)$ bằng 3.
- Hệ số của x^2 bằng hệ số của x và bằng 2.
- Hệ số cao nhất của $F(x)$ bằng -6 và hệ số tự do bằng 3.

7.10. Kiểm tra xem:

a) $x = -\frac{1}{8}$ có phải là nghiệm của đa thức $P(x) = 4x + \frac{1}{2}$ không?

b) Trong ba số 1; -1 và 2, số nào là nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 + x - 2$?

7.11. Mẹ cho Quỳnh 100 nghìn đồng. Quỳnh mua một bộ dụng cụ học tập có giá 37 nghìn đồng và một cuốn sách tham khảo môn Toán với giá x (nghìn đồng).

a) Hãy tìm đa thức (biến x) biểu thị số tiền Quỳnh còn lại (đơn vị: nghìn đồng). Tìm bậc của đa thức đó.

b) Sau khi mua sách thì Quỳnh tiêu vừa hết số tiền mẹ cho. Hỏi giá tiền của cuốn sách là bao nhiêu?

EM CÓ BIẾT?

- Mỗi đa thức bậc nhất với biến x đều có thể viết dưới dạng

$$ax + b \ (a, b \text{ là các số cho trước và } a \neq 0).$$

Do đó ta còn gọi đa thức bậc nhất là *nhị thức bậc nhất* (gọi là nhị thức vì đa thức này có hai hạng tử).

- Mỗi đa thức bậc hai với biến x đều có thể viết dưới dạng

$$ax^2 + bx + c \ (a, b \text{ và } c \text{ là các số cho trước và } a \neq 0).$$

Do đó ta còn gọi đa thức bậc hai là *tam thức bậc hai* (gọi là tam thức vì đa thức này có ba hạng tử).

Bài 26 PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Tổng, hiệu của hai đa thức	• Thực hiện các phép tính cộng, trừ hai đa thức. • Nhận biết các tính chất của phép cộng đa thức. • Vận dụng các tính chất của phép cộng đa thức trong tính toán.

Xét hai biểu thức số $A = 5 \cdot 7^2 + 2$ và $B = 7^2 - 12 \cdot 7$. Dựa vào tính chất các phép toán đối với các số, ta có:

$$\begin{aligned} A + B &= (5 \cdot 7^2 + 2) + (7^2 - 12 \cdot 7) \\ &= (5 \cdot 7^2 + 7^2) - 12 \cdot 7 + 2 \\ &= (5 + 1) \cdot 7^2 - 12 \cdot 7 + 2 \\ &= 6 \cdot 7^2 - 12 \cdot 7 + 2. \end{aligned}$$

Tương tự, ta cũng có thể thực hiện các phép tính cộng và trừ hai đa thức; kết quả của mỗi phép tính đó cũng là một đa thức. Trong bài này chúng ta sẽ tìm hiểu cách *cộng và trừ đa thức*.

1 CỘNG HAI ĐA THỨC MỘT BIẾN

Tổng của hai đa thức

Cho hai đa thức:

$$P = x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x \text{ và } Q = -x^3 + 4x^2 - 2x + 1.$$

Giả sử ta cần tìm *tổng*:

$$P + Q = (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x) + (-x^3 + 4x^2 - 2x + 1).$$

Ta có thể trình bày phép cộng này theo một trong hai cách sau:

Cách 1. Bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các hạng tử cùng bậc:

$$\begin{aligned} &(x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x) + (-x^3 + 4x^2 - 2x + 1) \\ &= x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x - x^3 + 4x^2 - 2x + 1 && \leftarrow \text{Bỏ dấu ngoặc} \\ &= x^4 + (3x^3 - x^3) + (4x^2 - 5x^2) + (7x - 2x) + 1 && \leftarrow \text{Nhóm các hạng tử cùng bậc} \\ &= x^4 + 2x^3 - x^2 + 5x + 1. \end{aligned}$$

Vậy $P + Q = x^4 + 2x^3 - x^2 + 5x + 1$.

Cách 2. Đặt tính cộng sao cho các hạng tử cùng bậc đặt thẳng cột với nhau rồi cộng theo từng cột:

$$\begin{array}{rl} & x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x \\ + & \quad -x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \\ \hline P + Q = & x^4 + 2x^3 \ - x^2 + 5x + 1 \end{array}$$

Nếu một đa thức khuyết một hạng tử bậc nào đó thì hãy để một khoảng trống ứng với hạng tử đó.



Tìm tổng của hai đa thức: $x^3 - 5x + 2$ và $x^3 - x^2 + 6x - 4$.

Chú ý

Phép cộng đa thức cũng có các tính chất như phép cộng các số thực. Cụ thể là:

– Tính chất *giao hoán*: $A + B = B + A$.

– Tính chất *kết hợp*: $(A + B) + C = A + (B + C)$.

– Cộng với đa thức không: $A + 0 = 0 + A = A$.

Luyện tập 1

Cho hai đa thức $M = 0{,}5x^4 - 4x^3 + 2x - 2{,}5$ và $N = 2x^3 + x^2 + 1{,}5$.

Hãy tính tổng $M + N$ (trình bày theo hai cách).

Vận dụng 1

Đặt tính cộng để tìm tổng của ba đa thức sau:

$A = 2x^3 - 5x^2 + x - 7$;

$B = x^2 - 2x + 6$;

$C = -x^3 + 4x^2 - 1$.

2 TRỪ HAI ĐA THỨC MỘT BIẾN

Hiệu của hai đa thức

Cho hai đa thức $P = x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x$ và $Q = -x^3 + 4x^2 - 2x + 1$.

Đối với phép trừ: $P - Q = (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x) - (-x^3 + 4x^2 - 2x + 1)$, ta cũng có hai cách trình bày, tương tự như phép cộng hai đa thức.

Cụ thể, hãy thực hiện các hoạt động sau:

HĐ1 Tìm hiệu $P - Q$ bằng cách bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các hạng tử cùng bậc và thu gọn.

HĐ2 Tìm hiệu $P - Q$ bằng cách đặt tính trừ: đặt đa thức Q dưới đa thức P sao cho các hạng tử cùng bậc thẳng cột với nhau rồi trừ theo từng cột.

Luyện tập 2

Cho hai đa thức:

$M = 0{,}5x^4 - 4x^3 + 2x - 2{,}5$ và $N = 2x^3 + x^2 + 1{,}5$.

Hãy tính hiệu $M - N$ (trình bày theo hai cách).

Chú ý. Tương tự như các số, đối với các đa thức P, Q, R, ta cũng có:

Nếu $Q + R = P$ thì $R = P - Q$.

Nếu $R = P - Q$ thì $Q + R = P$.

Vận dụng 2

Cho đa thức $A = x^4 - 3x^2 - 2x + 1$. Tìm các đa thức B và C sao cho:

$A + B = 2x^5 + 5x^3 - 2$;

$A - C = x^3$.

BÀI TẬP

7.12. Tìm tổng của hai đa thức sau bằng cách nhóm các hạng tử cùng bậc:

$x^2 - 3x + 2$ và $4x^3 - x^2 + x - 1$.

7.13. Tìm hiệu sau theo cách đặt tính trừ: $(-x^3 - 5x + 2) - (3x + 8)$.

7.14. Cho hai đa thức $A = 6x^4 - 4x^3 + x - \frac{1}{3}$ và $B = -3x^4 - 2x^3 - 5x^2 + x + \frac{2}{3}$.

Tính $A + B$ và $A - B$.

7.15. Cho các đa thức $A = 3x^4 - 2x^3 - x + 1$; $B = -2x^3 + 4x^2 + 5x$ và $C = -3x^4 + 2x^2 + 5$.

Tính $A + B + C$; $A - B + C$ và $A - B - C$.

7.16. Bạn Nam được phân công mua một số sách làm quà tặng trong buổi tổng kết cuối năm học của lớp. Nam dự định mua ba loại sách với giá bán như bảng sau. Giả sử Nam cần mua x cuốn sách khoa học, $x + 8$ cuốn sách tham khảo và $x + 5$ cuốn truyện tranh.

Loại sách	Giá bán một cuốn (đồng)
Truyện tranh	15 000
Sách tham khảo	12 500
Sách khoa học	21 500

a) Viết các đa thức biểu thị số tiền Nam phải trả cho từng loại sách.

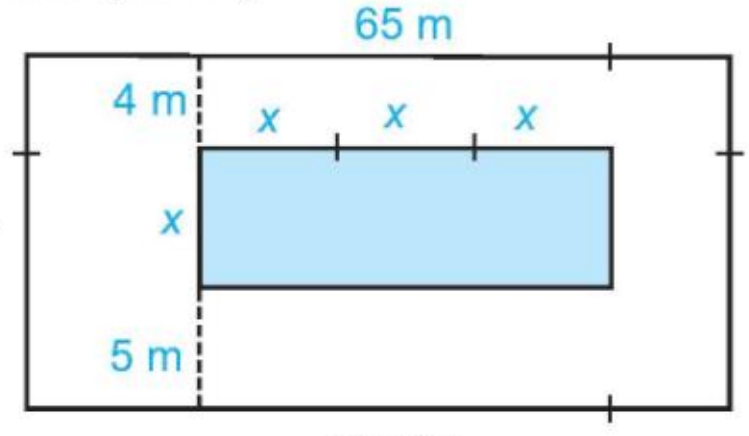
b) Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền Nam phải trả để mua số sách đó.

7.17. Trên một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 65 m, người ta định làm một bể bơi có chiều rộng là x mét, chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Sơ đồ và kích thước cụ thể (tính bằng mét) được cho trong Hình 7.1. Tìm đa thức (biến x):

a) Biểu thị diện tích của bể bơi.

b) Biểu thị diện tích mảnh đất.

c) Biểu thị diện tích phần đất xung quanh bể bơi.



Hình 7.1

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Ba bạn Lan, Bình và Dung rủ nhau đến cửa hàng sách để mua sách cũ được bán đồng giá (nghĩa là các cuốn sách cũ trong cửa hàng đó đều được bán với cùng một giá). Lan mua 5 cuốn, Bình mua 3 cuốn, Dung mua 6 cuốn. Gọi x (đồng) là giá bán một cuốn sách cũ.

a) Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền cả ba bạn phải trả.

b) Nếu mỗi cuốn sách cũ đều có giá là 30 000 đồng thì tổng số tiền cả ba bạn phải trả là bao nhiêu?

Giải. a) Lan mua 5 cuốn sách nên phải trả $5x$ (đồng).

Bình mua 3 cuốn nên phải trả $3x$ (đồng).

Dung mua 6 cuốn nên phải trả $6x$ (đồng).

Vậy đa thức biểu thị tổng số tiền cả ba bạn phải trả là:

$$T(x) = 5x + 3x + 6x = (5 + 3 + 6)x = 14x.$$

b) Nếu mỗi cuốn sách cũ có giá 30 000 đồng thì tổng số tiền cả ba bạn phải trả là giá trị của đa thức $T(x) = 14x$ tại $x = 30\,000$. Giá trị đó là:

$$T(30\,000) = 14 \cdot 30\,000 = 420\,000 \text{ (đồng)}.$$

Ví dụ 2

Cho hai đa thức $F = x^3 - x^2 - 3x - 5$ và $G = 3x^2 - 2x - 1$.

a) Gọi $H(x)$ là tổng của hai đa thức F và G. Tìm $H(x)$.

b) Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$.

c) Trong tập hợp $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, những số nào là nghiệm của $H(x)$?

Giải

a) Ta có: $H(x) = (x^3 - x^2 - 3x - 5) + (3x^2 - 2x - 1)$

$= x^3 - x^2 - 3x - 5 + 3x^2 - 2x - 1$

$= x^3 + (-x^2 + 3x^2) + (-3x - 2x) + (-5 - 1)$

$= x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$

b) Hệ số cao nhất của $H(x)$ là 1; hệ số tự do của $H(x)$ là -6.

c) Để tính giá trị của $H(x)$ tại các giá trị đã cho của x ta lập bảng sau:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^3	-27	-8	-1	0	1	8	27
$2x^2$	18	8	2	0	2	8	18
$-5x$	15	10	5	0	-5	-10	-15
$H(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$	0	4	0	-6	-8	0	24

Trong đó, số ghi trong mỗi ô thuộc dòng cuối bằng tổng các số ở cùng cột và thuộc ba dòng không tô màu phía trên, cộng thêm -6.

Dựa vào bảng trên ta được:

$$H(-3) = 0;\quad H(-2) = 4;\quad H(-1) = 0;\quad H(0) = -6;$$
$$H(1) = -8;\quad H(2) = 0;\quad H(3) = 24.$$

Từ đó suy ra $x = -3$; $x = -1$ và $x = 2$ là ba nghiệm của đa thức $H(x)$.

BÀI TẬP

7.18. Cho các đơn thức: $2x^6$; $-5x^3$; $-3x^5$; x^3; $\frac{3}{5}x^2$; $-\frac{1}{2}x^2$; 8; $-3x$. Gọi A là tổng của các đơn thức đã cho.

a) Hãy thu gọn tổng A và sắp xếp các hạng tử để được một đa thức.

b) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do và hệ số của x^2 của đa thức thu được.

7.19. Một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật được thiết kế với kích thước theo tỉ lệ:

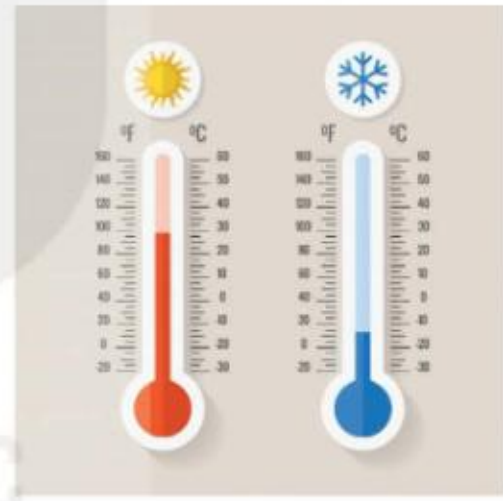
Chiều cao : chiều rộng : chiều dài = 1 : 2 : 3.

Trong bể hiện còn 0,7 m^3 nước. Gọi chiều cao của bể là x (mét).

Hãy viết đa thức biểu thị số mét khối nước cần phải bơm thêm vào bể để bể đầy nước. Xác định bậc của đa thức đó.

7.20. Ngoài thang nhiệt độ Celsius (độ C), nhiều nước còn dùng thang nhiệt độ Fahrenheit, gọi là độ F để đo nhiệt độ trong dự báo thời tiết. Muốn tính xem x °C tương ứng với bao nhiêu độ F, ta dùng công thức:

$$T(x) = 1{,}8x + 32.$$



Chẳng hạn, 0 °C tương ứng với $T(0) = 32$ (°F).

a) Hỏi 0 °F tương ứng với bao nhiêu độ C?

b) Nhiệt độ vào một ngày mùa hè ở Hà Nội là 35 °C. Nhiệt độ đó tương ứng với bao nhiêu độ F?

c) Nhiệt độ vào một ngày mùa đông ở New York (Mỹ) là 41 °F. Nhiệt độ đó tương ứng với bao nhiêu độ C?

7.21. Cho hai đa thức $P = -5x^4 + 3x^3 + 7x^2 + x - 3$ và $Q = 5x^4 - 4x^3 - x^2 + 3x + 3$.

a) Xác định bậc của mỗi đa thức $P + Q$ và $P - Q$.

b) Tính giá trị của mỗi đa thức $P + Q$ và $P - Q$ tại $x = 1$; $x = -1$.

c) Đa thức nào trong hai đa thức $P + Q$ và $P - Q$ có nghiệm là $x = 0$?

7.22. Một xe khách đi từ Hà Nội lên Yên Bái (trên đường cao tốc Hà Nội – Lào Cai) với vận tốc 60 km/h. Sau đó 25 phút, một xe du lịch cũng đi từ Hà Nội lên Yên Bái (đi cùng đường với xe khách) với vận tốc 85 km/h. Cả hai xe đều không nghỉ dọc đường.

a) Gọi $D(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe du lịch đi được và $K(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe khách đi được kể từ khi xuất phát cho đến khi xe du lịch đi được x giờ. Tìm $D(x)$ và $K(x)$.

b) Chứng tỏ rằng đa thức $f(x) = K(x) - D(x)$ có nghiệm là $x = 1$. Hãy giải thích ý nghĩa nghiệm $x = 1$ của đa thức $f(x)$.

Bài 27 PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Tích của hai đa thức	• Thực hiện các phép tính nhân hai đa thức cùng biến. • Nhận biết và vận dụng các tính chất của các phép tính về đa thức trong tính toán.

Bài toán đoán tuổi.



Em hãy:

– Lấy tuổi của mình cộng với 1 rồi bình phương lên. Số nhận được gọi là kết quả thứ nhất.

– Lại lấy tuổi của mình trừ đi 1 rồi bình phương lên. Số nhận được gọi là kết quả thứ hai.

– Lấy kết quả thứ nhất trừ đi kết quả thứ hai và cho anh biết kết quả cuối cùng.

Anh sẽ đoán được tuổi của em.

Không biết anh Pi làm thế nào nhỉ? Học xong bài này em sẽ khám phá được bí mật đó.

1 NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC

Quy tắc nhân đơn thức với đa thức

HĐ1 Hãy nhắc lại cách nhân hai đơn thức và tính $(12x^3) \cdot (-5x^2)$.

HĐ2 Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, hãy tìm tích $2x \cdot (3x^2 - 8x + 1)$ bằng cách nhân $2x$ với từng hạng tử của đa thức $3x^2 - 8x + 1$ rồi cộng các tích tìm được.

Tổng quát, ta có quy tắc sau:

> Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 1

Tính $(-2x^3) \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 + 3x - 5\right)$.

Giải

Ta có: $(-2x^3) \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 + 3x - 5\right) = (-2x^3) \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right) + (-2x^3) \cdot (3x) + (-2x^3) \cdot (-5)$

$= -x^5 - 6x^4 + 10x^3$.

Luyện tập 1

Tính $(-2x^2) \cdot (3x - 4x^3 + 7 - x^2)$.

Vận dụng 1

a) Rút gọn biểu thức $P(x) = 7x^2(x^2 - 5x + 2) - 5x(x^3 - 7x^2 + 3x)$.

b) Tính giá trị của biểu thức $P(x)$ khi $x = -\frac{1}{2}$.

Thử thách nhỏ

Rút gọn biểu thức $x^3(x + 2) - x(x^3 + 2^3) - 2x(x^2 - 2^2)$.

2 NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

Nhân hai đa thức tuỳ ý

HĐ3 Tính $(2x - 3) \cdot (x^2 - 5x + 1)$ bằng cách thực hiện các bước sau:

Bước 1. Nhân $2x$ với đa thức $x^2 - 5x + 1$.

Bước 2. Nhân -3 với đa thức $x^2 - 5x + 1$.

Bước 3. Cộng các đa thức thu được ở hai bước trên và thu gọn.

Kết quả thu được là *tích* của đa thức $2x - 3$ với đa thức $x^2 - 5x + 1$.

Tổng quát, ta có quy tắc sau:

> Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 2

Thực hiện phép nhân: $(x + 3) \cdot (2x^2 - 3x - 5)$.

Giải

$$\begin{aligned}(x + 3) \cdot (2x^2 - 3x - 5) &= x \cdot (2x^2 - 3x - 5) + 3 \cdot (2x^2 - 3x - 5)\\ &= x \cdot 2x^2 + x \cdot (-3x) + x \cdot (-5) + 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot (-3x) + 3 \cdot (-5)\\ &= 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6x^2 - 9x - 15\\ &= 2x^3 - 3x^2 + 6x^2 - 5x - 9x - 15 \quad \leftarrow \text{Đổi chỗ}\\ &= 2x^3 - (3x^2 - 6x^2) - (5x + 9x) - 15 \quad \leftarrow \text{Nhóm các hạng tử cùng bậc}\\ &= 2x^3 + 3x^2 - 14x - 15.\end{aligned}$$

Chú ý

• Ta có thể trình bày phép nhân trên bằng cách đặt tính nhân:

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 3x - 5 \\ \times \quad x + 3 \\ \hline 6x^2 - 9x - 15 \quad \leftarrow \text{Nhân 3 với } 2x^2 - 3x - 5 \\ + \quad 2x^3 - 3x^2 - 5x \quad \leftarrow \text{Nhân } x \text{ với } 2x^2 - 3x - 5 \\ \hline 2x^3 + 3x^2 - 14x - 15 \end{array}$$

Khi nhân các hạng tử ở dòng dưới với đa thức ở dòng trên, bạn nên nhân các hạng tử theo thứ tự từ bậc thấp đến bậc cao.



Khi trình bày theo cách này ta cần:

– Nhân lần lượt mỗi hạng tử ở dòng dưới với đa thức ở dòng trên và viết kết quả trong một dòng riêng.

– Viết các dòng sao cho các hạng tử cùng bậc thẳng cột với nhau (để thực hiện phép cộng theo cột).

- Phép nhân đa thức cũng có các tính chất:
  - *Giao hoán*: $A \cdot B = B \cdot A$.
  - *Kết hợp*: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
  - *Phân phối đối với phép cộng*: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$.

Luyện tập 2

Tính $(x^3 - 2x^2 + x - 1)(3x - 2)$. Trình bày lời giải theo hai cách.

Vận dụng 2

Rút gọn biểu thức $(x - 2)(2x^3 - x^2 + 1) + (x - 2)x^2(1 - 2x)$.

Vận dụng 3 Trở lại *bài toán đoán tuổi*, để giải thích bí mật trong bài toán đoán tuổi của anh Pi, em hãy thực hiện các yêu cầu sau:

- Gọi x là tuổi cần đoán. Tìm hai đa thức (biến x) biểu thị kết quả thứ nhất và kết quả thứ hai.
- Tìm đa thức biểu thị kết quả cuối cùng.

Từ đó hãy nêu cách tìm x.

BÀI TẬP

7.23. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $6x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 5x - 4)$;

b) $(-1{,}2x^2) \cdot (2{,}5x^4 - 2x^3 + x^2 - 1{,}5)$.

7.24. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $4x^2(5x^2 + 3) - 6x(3x^3 - 2x + 1) - 5x^3(2x - 1)$;

b) $\frac{3}{2}x\left(x^2 - \frac{2}{3}x + 2\right) - \frac{5}{3}x^2\left(x + \frac{6}{5}\right)$.

7.25. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $(x^2 - x) \cdot (2x^2 - x - 10)$;

b) $(0{,}2x^2 - 3x) \cdot 5(x^2 - 7x + 3)$.

7.26.

a) Tính $(x^2 - 2x + 5) \cdot (x - 2)$.

b) Từ đó hãy suy ra kết quả của phép nhân $(x^2 - 2x + 5) \cdot (2 - x)$. Giải thích cách làm.

7.27. Giả sử ba kích thước của một hình hộp chữ nhật là x; $x + 1$; $x - 1$ (cm) với $x > 1$. Tìm đa thức biểu thị thể tích (đơn vị: cm^3) của hình hộp chữ nhật đó.

7.28. Thực hiện các phép nhân hai đa thức sau:

a) $5x^3 - 2x^2 + 4x - 4$ và $x^3 + 3x^2 - 5$;

b) $-2{,}5x^4 + 0{,}5x^2 + 1$ và $4x^3 - 2x + 6$.

7.29. Người ta dùng những chiếc cọc để rào một mảnh vườn hình chữ nhật sao cho mỗi góc vườn đều có một chiếc cọc và hai cọc liên tiếp cắm cách nhau 0,1 m. Biết rằng số cọc dùng để rào hết chiều dài của vườn nhiều hơn số cọc dùng để rào hết chiều rộng là 20 chiếc. Gọi số cọc dùng để rào hết chiều rộng là x. Tìm đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn đó.

Bài 28 PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Phép chia hết • Phép chia có dư • Thương, dư (trong phép chia đa thức)	• Thực hiện các phép tính chia hai đa thức một biến. • Nhận biết và vận dụng các tính chất của các phép tính về đa thức trong tính toán.

Bài toán: Tìm đa thức P sao cho $A = B \cdot P$, trong đó
$A = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$
và $B = x^2 - 2$.



1 LÀM QUEN VỚI PHÉP CHIA ĐA THỨC

Phép chia hết

1. Xét hai đơn thức $6x^4$ và $-2x^3$, ta thấy $6x^4 = (-2x^3) \cdot (-3x)$.
Từ đó, tương tự như đối với các số, ta cũng có thể viết:

$$6x^4 : (-2x^3) = -3x, \text{ hay } \frac{6x^4}{-2x^3} = -3x$$

và nói rằng đó là một *phép chia hết*.

2. Một cách tổng quát, cho hai đa thức A và B với $B \neq 0$. Nếu có một đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$ thì ta có phép chia hết:

$A : B = Q$ hay $\frac{A}{B} = Q$, trong đó:

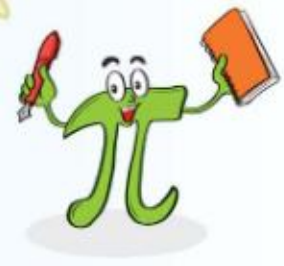
A là *đa thức bị chia*;

B là *đa thức chia*;

Q là *đa thức thương* (gọi tắt là *thương*).

Khi đó ta còn nói đa thức A *chia hết cho* đa thức B.

Kí hiệu $B \neq 0$ có nghĩa B không phải là *đa thức không*.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

3. Để thực hiện phép chia $6x^4$ cho $(-2x^3)$, ta làm như sau:

- Chia hai hệ số: $6 : (-2) = -3$.
- Chia hai luỹ thừa của biến: $x^4 : x^3 = x$.
- Nhân hai kết quả trên, ta tìm được thương là $-3x$.



Khi nào thì ax^n chia hết cho bx^m?

HĐ1 Tìm thương của mỗi phép chia hết sau:

a) $12x^3 : 4x$; b) $(-2x^4) : x^4$; c) $2x^5 : 5x^2$.



HĐ2 Giả sử $x \neq 0$. Hãy cho biết:

a) Với điều kiện nào (của hai số mũ) thì thương hai luỹ thừa của x cũng là một luỹ thừa của x với số mũ nguyên dương?

b) Thương hai luỹ thừa của x cùng bậc bằng bao nhiêu?

Cho hai đơn thức ax^m và bx^n ($m, n \in \mathbb{N}$; $a, b \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0$). Khi đó nếu $m \geq n$ thì phép chia ax^m cho bx^n là *phép chia hết* và ta có:

$$ax^m : bx^n = \frac{a}{b} x^{m-n} \text{ (quy ước: } x^0 = 1).$$

Luyện tập 1

Thực hiện các phép chia sau:

a) $3x^7 : \frac{1}{2}x^4$; b) $(-2x) : x$; c) $0{,}25x^5 : (-5x^2)$.

2 CHIA ĐA THỨC CHO ĐA THỨC, TRƯỜNG HỢP CHIA HẾT

Cách đặt tính chia

Để chia đa thức $A = 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3$ cho đa thức $B = x^2 - 4x - 3$, ta làm như sau:

Bước 1. Đặt tính chia tương tự chia hai số tự nhiên. Lấy hạng tử bậc cao nhất của A chia cho hạng tử bậc cao nhất của B:

$$2x^4 : x^2 = 2x^2.$$

Bước 2. Lấy A trừ đi tích $B \cdot (2x^2)$, ta được dư thứ nhất là $-5x^3 + 21x^2 + 11x - 3$:

	$2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3$	$x^2 - 4x - 3$
$B \cdot (2x^2) \rightarrow$	$-\ 2x^4 - 8x^3 - 6x^2$	$2x^2$ $\leftarrow 2x^4 : x^2 = 2x^2$
$A - B \cdot (2x^2) \rightarrow$	$-5x^3 + 21x^2 + 11x - 3$	
	(Dư thứ nhất)	

Bước 3. Lấy hạng tử bậc cao nhất của dư thứ nhất chia cho hạng tử bậc cao nhất của B:

$$(-5x^3) : x^2 = -5x.$$

Bước 4. Lấy dư thứ nhất trừ đi tích $B \cdot (-5x)$, ta được dư thứ hai là $x^2 - 4x - 3$:

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 & x^2 - 4x - 3 \\ \underline{-\ 2x^4 - 8x^3 - 6x^2} & \\ -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 & 2x^2 - 5x \\ \underline{-\ -5x^3 + 20x^2 + 15x} & \\ x^2 - 4x - 3 & \end{array}$$

$B \cdot (-5x) \rightarrow$

(Dư thứ nhất) $- B \cdot (-5x) \rightarrow$

$\leftarrow (-5x^3) : x^2 = -5x$

(Dư thứ hai)

Bước 5. Làm tương tự như trên, ta được:

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 & x^2 - 4x - 3 \\ \underline{-\ 2x^4 - 8x^3 - 6x^2} & \\ -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 & 2x^2 - 5x + 1 \\ \underline{-\ -5x^3 + 20x^2 + 15x} & \\ x^2 - 4x - 3 & \\ \underline{-\ x^2 - 4x - 3} & \\ 0 & \end{array}$$

Dư cuối cùng bằng 0 nên quá trình chia kết thúc.

Ta được thương là đa thức $2x^2 - 5x + 1$.

Kiểm tra lại rằng ta có phép chia hết $A : B = 2x^2 - 5x + 1$, nghĩa là xảy ra:

$$A = B \cdot (2x^2 - 5x + 1).$$

Chú ý. Khi chia đa thức cho một đơn thức thì ta có thể không cần đặt tính chia. Cách làm như trong ví dụ sau:

$$(-6x^5 + 7x^4 - 6x^3) : 3x^3$$

$$= (-6x^5 : 3x^3) + (7x^4 : 3x^3) + (-6x^3 : 3x^3)$$

$$= -2x^2 + \frac{7}{3}x - 2.$$

Luyện tập 2

Thực hiện phép chia: a) $(-x^6 + 5x^4 - 2x^3) : 0{,}5x^2$.

b) $(9x^2 - 4) : (3x + 2)$.



Vận dụng

Em hãy giải bài toán trong *tình huống mở đầu*.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

3 CHIA ĐA THỨC CHO ĐA THỨC, TRƯỜNG HỢP CHIA CÓ DƯ

Phép chia có dư

Bốn bước đầu tiên khi chia đa thức $D = 5x^3 - 3x^2 - x + 7$ cho đa thức $E = x^2 + 1$ được viết gọn như sau:

$$\begin{array}{rl|l} & 5x^3 - 3x^2 - x + 7 & x^2 + 1 \\ - & 5x^3 \quad\quad + 5x & \hline 5x - 3 \\ \hline \text{(Dư thứ nhất)} & -3x^2 - 6x + 7 & \\ - & -3x^2 \quad\quad - 3 & \\ \hline \text{(Dư thứ hai)} & -6x + 10 & \end{array}$$

Nếu đa thức ở một dòng khuyết một hạng tử bậc nào đó thì hãy để một khoảng trống ứng với hạng tử đó.



HĐ3 Hãy mô tả lại các bước đã thực hiện trong phép chia đa thức D cho đa thức E.

HĐ4 Kí hiệu dư thứ hai là $G = -6x + 10$. Đa thức này có bậc bằng 1. Lúc này phép chia có thể tiếp tục được không? Vì sao?

HĐ5 Hãy kiểm tra lại đẳng thức: $D = E \cdot (5x - 3) + G$.

Phép chia đa thức D cho đa thức E trong trường hợp này được gọi là *phép chia có dư* với *đa thức thương* là $5x - 3$ và *đa thức dư* là G.

Khi chia đa thức A cho đa thức B:

- Đa thức dư R phải bằng 0 hoặc có bậc nhỏ hơn bậc của B.
- Nếu thương là đa thức Q, dư là R thì ta có đẳng thức $A = BQ + R$.

Luyện tập 3

Tìm dư R và thương Q trong phép chia đa thức $A = 3x^4 - 6x - 5$ cho đa thức $B = x^2 + 3x - 1$ rồi viết A dưới dạng $A = B \cdot Q + R$.

Thử thách nhỏ

Đố Vuông tìm được dư trong phép chia $x^3 - 3x^2 + x - 1$ cho $x^2 - 3x$.



Mình chỉ nhìn qua cũng biết được dư là $x - 1$.



Em có biết tại sao Vuông làm nhanh thế không?

BÀI TẬP

7.30. Tính:

a) $8x^5 : 4x^3$;

b) $120x^7 : (-24x^5)$;

c) $\frac{3}{4}(-x)^3 : \frac{1}{8}x$;

d) $-3{,}72x^4 : (-4x^2)$.

7.31. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

a) $(-5x^3 + 15x^2 + 18x) : (-5x)$;

b) $(-2x^5 - 4x^3 + 3x^2) : 2x^2$.

7.32. Thực hiện các phép chia đa thức sau bằng cách đặt tính chia:

a) $(6x^3 - 2x^2 - 9x + 3) : (3x - 1)$;

b) $(4x^4 + 14x^3 - 21x - 9) : (2x^2 - 3)$.

7.33. Thực hiện phép chia $0{,}5x^5 + 3{,}2x^3 - 2x^2$ cho $0{,}25x^n$ trong mỗi trường hợp sau:

a) $n = 2$;

b) $n = 3$.

7.34. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương $Q(x)$ và dư $R(x)$ trong phép chia $F(x)$ cho $G(x)$ rồi biểu diễn $F(x)$ dưới dạng:

$$F(x) = G(x) \cdot Q(x) + R(x).$$

a) $F(x) = 6x^4 - 3x^3 + 15x^2 + 2x - 1$; $G(x) = 3x^2$.

b) $F(x) = 12x^4 + 10x^3 - x - 3$; $G(x) = 3x^2 + x + 1$.

7.35. Bạn Tâm lúng túng khi muốn tìm thương và dư trong phép chia đa thức $21x - 4$ cho $3x^2$. Em có thể giúp bạn Tâm được không?

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Cho một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là x; $x + 1$ và $x + 2$ ($x > 0$).

a) Chứng tỏ rằng biểu thức biểu thị thể tích của hình hộp chữ nhật đã cho là một đa thức bậc ba.

b) Chứng tỏ rằng biểu thức biểu thị diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật đã cho là một đa thức bậc hai.

Giải

a) Thể tích của hình hộp đã cho là:

$$V = x(x + 1)(x + 2) = x(x^2 + 3x + 2) = x^3 + 3x^2 + 2x.$$

Ta nhận được V là một đa thức bậc ba.

b) Ta đã biết hình hộp chữ nhật có 6 mặt là 6 hình chữ nhật, trong đó:

- Hai mặt có kích thước x và $x + 1$. Tổng diện tích của chúng là $2x(x + 1)$.
- Hai mặt có kích thước $x + 1$ và $x + 2$. Tổng diện tích của chúng là $2(x + 1)(x + 2)$.
- Hai mặt có kích thước x và $x + 2$. Tổng diện tích của chúng là $2x(x + 2)$.

Vậy diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật đã cho là:

$$\begin{aligned} S &= 2x(x + 1) + 2(x + 1)(x + 2) + 2x(x + 2) \\ &= 2(x^2 + x) + 2(x^2 + 2x + x + 2) + 2(x^2 + 2x) \\ &= 2x^2 + 2x + 2x^2 + 4x + 2x + 4 + 2x^2 + 4x \\ &= (2x^2 + 2x^2 + 2x^2) + (2x + 6x + 4x) + 4 \\ &= 6x^2 + 12x + 4. \end{aligned}$$

Ta có S là một đa thức bậc hai.

Ví dụ 2

Với giá trị nào của m trong các giá trị cho sau đây thì phép chia đa thức $3x^2 + 7x - 11m$ cho đa thức $x - 5$ là phép chia hết?

a) $m = 0$. b) $m = 10$.

Giải. Thực hiện phép chia bằng cách đặt tính chia:

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 + 7x - 11m & x - 5 \\ \cline{2-2} \underline{-\,(3x^2 - 15x)} & 3x + 22 \\ 22x - 11m & \\ \underline{-\,(22x - 110)} & \\ -11m + 110 & \end{array}$$

a) Khi $m = 0$ thì đa thức dư $-11m + 110$ bằng 110 (khác 0) nên ta không có phép chia hết.

b) Khi $m = 10$ thì đa thức dư $-11m + 110$ bằng 0 nên ta có phép chia hết. Từ đó suy ra $m = 10$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP

7.36. Rút gọn biểu thức sau:

$$(5x^3 - 4x^2) : 2x^2 + (3x^4 + 6x) : 3x - x(x^2 - 1).$$

7.37. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $2x(x + 3) - 3x^2(x + 2) + x(3x^2 + 4x - 6)$;

b) $3x(2x^2 - x) - 2x^2(3x + 1) + 5(x^2 - 1)$.

7.38. Tìm giá trị của x, biết rằng:

a) $3x^2 - 3x(x - 2) = 36$.

b) $5x(4x^2 - 2x + 1) - 2x(10x^2 - 5x + 2) = -36$.

7.39. Thực hiện các phép tính sau:

a) $(x^3 - 8) : (x - 2)$;

b) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$.

7.40. Trong một trò chơi ở câu lạc bộ Toán học, chủ trò viết lên bảng biểu thức:

$$P(x) = x^2(7x - 5) - (28x^5 - 20x^4 - 12x^3) : 4x^2.$$

Luật chơi là sau khi chủ trò đọc một số a nào đó, các đội chơi phải tính giá trị của $P(x)$ tại $x = a$. Đội nào tính đúng và tính nhanh nhất thì thắng cuộc.

Khi chủ trò vừa đọc $a = 5$, Vuông đã tính ngay được $P(a) = 15$ và thắng cuộc. Em có biết Vuông làm cách nào không?

7.41. Tìm số b sao cho đa thức $x^3 - 3x^2 + 2x - b$ chia hết cho đa thức $x - 3$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII

7.42. Một hãng taxi quy định giá cước như sau: 0,5 km đầu tiên giá 8 000 đồng; tiếp theo cứ mỗi kilômét giá 11 000 đồng. Giả sử một người thuê xe đi x (kilômét).

a) Chứng tỏ rằng biểu thức biểu thị số tiền mà người đó phải trả là một đa thức. Tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

b) Giá trị của đa thức tại $x = 9$ nói lên điều gì?

7.43. Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b và c là những số với $a \neq 0$.

a) Cho biết $a + b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = 1$ là một nghiệm của $F(x)$.

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $2x^2 - 5x + 3$.

7.44. Cho đa thức $A = x^4 + x^3 - 2x - 2$.

a) Tìm đa thức B sao cho $A + B = x^3 + 3x + 1$.

b) Tìm đa thức C sao cho $A - C = x^5$.

c) Tìm đa thức D, biết rằng $D = (2x^2 - 3) \cdot A$.

d) Tìm đa thức P sao cho $A = (x + 1) \cdot P$.

e) Có hay không một đa thức Q sao cho $A = (x^2 + 1) \cdot Q$?

7.45. Cho đa thức $P(x)$. Giải thích tại sao nếu có đa thức $Q(x)$ sao cho $P(x) = (x - 3) \cdot Q(x)$ (tức là $P(x)$ chia hết cho $x - 3$) thì $x = 3$ là một nghiệm của $P(x)$.

7.46. Hai bạn Tròn và Vuông tranh luận với nhau như sau:



Hãy cho biết ý kiến của em và nêu một ví dụ minh hoạ.

Chương VIII

LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

XÁC SUẤT

Trong cuộc sống, ta thường gặp những sự kiện, hiện tượng mà ta không thể nói trước là có xảy ra hay không xảy ra. Trong chương này các em sẽ bước đầu làm quen với những sự kiện, hiện tượng như vậy và việc đo lường khả năng xảy ra của chúng.



Việt Nam có xác suất 4,44% đành vé dự World Cup 2022 (Theo VnExpress ngày 16-6-2021)

Bài 29 LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Biến cố • Biến cố ngẫu nhiên • Biến cố chắc chắn • Biến cố không thể	Làm quen với khái niệm biến cố ngẫu nhiên, biến cố chắc chắn, biến cố không thể trong một số ví dụ đơn giản.

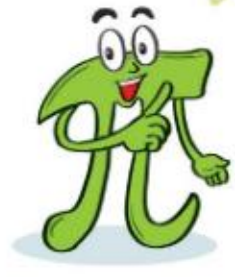
Phó chủ tịch UBND tỉnh Quảng Nam[1] trả lời phỏng vấn: "Dự báo chính xác thời điểm xảy ra sạt lở đất do mưa lớn tại huyện Nam Trà My[2] là không thể".

(Theo *VnExpress, ngày 10-11-2020*)

Có các sự kiện, hiện tượng ta không thể biết trước được nó có xảy ra hay không, như hiện tượng "xảy ra sạt lở đất sau mưa lớn".



Nhưng cũng có các sự kiện, hiện tượng ta có thể biết trước được chắc chắn nó có xảy ra hay không xảy ra đấy!



Trong bài học này, chúng ta cùng tìm hiểu về các sự kiện, hiện tượng đó nhé!

[1] Nay thuộc thành phố Đà Nẵng
[2] Địa điểm xảy ra sạt lở nay thuộc xã Trà Leng

Biến cố

Đọc các sự kiện, hiện tượng sau và thực hiện HĐ1, HĐ2.

① Mức nước lũ trên sông Hồng trong tháng Bảy sang năm trên mức báo động 3.

② Ngày mai, Mặt Trời mọc ở phía tây.

③ Có sáu cơn bão đổ bộ vào nước ta trong năm tới.

④ Khi gieo hai con xúc xắc thì số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc đều là 6.

⑤ Khi gieo một con xúc xắc thì số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bé hơn 7.

HĐ1 Tìm các sự kiện, hiện tượng *không thể* biết trước được chắc chắn có xảy ra hay không xảy ra.

HĐ2 Tìm các sự kiện, hiện tượng *có thể* biết trước được chắc chắn có xảy ra hay không xảy ra.

- Các hiện tượng, sự kiện trong tự nhiên, cuộc sống được gọi chung là biến cố.
- Biến cố chắc chắn là biến cố biết trước được luôn xảy ra.
- Biến cố không thể là biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra.
- Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước được có xảy ra hay không.

Trong HĐ1 và HĐ2, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

Ví dụ 1

Trong các biến cố sau, em hãy chỉ ra biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên.

A: "Trong điều kiện thường, nước đun đến 100 °C sẽ sôi".

B: "Tháng Hai năm sau có 31 ngày".

C: "Khi gieo hai con xúc xắc thì tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 8".

Giải

- Biến cố *A* là biến cố chắc chắn vì nó luôn xảy ra.
- Biến cố *B* là biến cố không thể vì nó không bao giờ xảy ra.
- Biến cố *C* là biến cố ngẫu nhiên vì ta không biết trước nó có xảy ra hay không.

Chẳng hạn, biến cố *C* xảy ra nếu số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là (2; 6) và không xảy ra nếu số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là (5; 5).

Luyện tập 1

Chọn từ thích hợp (ngẫu nhiên, chắc chắn, không thể) thay vào dấu "?" để được câu đúng.

❶ Vuông và Tròn mỗi người gieo một con xúc xắc.



Biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lớn hơn 1" là biến cố ...?...

Biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7" là biến cố ...?...

❷ Một túi đựng các quả cầu được ghi số 3; 6; 9; 12; 15; 18; 24. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong túi.

Biến cố "Lấy được quả cầu có ghi số chia hết cho 3" là biến cố ...?...

Biến cố "Lấy được quả cầu có ghi số chia hết cho 7" là biến cố ...?...

Ví dụ 2

Trong một chiếc hộp có bốn tấm thẻ được ghi số 1; 2; 3; 6. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Xét ba biến cố sau:

A: "Rút được thẻ ghi số là số nguyên tố".

B: "Rút được thẻ ghi số nhỏ hơn 7".

C: "Rút được thẻ ghi số lớn hơn 10".



Biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

Giải

• Biến cố *B* là biến cố chắc chắn vì ta luôn rút được thẻ ghi một trong các số 1; 2; 3; 6, đều là các số nhỏ hơn 7.

• Biến cố *C* là biến cố không thể vì ta chỉ rút được thẻ ghi một trong các số 1; 2; 3; 6, đều là các số nhỏ hơn 10.

• Biến cố *A* là biến cố ngẫu nhiên vì ta không chắc chắn sẽ rút được thẻ ghi số nào. Chẳng hạn, nếu ta rút được thẻ ghi số 2 thì biến cố *A* xảy ra; rút được thẻ ghi số 6 thì biến cố *A* không xảy ra.

Luyện tập 2

Lan tham gia trò chơi *Vòng quay may mắn* như Hình 8.1.

Xét ba biến cố sau:

A: "Lan quay vào ô có số điểm lớn hơn 500 điểm".

B: "Lan quay vào ô có số điểm nhỏ hơn 100 điểm".

C: "Lan quay vào ô có số điểm là số tròn trăm".

Biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?



Hình 8.1

Thử thách nhỏ

Cho hai chiếc túi kín *I*, *II* đựng một số viên bi có cùng kích thước, trong đó tất cả các viên bi ở túi *I* có màu đen. Người chơi lấy ngẫu nhiên từ mỗi túi một viên bi và sẽ thắng cuộc nếu trong hai viên bi lấy ra có viên bi màu đỏ. Trong túi *II* cần có những viên bi màu gì để biến cố "Người chơi thắng" là:

a) Biến cố chắc chắn;

b) Biến cố không thể;

c) Biến cố ngẫu nhiên?

BÀI TẬP

8.1. Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi trong một túi đựng 5 viên bi trắng và 5 viên bi đen có cùng kích thước. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

A: "Minh lấy được viên bi màu trắng".

B: "Minh lấy được viên bi màu đen".

C: "Minh lấy được viên bi màu trắng hoặc màu đen".

D: "Minh lấy được viên bi màu đỏ".

8.2. Có hai chiếc hộp, mỗi hộp đựng 6 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi hộp. Thay dấu "?" bằng các từ thích hợp trong các từ sau: chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

Biến cố	Loại biến cố
Chênh lệch giữa hai số ghi trên hai tấm thẻ bé hơn 3	?
Tổng các số ghi trên hai tấm thẻ bằng 7	?
Tổng các số ghi trên hai tấm thẻ lớn hơn 1	?
Chênh lệch giữa hai số ghi trên hai tấm thẻ bằng 6	?

8.3. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp {2; 3; 5; 6; 7; 8; 10}. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

A: "Số được chọn là số nguyên tố".

B: "Số được chọn là số bé hơn 11".

C: "Số được chọn là số chính phương".

D: "Số được chọn là số chẵn".

E: "Số được chọn là số lớn hơn 1".

Bài 30 LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Xác suất của biến cố • Đồng khả năng	Làm quen với xác suất của biến cố ngẫu nhiên trong một số ví dụ đơn giản.



Trong cuộc sống ta thường gặp những câu mô tả khả năng xảy ra của biến cố ngẫu nhiên, chẳng hạn:

- Nhiều khả năng ngày mai trời sẽ có mưa.
- Ít khả năng xảy ra động đất ở Hà Nội.
- Nếu gieo hai con xúc xắc thì ít khả năng số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc đều là 6.

Trong bài này, chúng ta sẽ làm quen với việc đo lường khả năng xảy ra của một biến cố bằng con số.

1 XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Xác suất là gì?

HĐ1 Chọn cụm từ thích hợp (không thể, ít khả năng, nhiều khả năng, chắc chắn) thay vào dấu "?" trong các câu sau:

a) Tôi ..?.. đi bộ 20 km mà không nghỉ.

b) ..?.. có tuyết rơi ở Hà Nội vào mùa đông.

c) Anh An là một học sinh giỏi. Anh An ..?.. sẽ đỗ thủ khoa trong kì thi Trung học phổ thông quốc gia sắp tới.

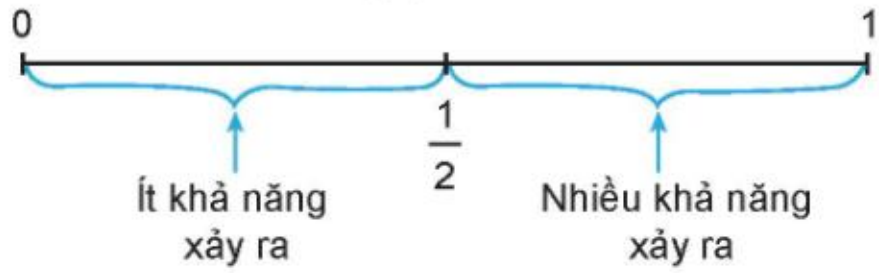
HĐ2 Một hộp đựng 20 viên bi, trong đó 13 viên màu đỏ và 7 viên màu đen có cùng kích thước. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp. Hỏi khả năng Nam lấy được viên bi màu nào lớn hơn?

Nếu có thể đo lường được khả năng xảy ra của biến cố "Lấy được viên bi đỏ" và biến cố "Lấy được viên bi đen" bằng một con số rồi so sánh hai số đó với nhau thì ta sẽ có câu trả lời rõ ràng cho câu hỏi trong HĐ2.

> Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1, gọi là xác suất của biến cố đó.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Nhận xét. Xác suất của một biến cố càng gần 1 thì biến cố đó càng có nhiều khả năng xảy ra. Xác suất của một biến cố càng gần 0 thì biến cố đó càng ít khả năng xảy ra.



Ví dụ 1



- Người ta tính được xác suất để trúng giải độc đắc xổ số Vietlott 6/45 (một loại xổ số đang được lưu hành ở Việt Nam) là 0,0000001228 hay 0,00001228%.
- Bản tin dự báo thời tiết ghi: Khả năng (hay xác suất) có mưa là 43%.
- Xác suất để xuất hiện mặt sấp khi gieo một đồng xu cân đối là $\frac{1}{2}$ hay 50%.



Xác suất của một biến cố được viết dưới dạng phân số, số thập phân hoặc phần trăm.

Ví dụ 2

Các chuyên gia bóng đá nhận định trong trận bóng đá ngày mai giữa đội *A* và đội *B*, xác suất thắng của đội *A* là 60%, xác suất thua là 35% và xác suất hoà là 5%. Theo nhận định trên, đội nào có khả năng thắng cao hơn?

Giải

Xác suất thua của đội *A* là 35%, tức là xác suất thắng của đội *B* là 35%. Xác suất thắng của đội *A* lớn hơn xác suất thắng của đội *B*. Vậy đội *A* có khả năng thắng cao hơn.

Luyện tập 1

Hình 8.2 cho biết thông tin dự báo thời tiết tại thành phố Hà Nội trong 5 ngày (từ 8-5-2021 đến 12-5-2021).





Hình 8.2 (Theo *weather.com*)

Quan sát hình trên, em hãy cho biết ngày nào có khả năng (hay xác suất) mưa nhiều nhất, ít nhất.

2 XÁC SUẤT CỦA MỘT SỐ BIẾN CỐ ĐƠN GIẢN

Xác suất của biến cố chắc chắn, biến cố không thể

Khả năng xảy ra của biến cố chắc chắn là 100%. Vậy biến cố chắc chắn có xác suất bằng 1.

Khả năng xảy ra của biến cố không thể là 0%. Vậy biến cố không thể có xác suất bằng 0.

Ví dụ 3

- Xác suất của biến cố *A*: "Ngày mai, Mặt Trời mọc ở phía tây" bằng 0 vì *A* là biến cố không thể.
- Xác suất của biến cố *B*: "Tháng Ba có ít hơn 32 ngày" bằng 1 vì *B* là biến cố chắc chắn.

Luyện tập 2

Gieo đồng thời hai con xúc xắc. Tìm xác suất của các biến cố sau:

- Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13.
- Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 1.

Xác suất của các biến cố đồng khả năng

Gieo một đồng xu cân đối. Xét hai biến cố sau:

A: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa".

B: "Đồng xu xuất hiện mặt sấp".



Mặt sấp *Mặt ngửa*

Do đồng xu cân đối nên biến cố *A* và biến cố *B* có khả năng xảy ra như nhau. Ta nói hai biến cố *A* và *B* là đồng khả năng.

Vì chỉ xảy ra hoặc biến cố *A* hoặc biến cố *B* nên xác suất của biến cố *A* và xác suất của biến cố *B* bằng nhau và bằng $\frac{1}{2}$ (hay 50%).

Nếu chỉ xảy ra hoặc *A* hoặc *B* và hai biến cố *A*, *B* là đồng khả năng thì xác suất của chúng bằng nhau và bằng $\frac{1}{2}$.



Trong một trò chơi hay thí nghiệm, nếu có *k* biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong *k* biến cố này thì xác suất của mỗi biến cố đó đều bằng $\frac{1}{k}$.

Ví dụ 4

Trong buổi liên hoan, lớp 7A tổ chức trò chơi *Rút phiếu trúng thưởng*. Cô giáo đã chuẩn bị 10 lá phiếu giống nhau ghi các số từ 1 đến 10, được gấp lại và đặt trong hộp. Mỗi bạn lần lượt rút ngẫu nhiên một lá phiếu và sẽ trúng thưởng nếu rút được phiếu ghi số 5. Bạn Mai rút phiếu đầu tiên. Tìm xác suất để Mai rút được lá phiếu trúng thưởng.



Giải

Xét 10 biến cố sau:

E_1: "Rút được lá phiếu ghi số 1";

E_2: "Rút được lá phiếu ghi số 2";

E_3: "Rút được lá phiếu ghi số 3";

E_4: "Rút được lá phiếu ghi số 4";

E_5: "Rút được lá phiếu ghi số 5";

E_6: "Rút được lá phiếu ghi số 6";

E_7: "Rút được lá phiếu ghi số 7";

E_8: "Rút được lá phiếu ghi số 8";

E_9: "Rút được lá phiếu ghi số 9";

E_{10}: "Rút được lá phiếu ghi số 10".

Vì Mai rút phiếu ngẫu nhiên nên khả năng xảy ra của mỗi biến cố E_1, E_2, ..., E_{10} là như nhau. Ta nói 10 biến cố này đồng khả năng. Mặt khác, trong mỗi lượt rút phiếu luôn xảy ra duy nhất một trong các biến cố này nên xác suất của chúng bằng nhau và bằng $\frac{1}{10}$. Vậy xác suất để Mai rút được lá phiếu trúng thưởng là $\frac{1}{10}$.

Luyện tập 3

Trong trò chơi *Ô cửa bí mật*, có ba ô cửa 1, 2, 3 và người ta đặt phần thưởng sau một ô cửa. Người chơi sẽ chọn ngẫu nhiên một ô cửa trong ba ô cửa và nhận phần thưởng sau ô cửa đó. Tìm xác suất để người chơi chọn được ô cửa có phần thưởng.



Luyện tập 4

Gieo một con xúc xắc được chế tạo cân đối.

Tìm xác suất để số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP

8.4. Mai và Việt mỗi người gieo một con xúc xắc. Tìm xác suất của các biến cố sau:

a) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 1;

b) Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 36.

8.5. Trước trận chung kết bóng đá World Cup năm 2010 giữa hai đội Hà Lan và Tây Ban Nha, để dự đoán kết quả người ta bỏ cùng loại thức ăn vào hai hộp giống nhau, một hộp có gắn cờ Hà Lan, một hộp gắn cờ Tây Ban Nha và cho Paul chọn hộp thức ăn. Người ta cho rằng nếu Paul chọn hộp gắn cờ nước nào thì đội bóng của nước đó thắng. Paul chọn ngẫu nhiên một hộp. Tính xác suất để Paul dự đoán đội Tây Ban Nha thắng.



8.6. Một tổ học sinh của lớp 7B có 5 bạn nam và 5 bạn nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng để kiểm tra bài tập. Xét hai biến cố sau:

A: "Bạn được gọi là bạn nam" và *B*: "Bạn được gọi là bạn nữ".

a) Hai biến cố *A* và *B* có đồng khả năng không? Vì sao?

b) Tìm xác suất của biến cố *A* và biến cố *B*.

8.7. Gieo một con xúc xắc được chế tạo cân đối. Tìm xác suất của các biến cố sau:

A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 7";

B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 0";

C: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6".

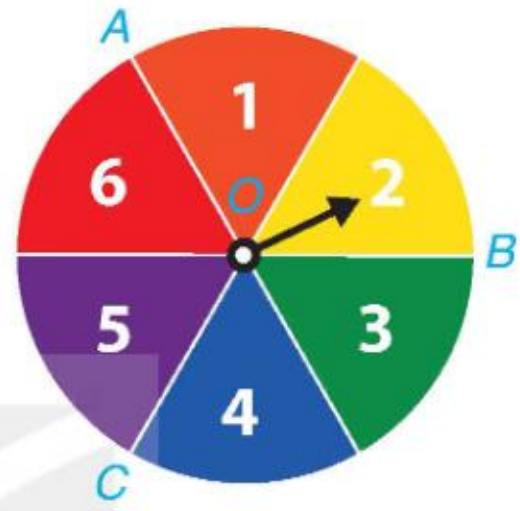
KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ

Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm 6 phần bằng nhau, mỗi phần là một hình quạt tròn có ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; 6 như Hình 8.3, được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm.

Bạn Nam quay tấm bìa.



Hình 8.3

a) Tìm xác suất của các biến cố sau:

- *A*: "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số bé hơn 7";
- *B*: "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 0";
- *C*: "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 2".

b) Biết rằng nếu mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 1 hoặc 2 thì Nam nhận được 100 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 3 hoặc 4 thì Nam nhận được 200 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 5 hoặc 6 thì Nam nhận được 300 điểm. Xét các biến cố sau:

E: "Nam nhận được 100 điểm";

F: "Nam nhận được 200 điểm";

G: "Nam nhận được 300 điểm".

- Các biến cố *E*, *F*, *G* có đồng khả năng không? Vì sao?
- Tìm xác suất của các biến cố *E*, *F*, *G*.

Giải

a)

- Biến cố *A* là biến cố chắc chắn, do đó có xác suất bằng 1.
- Biến cố *B* là biến cố không thể, do đó có xác suất bằng 0.
- Vì 6 hình quạt có diện tích bằng nhau nên 6 biến cố sau đồng khả năng:

"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 1"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 2";

"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 3"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 4";

"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 5"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 6".

Mặt khác, luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong sáu biến cố này.

Vậy xác suất của biến cố *C* là $\frac{1}{6}$.

b)

- Biến cố *E* xảy ra khi mũi tên dừng ở hình quạt *OAB*.

  Biến cố *F* xảy ra khi mũi tên dừng ở hình quạt *OBC*.

  Biến cố *G* xảy ra khi mũi tên dừng ở hình quạt *OCA*.

  Vì ba hình quạt này có diện tích bằng nhau nên ba biến cố *E*, *F*, *G* là đồng khả năng.
- Vì luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong ba biến cố này nên xác suất của biến cố *E*, *F*, *G* bằng nhau và bằng $\frac{1}{3}$.

BÀI TẬP

8.8. Một túi đựng các tấm thẻ được ghi số 9; 12; 15; 18; 21; 24. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong túi. Chọn từ thích hợp (chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên) thay vào dấu "?" trong các câu sau:

- Biến cố *A*: "Rút được thẻ ghi số là số chẵn" là biến cố ...?...
- Biến cố *B*: "Rút được thẻ ghi số chia hết cho 3" là biến cố ...?...
- Biến cố *C*: "Rút được thẻ ghi số chia hết cho 10" là biến cố ...?...

8.9. Vuông và Tròn mỗi người gieo một con xúc xắc.
Tìm xác suất để

a) Hiệu giữa số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6.

b) Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều bé hơn 7.



8.10. Trong một chiếc hộp có 15 quả cầu màu xanh, 15 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ trong hộp. Xét hai biến cố sau:

A: "Lấy được quả cầu màu đỏ" và *B*: "Lấy được quả cầu màu xanh".

a) Hai biến cố *A* và *B* có đồng khả năng không? Vì sao?

b) Tìm xác suất của biến cố *A* và biến cố *B*.

8.11. Chọn ngẫu nhiên một số trong bốn số 11; 12; 13 và 14. Tìm xác suất để

a) Chọn được số chia hết cho 5.

b) Chọn được số có hai chữ số.

c) Chọn được số nguyên tố.

d) Chọn được số chia hết cho 6.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

8.12. Một túi đựng các quả cầu có cùng kích thước, được ghi số 5; 10; 15; 20; 30; 35; 40. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong túi. Chọn từ thích hợp (chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên) thay vào dấu "?" trong các câu sau:

- Biến cố *A*: "Lấy được quả cầu ghi số là số chính phương" là biến cố ...?...
- Biến cố *B*: "Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 3" là biến cố ...?...
- Biến cố *C*: "Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 5" là biến cố ...?...

8.13. Một thùng kín đựng 5 quả bóng màu đỏ, 10 quả bóng màu xanh, 20 quả bóng màu vàng, có cùng kích thước. Ngọc lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong thùng. Hỏi khả năng Ngọc lấy được quả bóng màu gì lớn nhất?

8.14. Một chiếc hộp đựng 7 tấm thẻ như nhau được ghi số 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tìm xác suất để rút được tấm thẻ:

a) Ghi số nhỏ hơn 10.

b) Ghi số 1.

c) Ghi số 8.

8.15. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm 8 phần bằng nhau, mỗi phần là một hình quạt tròn có ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 như Hình 8.4, được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm.



Hình 8.4

Bạn Việt quay tấm bìa.

a) Tìm xác suất để mũi tên chỉ vào hình quạt:

- Ghi số lẻ.
- Ghi số 6.

b) Biết rằng nếu mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 1 hoặc 2 thì Việt nhận được 100 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 3 hoặc 4 thì Việt nhận được 200 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 5 hoặc 6 thì Việt nhận được 300 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 7 hoặc 8 thì Việt nhận được 400 điểm.

Xét các biến cố sau:

A: "Việt nhận được 100 điểm";

B: "Việt nhận được 200 điểm";

C: "Việt nhận được 300 điểm";

D: "Việt nhận được 400 điểm".

- Các biến cố *A*, *B*, *C*, *D* có đồng khả năng không? Vì sao?
- Tìm xác suất của các biến cố *A*, *B*, *C* và *D*.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Chương IX

QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC

HÌNH HỌC PHẲNG



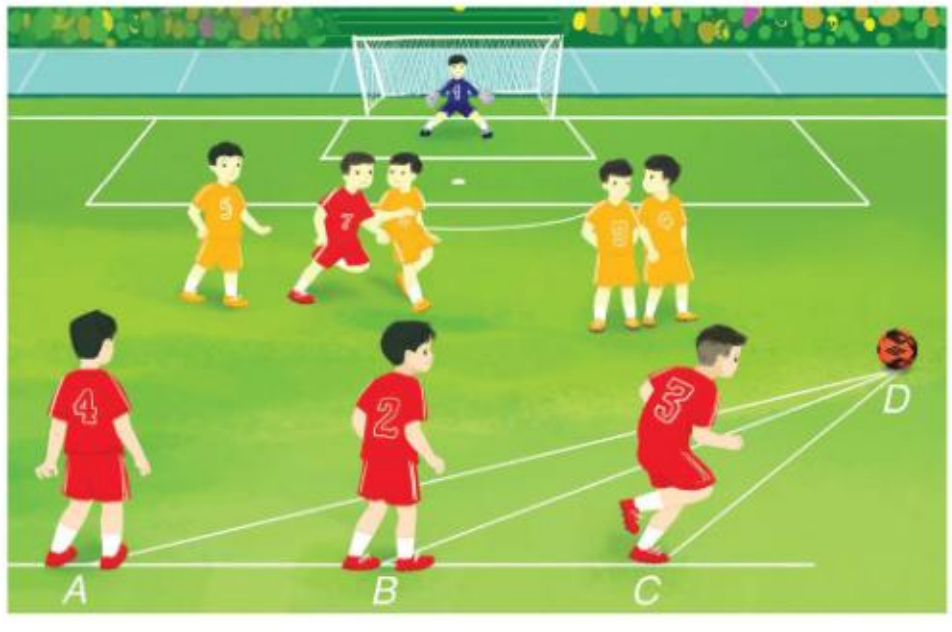
Qua chương IV, các em đã biết được thế nào là hai tam giác bằng nhau, các trường hợp bằng nhau của tam giác và sự đặc biệt của chúng trong tam giác vuông.

Trên cơ sở đó, trong chương IX các em sẽ tìm hiểu về quan hệ giữa các yếu tố trong một tam giác. Đó là quan hệ giữa góc, cạnh; quan hệ giữa các cạnh trong một tam giác. Ngoài các yếu tố về góc, cạnh, các em còn được tìm hiểu về sự đồng quy của các đường đặc biệt trong một tam giác.

Bài 31 QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Góc đối diện cạnh, cạnh đối diện góc trong tam giác • Cạnh huyền	• Nhận biết hai định lí về cạnh và góc đối diện trong tam giác. • Vận dụng vào tam giác vuông để nhận biết được cạnh lớn nhất trong tam giác vuông.

Trong trận bóng đá, trái bóng đang ở vị trí *D*, ba cầu thủ đứng thẳng hàng tại vị trí *A*, *B*, *C* trên sân với số áo lần lượt là 4, 2, 3 như Hình 9.1. Theo em, cầu thủ nào gần trái bóng nhất, cầu thủ nào xa trái bóng nhất? Tại sao? (Biết rằng góc *ACD* là góc tù).



Hình 9.1

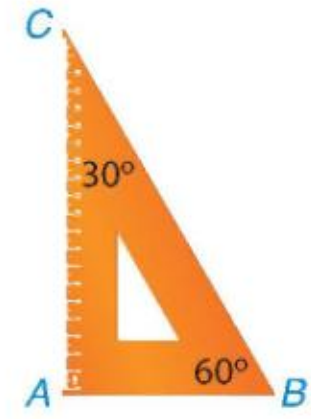
1 GÓC ĐỐI DIỆN VỚI CẠNH LỚN HƠN TRONG MỘT TAM GIÁC

Ta đã biết trong tam giác cân ABC, $AB = AC$, góc đối diện với cạnh AB (góc C), bằng góc đối diện với cạnh AC (góc B). Hỏi trong một tam giác, nếu biết hai cạnh không bằng nhau thì có thể so sánh được hai góc đối diện với hai cạnh đó không?

So sánh hai góc theo cạnh đối diện

HĐ1 Quan sát ê ke có góc 60°. Kí hiệu đỉnh góc vuông là A, đỉnh góc 60° là B và đỉnh góc 30° là C.
Xét tam giác ABC (H.9.2*a*).

- Sắp xếp độ dài các cạnh theo thứ tự từ bé đến lớn. Sắp xếp độ lớn các góc theo thứ tự từ bé đến lớn.
- Góc lớn nhất đối diện với cạnh nào? Góc bé nhất đối diện với cạnh nào?



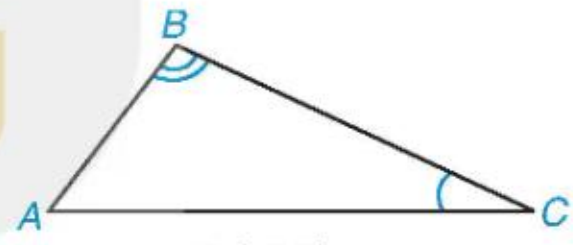
Hình 9.2a

HĐ2 Em hãy vẽ một tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm. Quan sát hình vừa vẽ và dự đoán xem trong hai góc B và C, góc nào lớn hơn.

Ta có thể chứng minh được định lí sau:

Định lí 1

Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.



Hình 9.2b

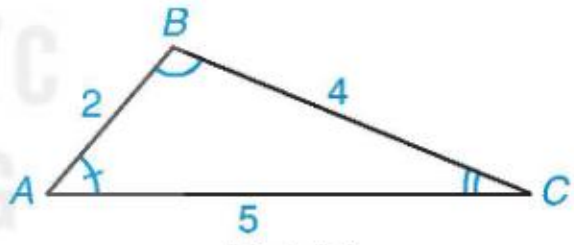
GT | ΔABC, $AC > AB$.
KL | $\hat{B} > \hat{C}$.

Ví dụ 1

Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm, $AC = 5$ cm (H.9.3).

a) Hãy so sánh góc A và góc C của tam giác ABC.

b) Trong tam giác ABC, góc nào lớn nhất, góc nào nhỏ nhất?



Hình 9.3

Giải

a) Trong tam giác ABC, vì $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm nên $BC > AB$. Do đó, theo định lí 1 ta có: $\hat{A} > \hat{C}$.

b) Sắp xếp độ dài các cạnh từ lớn đến bé ta có: $AC > BC > AB$.

Từ đó, theo định lí 1 ta được: $\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$.

Vậy trong tam giác ABC, góc B lớn nhất, góc C nhỏ nhất.



Luyện tập 1

Cho tam giác MNP có độ dài các cạnh: $MN = 3$ cm, $NP = 5$ cm, $MP = 7$ cm. Hãy xác định góc đối diện với từng cạnh rồi sắp xếp các góc của tam giác MNP theo thứ tự từ bé đến lớn.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

2 CẠNH ĐỐI DIỆN VỚI GÓC LỚN HƠN TRONG MỘT TAM GIÁC

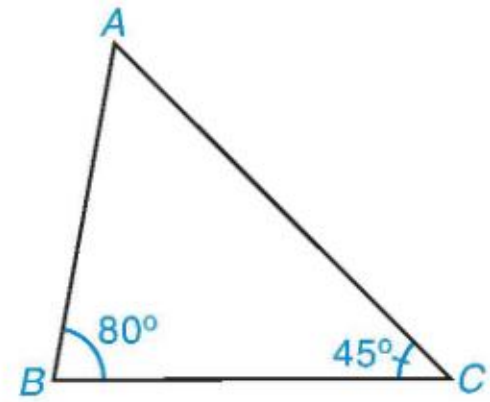
Cho tam giác ABC có $\hat{B} > \hat{C}$. Liệu có thể so sánh được các cạnh đối diện tương ứng là AC và AB mà không cần đo độ dài các cạnh đó không?

So sánh hai cạnh theo góc đối diện

Quan sát tam giác ABC trong Hình 9.4a.

HĐ3 Em hãy dự đoán xem giữa hai cạnh đối diện với hai góc B và C (tức là cạnh AC và AB) thì cạnh nào lớn hơn.

HĐ4 Em hãy đo độ dài hai cạnh AC và AB để kiểm tra lại dự đoán của mình trong HĐ3.



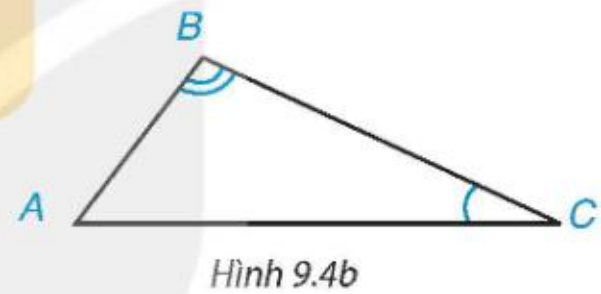
Hình 9.4a

Người ta chứng minh được định lí sau:

Định lí 2

Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

GT	$\Delta ABC, \hat{B} > \hat{C}$.
KL	$AC > AB$.



Hình 9.4b

Ví dụ 2

Trong tam giác ABC trên Hình 9.4a, em hãy sắp xếp ba cạnh AB, BC và CA theo thứ tự độ dài từ lớn đến bé.

Giải

Trong tam giác ABC (H.9.4a) có $\hat{B} = 80^\circ$, $\hat{C} = 45^\circ$.

Vì tổng số đo các góc trong một tam giác bằng 180° nên

$$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (80^\circ + 45^\circ) = 55^\circ.$$

Từ đó trong tam giác ABC, ta có $\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$. Theo định lí 2, ta được $AC > BC > AB$.

Luyện tập 2

Cho tam giác MNP có $\widehat{M} = 47^\circ$, $\widehat{N} = 53^\circ$. Hãy viết các cạnh của tam giác đó theo thứ tự độ dài từ bé đến lớn.

Tranh luận

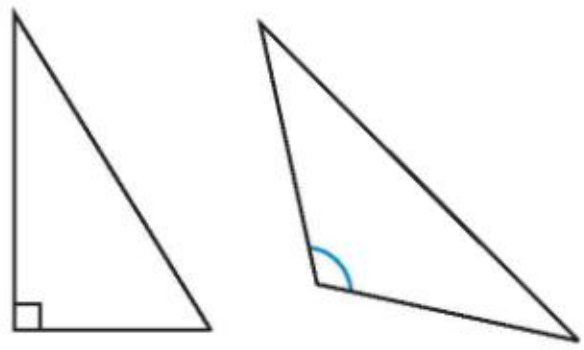
Cho tam giác ABC có góc A là góc tù.



Theo em, bạn nào nói đúng? Vì sao?

Nhận xét (H.9.5).

- Trong tam giác vuông, góc vuông là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với góc vuông (tức là cạnh huyền) là cạnh lớn nhất.
- Tương tự trong tam giác tù, cạnh đối diện với góc tù là cạnh lớn nhất.



Hình 9.5

Vận dụng

Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

BÀI TẬP

9.1. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 105^\circ$, $\hat{B} = 35^\circ$.

a) Tam giác ABC là tam giác gì?

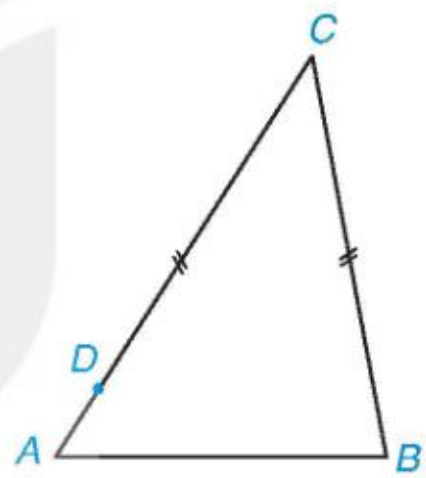
b) Tìm cạnh lớn nhất của tam giác ABC.

9.2. Trong Hình 9.6 có hai đoạn thẳng BC và DC bằng nhau, D nằm giữa A và C. Hỏi kết luận nào trong các kết luận sau là đúng? Tại sao?

a) $\hat{A} = \hat{B}$.

b) $\hat{A} > \hat{B}$.

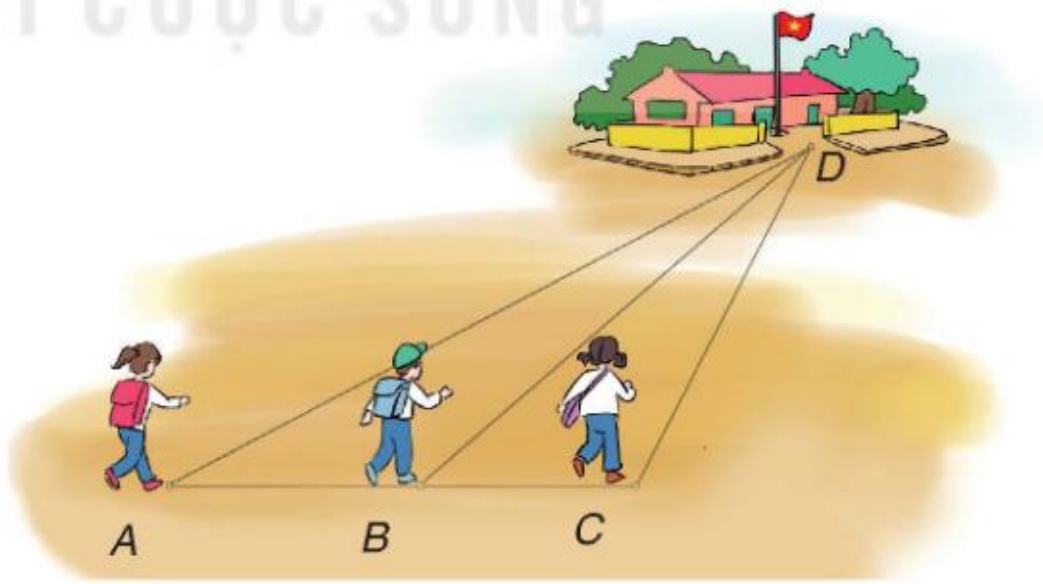
c) $\hat{A} < \hat{B}$.



Hình 9.6

9.3. Trong tam giác cân có một góc bằng 96°, hỏi cạnh lớn nhất của tam giác cân đó là cạnh bên hay cạnh đáy? Vì sao?

9.4. Ba bạn Mai, Việt và Hà đi đến trường tại địa điểm D lần lượt theo ba con đường AD, BD và CD (H.9.7). Biết rằng ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng, B nằm giữa A và C, $\widehat{ACD}$ là góc tù. Hỏi bạn nào đi xa nhất, bạn nào đi gần nhất? Vì sao?

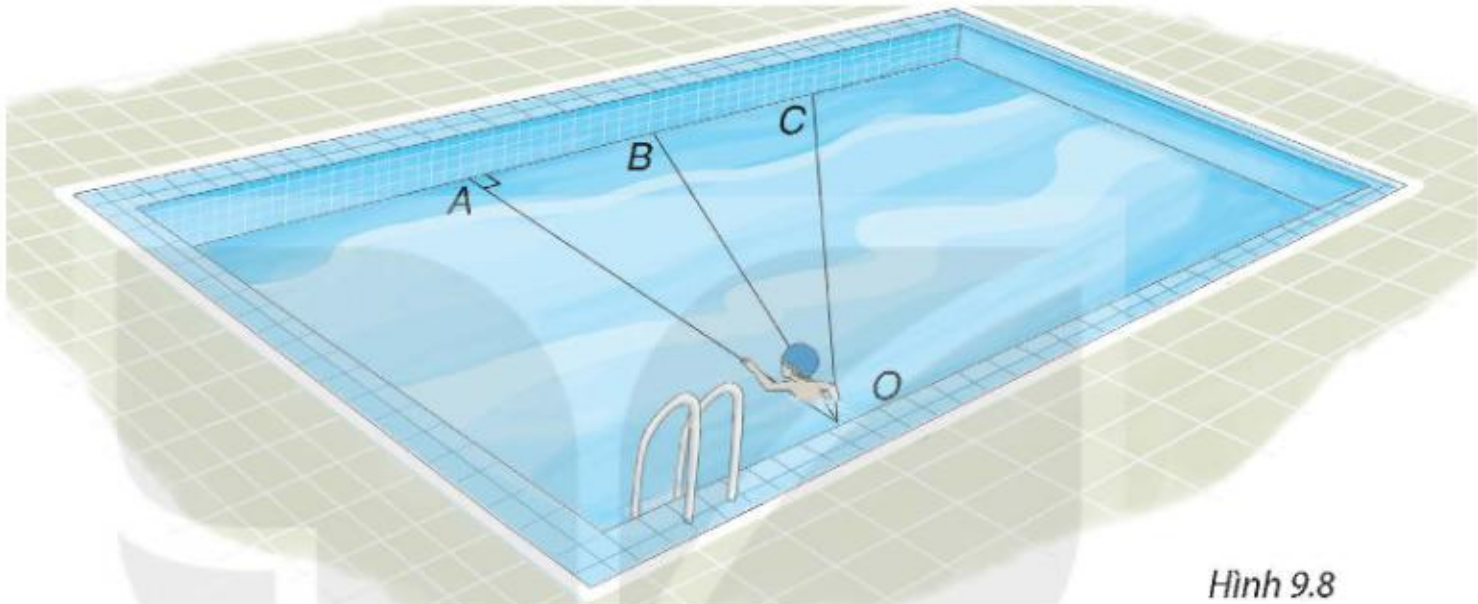


Hình 9.7

9.5. Ba địa điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác ABC với $\hat{A}$ tù, $AC = 500$ m. Đặt một loa truyền thanh tại một điểm nằm giữa A và B thì tại C có thể nghe tiếng loa không nếu bán kính để nghe rõ tiếng của loa là 500 m?

Bài 32 QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đường vuông góc • Đường xiên • Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	• Nhận biết khái niệm đường vuông góc và đường xiên; khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng. • Biết quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên.



Hình 9.8

Bạn Nam tập bơi ở một bể bơi hình chữ nhật, trong đó có ba đường bơi *OA*, *OB* và *OC*. Biết rằng *OA* vuông góc với cạnh của bể bơi (H.9.8).

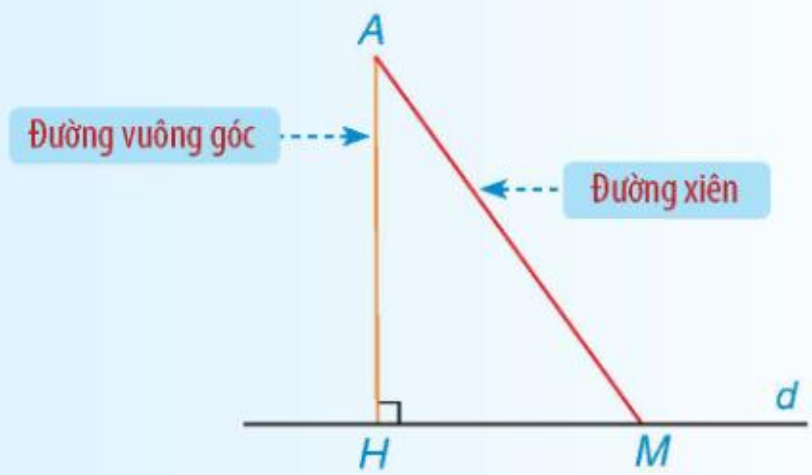
Nếu xuất phát từ điểm *O* và bơi cùng tốc độ, để bơi sang bờ bên kia nhanh nhất thì bạn Nam nên chọn đường bơi nào?

Khái niệm đường vuông góc và đường xiên

Từ một điểm *A* không nằm trên đường thẳng *d*, kẻ đường thẳng vuông góc với *d* tại *H* (H.9.9).

Đoạn thẳng *AH* gọi là *đoạn vuông góc* hay *đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d*. Ta gọi *H* là *chân đường vuông góc* hạ từ *A* xuống *d*.

Lấy một điểm *M* trên *d* (*M* khác *H*), kẻ đoạn thẳng *AM*. Đoạn thẳng *AM* gọi là một *đường xiên kẻ từ A đến đường thẳng d*.



Hình 9.9

So sánh đường vuông góc và đường xiên

HĐ Cho điểm A không nằm trên đường thẳng d.

a) Hãy vẽ đường vuông góc AH và một đường xiên AM từ A đến d.

b) Em hãy giải thích vì sao $AH < AM$.

Dùng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác AHM để giải thích nhé!



Từ HĐ trên, ta suy ra định lí sau:

Định lí

> Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất.

Chú ý. Vì độ dài đoạn thẳng AH là ngắn nhất trong các đoạn thẳng kẻ từ A đến d nên độ dài đoạn thẳng AH được gọi là khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d (H.9.9).

Khi điểm A nằm trên đường thẳng d, người ta coi khoảng cách từ A đến d bằng 0.



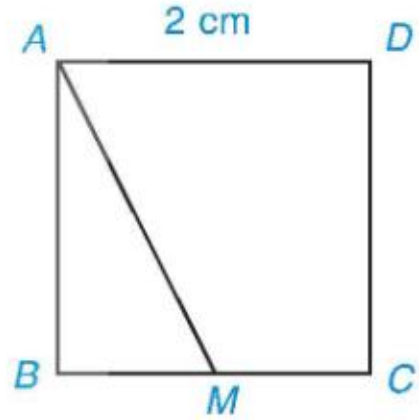
Luyện tập

Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 2 cm, M là một điểm trên cạnh BC như Hình 9.10.

a) Hãy chỉ ra các đường vuông góc và đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng BC.

b) So sánh hai đoạn thẳng AB và AM.

c) Tìm khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB.



Hình 9.10

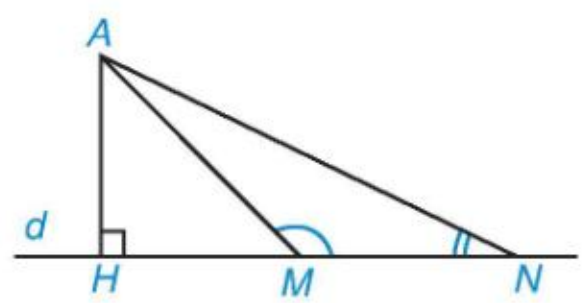
Vận dụng

Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

Thử thách nhỏ

a) Quan sát Hình 9.11, ta thấy khi M thay đổi trên d, M càng xa H thì độ dài AM càng lớn, tức là nếu $HM < HN$ thì $AM < AN$. Hãy chứng minh khẳng định này nhờ quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác AMN.

b) Xét hình vuông $ABCD$ và một điểm M tuỳ ý nằm trên các cạnh của hình vuông. Hỏi với vị trí nào của M thì AM lớn nhất? Vì sao?



Hình 9.11

BÀI TẬP

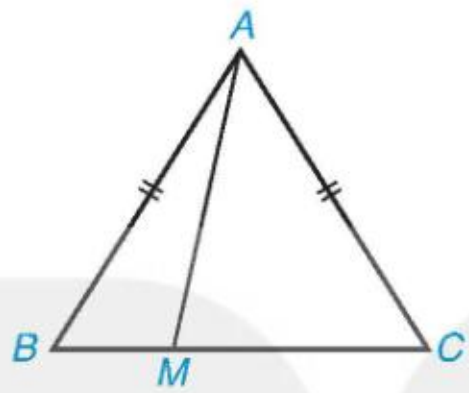
9.6. Chiều cao của tam giác ứng với một cạnh của nó có phải là khoảng cách từ đỉnh đối diện đến đường thẳng chứa cạnh đó không?

9.7. Cho hình vuông *ABCD*. Hỏi trong bốn đỉnh của hình vuông

a) Đỉnh nào cách đều hai điểm *A* và *C*?

b) Đỉnh nào cách đều hai đường thẳng *AB* và *AD*?

9.8. Cho tam giác cân *ABC*, *AB* = *AC*. Lấy điểm *M* tuỳ ý nằm giữa *B* và C (H.9.12).

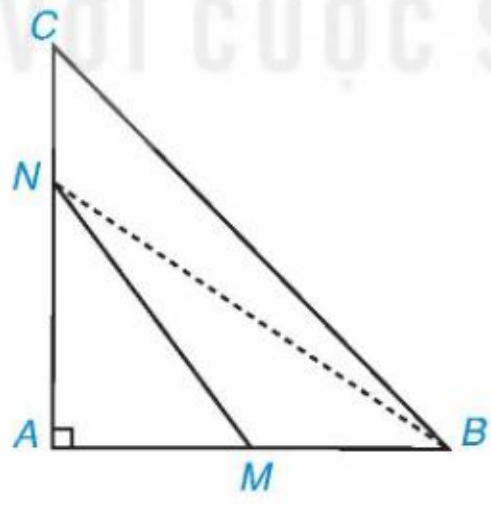


Hình 9.12

a) Khi *M* thay đổi thì độ dài *AM* thay đổi. Xác định vị trí của điểm *M* để độ dài *AM* nhỏ nhất.

b) Chứng minh rằng với mọi điểm *M* thì *AM* < *AB*.

9.9. Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Hai điểm *M*, *N* theo thứ tự nằm trên các cạnh *AB*, *AC* (*M*, *N* không phải là đỉnh của tam giác) (H.9.13). Chứng minh rằng *MN* < *BC*. (*Gợi ý*. So sánh *MN* với *NB*, *NB* với *BC*).

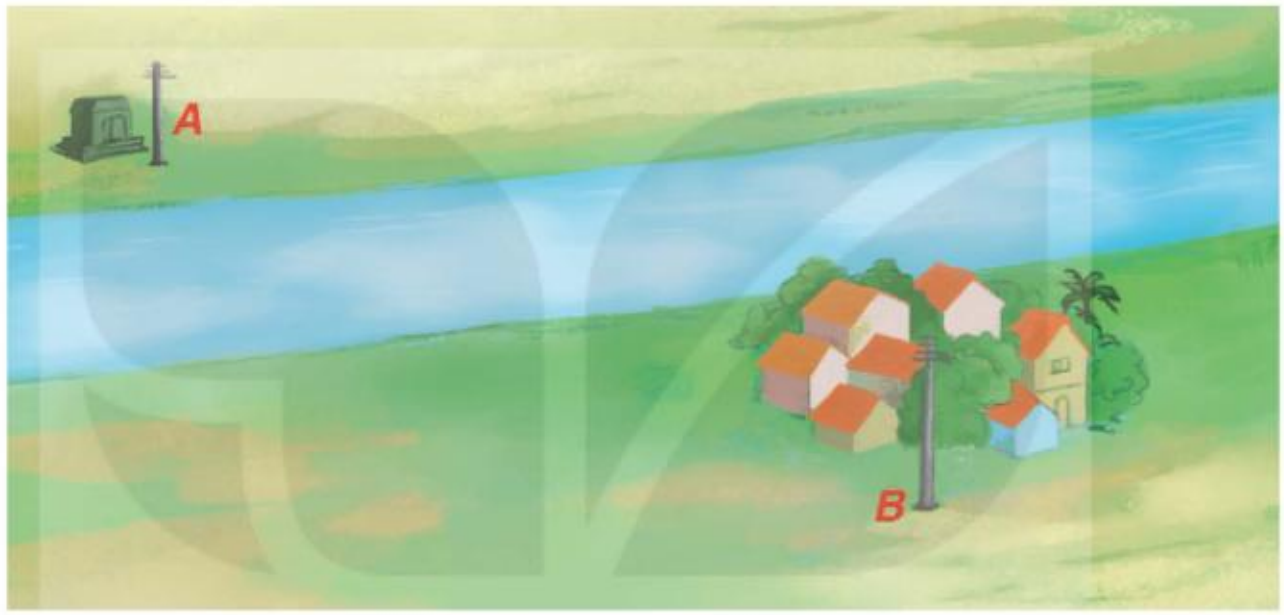


Hình 9.13

Bài 33 QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Bất đẳng thức tam giác	Nhận biết liên hệ về độ dài của ba cạnh trong một tam giác.

Một trạm biến áp và một khu dân cư ở hai bên bờ sông (H.9.14). Trên bờ sông phía khu dân cư, hãy tìm một địa điểm C để dựng một cột điện kéo điện từ cột điện A của trạm biến áp đến cột điện B của khu dân cư sao cho tổng độ dài dây dẫn điện cần sử dụng là ngắn nhất.



Hình 9.14

Bất đẳng thức tam giác

HĐ1 Cho hai bộ ba thanh tre nhỏ có độ dài như sau:

Bộ thứ nhất: 10 cm, 20 cm, 25 cm;

Bộ thứ hai: 5 cm, 15 cm, 25 cm.

Em hãy ghép và cho biết bộ nào ghép được thành một tam giác.

HĐ2 Với bộ ba thanh tre ghép lại được thành một tam giác trong HĐ1, em hãy so sánh độ dài của thanh bất kì với tổng độ dài của hai thanh còn lại.



Ta có thể chứng minh được định lí sau:

Định lí

Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

GT	ΔABC
KL	$AB < AC + BC$, $AC < AB + BC$, $BC < AB + AC$.



Hình 9.15

Ba hệ thức $AB < AC + BC$,
$AC < AB + BC$,
$BC < AB + AC$,
gọi là các *bất đẳng thức tam giác*.

Nếu ba độ dài a, b, c không thoả mãn một bất đẳng thức tam giác thì chúng không phải là độ dài ba cạnh của một tam giác.



Từ định lí trên, người ta suy ra được tính chất sau:

Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại.

Nhận xét. Nếu kí hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh tuỳ ý của một tam giác thì từ định lí và tính chất vừa nêu ta có:

$$b - c < a < b + c.$$

Tranh luận

Ba đoạn thẳng có độ dài 1 cm, 2 cm, 4 cm ghép được thành một tam giác vì $2 < 4 + 1$.



Vuông sai rồi.



Ý kiến của em thì sao?

Chú ý

Để kiểm tra ba độ dài có là độ dài ba cạnh của một tam giác hay không, ta chỉ cần so sánh độ dài lớn nhất có nhỏ hơn tổng hai độ dài còn lại hoặc độ dài nhỏ nhất có lớn hơn hiệu hai độ dài còn lại hay không.

Ví dụ

Hãy kiểm tra ba độ dài nào sau đây không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác. Với bộ ba còn lại, hãy vẽ tam giác nhận ba độ dài đó làm độ dài ba cạnh.

a) 2 cm, 4 cm, 7 cm.

b) 2 cm, 3 cm, 4 cm.

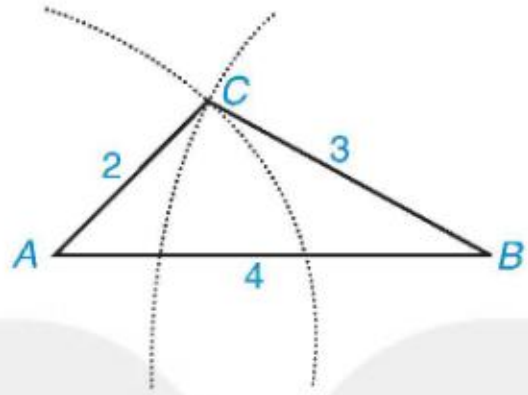
KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Giải

a) Ta có: $2 + 4 = 6 < 7$, ba độ dài 2 cm, 4 cm, 7 cm không thoả mãn một bất đẳng thức tam giác nên không là độ dài ba cạnh của một tam giác.

b) Ta có: $2 > 4 - 3 = 1$, ba độ dài 2 cm, 3 cm, 4 cm thoả mãn điều kiện trong chú ý trên nên đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Ta dùng thước và compa vẽ được tam giác ABC có độ dài ba cạnh là 2 cm, 3 cm, 4 cm như Hình 9.16 nên ba độ dài 2 cm, 3 cm, 4 cm đúng là độ dài ba cạnh của một tam giác.



Hình 9.16

Luyện tập

Hỏi ba độ dài nào sau đây không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác? Vì sao? Hãy vẽ tam giác nhận ba độ dài còn lại làm độ dài ba cạnh.

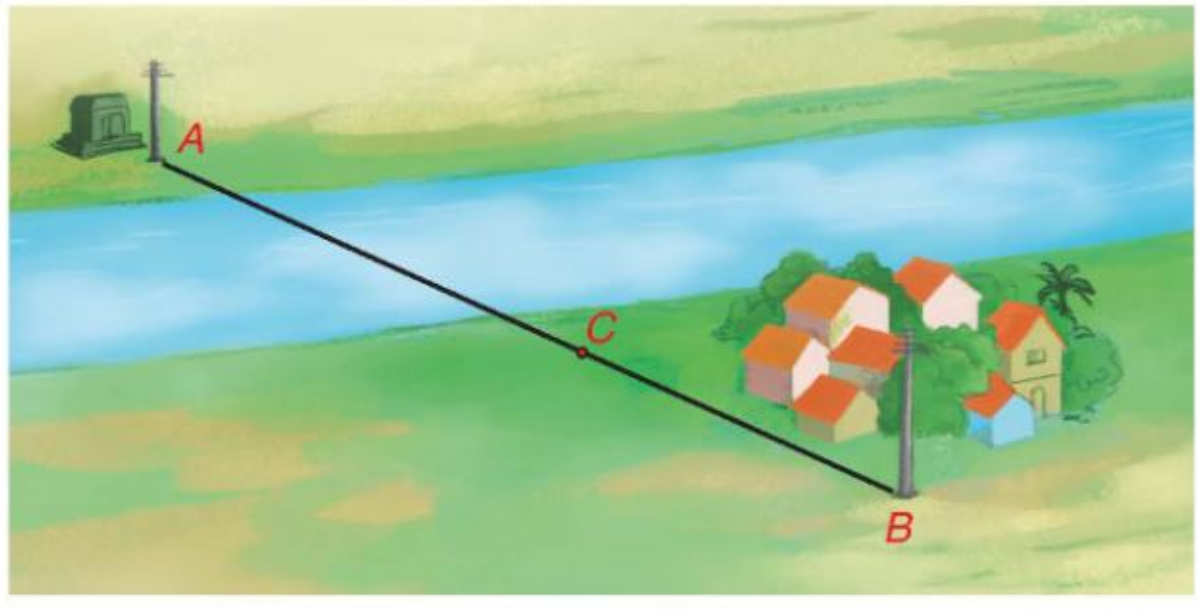
a) 5 cm, 4 cm, 6 cm.

b) 3 cm, 6 cm, 10 cm.



Vận dụng

Trở lại *tình huống mở đầu*, em hãy giải thích vì sao nếu dựng cột điện ở vị trí C trên đoạn thẳng AB thì tổng độ dài dây dẫn điện cần sử dụng là ngắn nhất (H.9.17).



Hình 9.17

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP

9.10. Cho các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) 2 cm, 3 cm, 5 cm;

b) 3 cm, 4 cm, 6 cm;

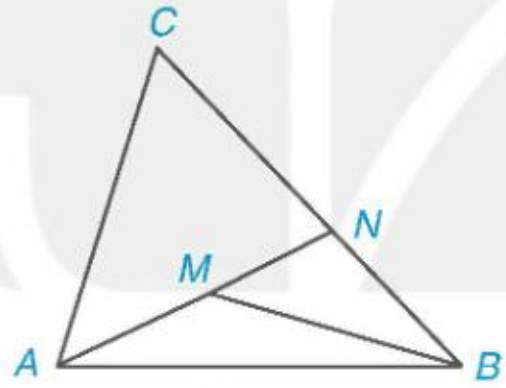
c) 2 cm, 4 cm, 5 cm.

Hỏi bộ ba nào không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác? Vì sao? Với mỗi bộ ba còn lại, hãy vẽ một tam giác có độ dài ba cạnh được cho trong bộ ba đó.

9.11. a) Cho tam giác ABC có $AB = 1$ cm và $BC = 7$ cm. Hãy tìm độ dài cạnh CA biết rằng đó là một số nguyên (cm).

b) Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 6$ cm và BC là cạnh lớn nhất. Hãy tìm độ dài cạnh CA biết rằng đó là một số nguyên (cm).

9.12. Cho điểm M nằm bên trong tam giác ABC. Gọi N là giao điểm của đường thẳng AM và cạnh BC (H.9.18).



Hình 9.18

a) So sánh MB với $MN + NB$, từ đó suy ra $MA + MB < NA + NB$.

b) So sánh NA với $CA + CN$, từ đó suy ra $NA + NB < CA + CB$.

c) Chứng minh $MA + MB < CA + CB$.

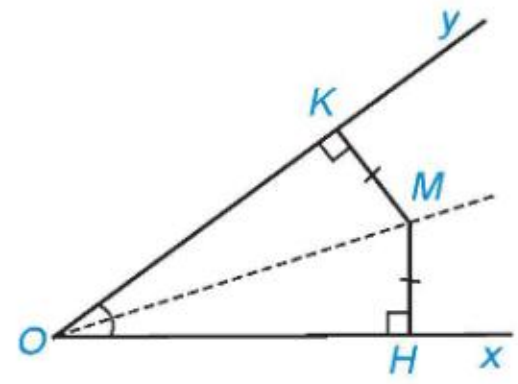
9.13. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Cho M là một điểm nằm bên trong góc xOy sao cho khoảng cách từ M đến hai cạnh Ox, Oy của góc bằng nhau. Chứng minh rằng M nằm trên tia phân giác của góc xOy.



Hình 9.19

Giải (H.9.19)

GT	M nằm trong góc xOy, $MH \perp Ox$, $MK \perp Oy$, $MH = MK$.
KL	M nằm trên tia phân giác của góc xOy.

Chứng minh. Hai tam giác vuông OHM và OKM có:

OM chung,

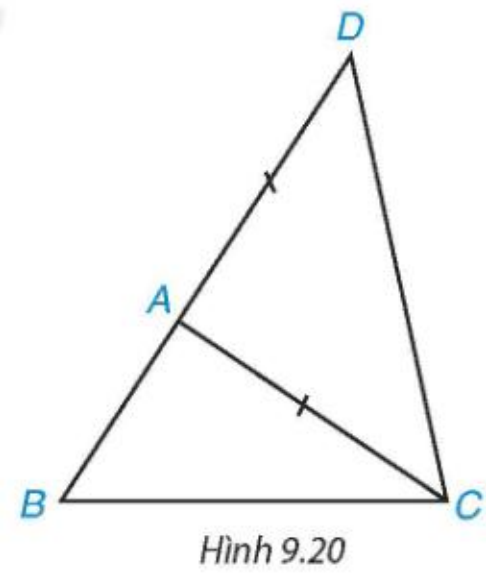
$MH = MK$ (gt).

Vậy $\Delta OHM = \Delta OKM$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

Do đó $\widehat{MOH} = \widehat{MOK}$, suy ra OM là tia phân giác của góc xOy.

Ví dụ 2

Cho tam giác ABC. Hãy chứng minh $AB + AC > BC$.



Hình 9.20

Giải (H.9.20)

Trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho $AD = AC$.
Trong tam giác BCD, ta so sánh BD và BC.

Do tia CA nằm giữa hai cạnh CB và CD của góc BCD nên

$$\widehat{BCD} > \widehat{ACD}. \quad (1)$$

Mặt khác, theo cách dựng, tam giác ACD cân tại A nên

$$\widehat{ACD} = \widehat{ADC} = \widehat{BDC}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BCD} > \widehat{BDC}$. (3)

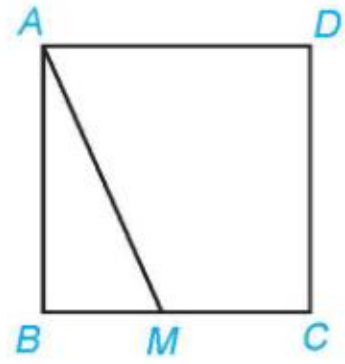
Trong tam giác BCD, từ (3) suy ra:

$$AB + AC = BD > BC$$

(theo định lí về quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác).

BÀI TẬP

9.14. Hãy giải thích: Nếu M là một điểm tuỳ ý nằm trên cạnh BC hoặc CD của hình vuông $ABCD$ thì độ dài đoạn thẳng AM luôn lớn hơn hoặc bằng độ dài cạnh của hình vuông đó (H.9.21).



Hình 9.21

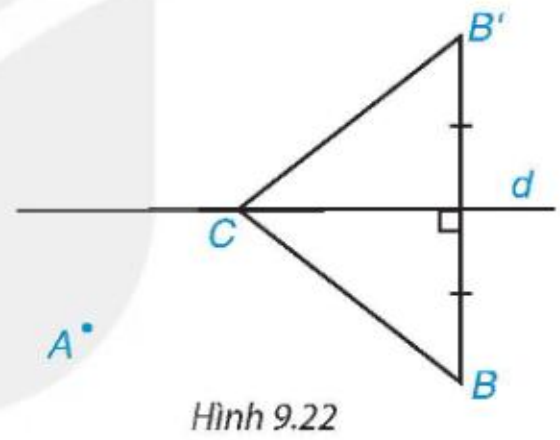
9.15. Hỏi có tam giác nào với độ dài ba cạnh là 2,5 cm; 3,4 cm và 6 cm không? Vì sao?

9.16. Tính chu vi của tam giác cân biết hai cạnh của nó có độ dài là 2 cm và 5 cm.

9.17. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 7 cm và 2 cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của nó theo xentimét là một số tự nhiên lẻ.

9.18. Biết hai cạnh của tam giác có độ dài a và b. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, hãy giải thích tại sao chu vi của tam giác đó lớn hơn $2a$ và nhỏ hơn $2(a + b)$.

9.19. Hai khu vườn A và B nằm về một phía của con kênh d. Hãy xác định bên bờ kênh cùng phía với A và B, một điểm C để đặt máy bơm nước từ kênh tưới cho hai khu vườn sao cho tổng độ dài đường ống dẫn nước từ máy bơm đến hai khu vườn là ngắn nhất (HD: Gọi B' là điểm sao cho d là đường trung trực của BB' (H.9.22). Khi đó $CB = CB'$. Xem Vận dụng, Bài 33).



Hình 9.22

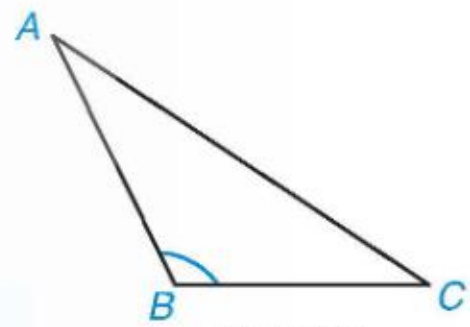
EM CÓ BIẾT ?

Cho tam giác ABC. Ta có thể chứng minh bất đẳng thức tam giác $BC < AB + AC$ như sau:

Xét ba trường hợp:

- *Trường hợp 1*: Góc B là góc tù (H.9.23) hoặc góc vuông.

Khi đó, trong tam giác ABC có $\widehat{B}$ là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với nó là AC lớn nhất, từ đó $BC < AB + AC$.

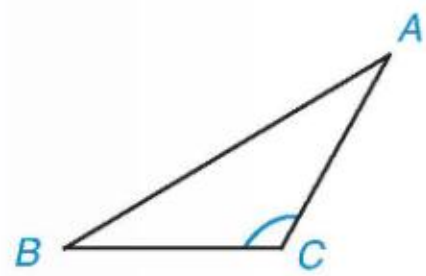


Hình 9.23

- *Trường hợp 2*: Góc C là góc tù (H.9.24) hoặc góc vuông.

Khi đó, $\widehat{C}$ là góc lớn nhất. Tương tự trên, ta có:

$$BC < AB + AC.$$



Hình 9.24

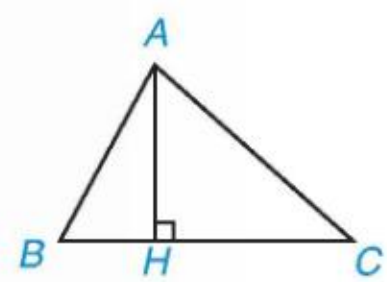
- *Trường hợp 3*: Cả hai góc B và C là góc nhọn.

Kẻ AH vuông góc với BC (H.9.25). Xét hai tam giác vuông ABH và ACH có:

$$BH < AB,\ HC < AC.$$

Suy ra $BC = BH + HC < AB + HC < AB + AC$.

Vậy trong mọi trường hợp ta có $BC < AB + AC$.



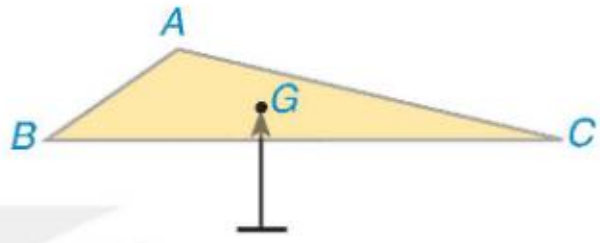
Hình 9.25

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Bài 34 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đường trung tuyến • Đường phân giác	• Nhận biết đường trung tuyến, đường phân giác của tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong một tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường phân giác trong một tam giác.

Hình 9.26 mô phỏng một miếng bìa hình tam giác ABC đặt thăng bằng trên giá nhọn tại điểm G. Điểm đó được xác định như thế nào và có gì đặc biệt?

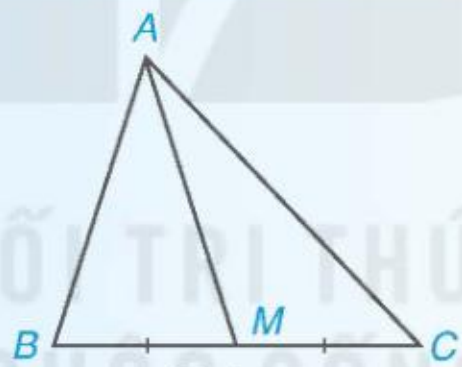


Hình 9.26

1 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG MỘT TAM GIÁC

Đường trung tuyến của tam giác

Đoạn thẳng AM nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là *đường trung tuyến* (xuất phát từ đỉnh A hoặc ứng với cạnh BC) của tam giác ABC (H.9.27).



Hình 9.27

Đôi khi, đường thẳng AM cũng được gọi là *đường trung tuyến* của tam giác ABC.



Mỗi tam giác có mấy đường trung tuyến?

Sự đồng quy của ba đường trung tuyến

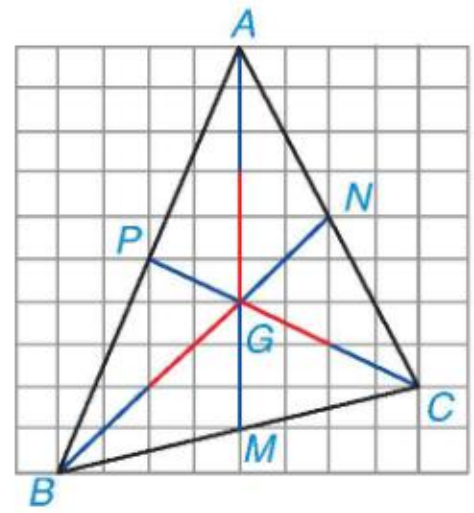
HĐ1 Hãy lấy một mảnh giấy hình tam giác, gấp giấy đánh dấu trung điểm của các cạnh. Sau đó, gấp giấy để được các nếp gấp đi qua đỉnh và trung điểm của cạnh đối diện (tức là các đường trung tuyến của tam giác). Mở tờ giấy ra, quan sát và cho biết ba nếp gấp (ba đường trung tuyến) có cùng đi qua một điểm không (H.9.28).


Hình 9.28

HĐ2 Trên mảnh giấy kẻ ô vuông, mỗi chiều 10 ô, hãy đếm dòng, đánh dấu các đỉnh A, B, C rồi vẽ tam giác ABC (H.9.29).

Vẽ hai đường trung tuyến BN, CP, chúng cắt nhau tại G; tia AG cắt cạnh BC tại M.

- AM có phải là đường trung tuyến của tam giác ABC không?
- Hãy xác định các tỉ số $\frac{GA}{MA}$, $\frac{GB}{NB}$, $\frac{GC}{PC}$.



Hình 9.29

Người ta chứng minh được định lí sau:

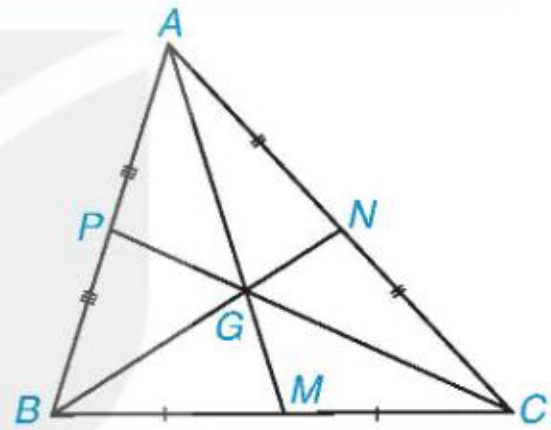
Định lí 1

Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm). Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

Chẳng hạn, trong tam giác ABC (H.9.30), các đường trung tuyến AM, BN, CP đồng quy tại điểm G và ta có

$$\frac{GA}{MA}=\frac{GB}{NB}=\frac{GC}{PC}=\frac{2}{3}.$$

Chú ý. Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm tam giác.



Hình 9.30

Ví dụ 1

Cho tam giác ABC với AM là trung tuyến và G là trọng tâm tam giác.

a) Chứng minh $GA = 2GM$.

b) Biết $GM = 2$ cm, tính GA.

Giải (H.9.31)

a)

GT	ΔABC có trung tuyến AM, trọng tâm G.
KL	$GA = 2GM$.

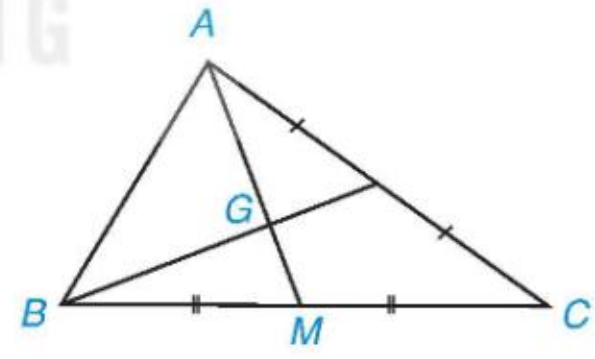
Chứng minh

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\frac{GA}{MA}=\frac{2}{3}$ hay $GA=\frac{2}{3}MA$.

Ta có $GM = MA - GA = MA - \frac{2}{3}MA = \frac{1}{3}MA$.

Vậy $GA=\frac{2}{3}MA = 2\cdot\left(\frac{1}{3}MA\right)=2GM$.

b) Khi $GM = 2$ cm thì $GA = 4$ cm.



Hình 9.31

Luyện tập 1

Trong tam giác ABC ở Ví dụ 1, cho trung tuyến BN và $GN = 1$ cm. Tính GB và NB.

Tranh luận



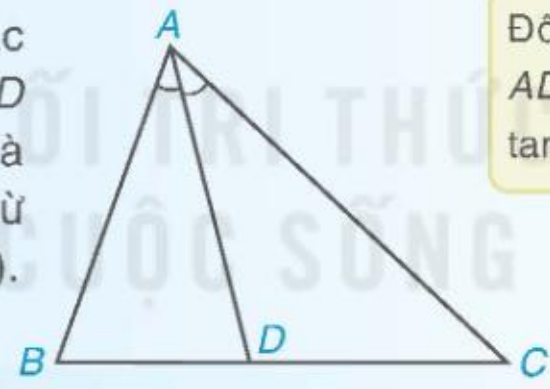
Vận dụng 1

Trong *tình huống mở đầu*, người ta chứng minh được *G* chính là trọng tâm của tam giác *ABC*. Em hãy cắt một mảnh bìa hình tam giác. Xác định trọng tâm của tam giác và đặt mảnh bìa đó lên một giá nhọn tại trọng tâm vừa xác định. Quan sát xem mảnh bìa có thăng bằng không.

2 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG TAM GIÁC

Đường phân giác của tam giác

Trong tam giác *ABC*, tia phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại điểm *D* thì đoạn thẳng *AD* được gọi là *đường phân giác* (xuất phát từ đỉnh *A*) của tam giác *ABC* (H.9.32).



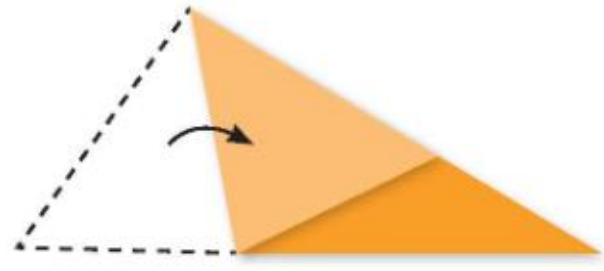
Hình 9.32



Mỗi tam giác có mấy đường phân giác?

Sự đồng quy của ba đường phân giác

HĐ3 Cắt một tam giác bằng giấy. Hãy gấp tam giác vừa cắt để được ba đường phân giác của nó. Mở tờ giấy ra, hãy quan sát và cho biết ba nếp gấp đó có cùng đi qua một điểm không (H.9.33).



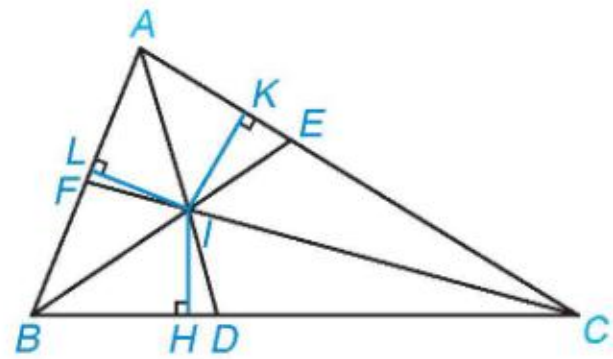
Hình 9.33

Ta có thể chứng minh được định lí sau:

Định lí 2

Ba đường phân giác của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

Chẳng hạn, trong tam giác ABC (H.9.34), các đường phân giác AD, BE, CF đồng quy tại I và $IH = IK = IL$.



Hình 9.34

Ví dụ 2

Chứng minh rằng trong tam giác ABC cân tại A, giao điểm của ba đường phân giác nằm trên đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A (H.9.35).

Giải

GT	ΔABC, $AB = AC$, I là giao điểm của ba đường phân giác.
KL	AI là đường trung tuyến của ΔABC.

Chứng minh

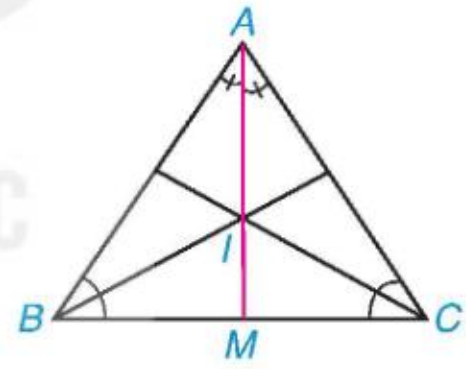
Gọi M là giao điểm của đường thẳng AI và BC.

Hai tam giác ABM và ACM có:

$AB = AC$ (gt),

AM chung,

$\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ (do AI là đường phân giác của góc BAC).



Hình 9.35

Do đó $\Delta ABM = \Delta ACM$ (c.g.c).

Suy ra $BM = CM$ hay M là trung điểm của BC.

Vậy AI là đường trung tuyến của tam giác ABC.

Luyện tập 2

Cho tam giác ABC có hai đường phân giác AM, BN cắt nhau tại điểm I. Hỏi CI có là đường phân giác của góc C không?

Vận dụng 2

Chứng minh rằng trong tam giác đều, điểm cách đều ba cạnh của tam giác là trọng tâm của tam giác đó.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP

9.20. Cho tam giác ABC với hai đường trung tuyến BN, CP và trọng tâm G. Hãy tìm số thích hợp đặt vào dấu "?" để được các đẳng thức:

$$BG = ?\ BN,\ CG = ?\ CP;$$
$$BG = ?\ GN,\ CG = ?\ GP.$$

9.21. Chứng minh rằng:

a) Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên là hai đoạn thẳng bằng nhau.

b) Ngược lại, nếu tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

9.22. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Biết góc GBC lớn hơn góc GCB. Hãy so sánh BM và CN.

9.23. Kí hiệu I là điểm đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác ABC. Tính góc BIC khi biết góc BAC bằng 120°.

9.24. Gọi BE và CF là hai đường phân giác của tam giác ABC cân tại A. Chứng minh $BE = CF$.

9.25. Trong tam giác ABC, hai đường phân giác của các góc B và C cắt nhau tại D. Kẻ DP vuông góc với BC, DQ vuông góc với CA, DR vuông góc với AB.

a) Hãy giải thích tại sao $DP = DR$.

b) Hãy giải thích tại sao $DP = DQ$.

c) Từ câu a và b suy ra $DR = DQ$. Tại sao D nằm trên tia phân giác của góc A?

(Đây là một cách chứng minh Định lí 2)

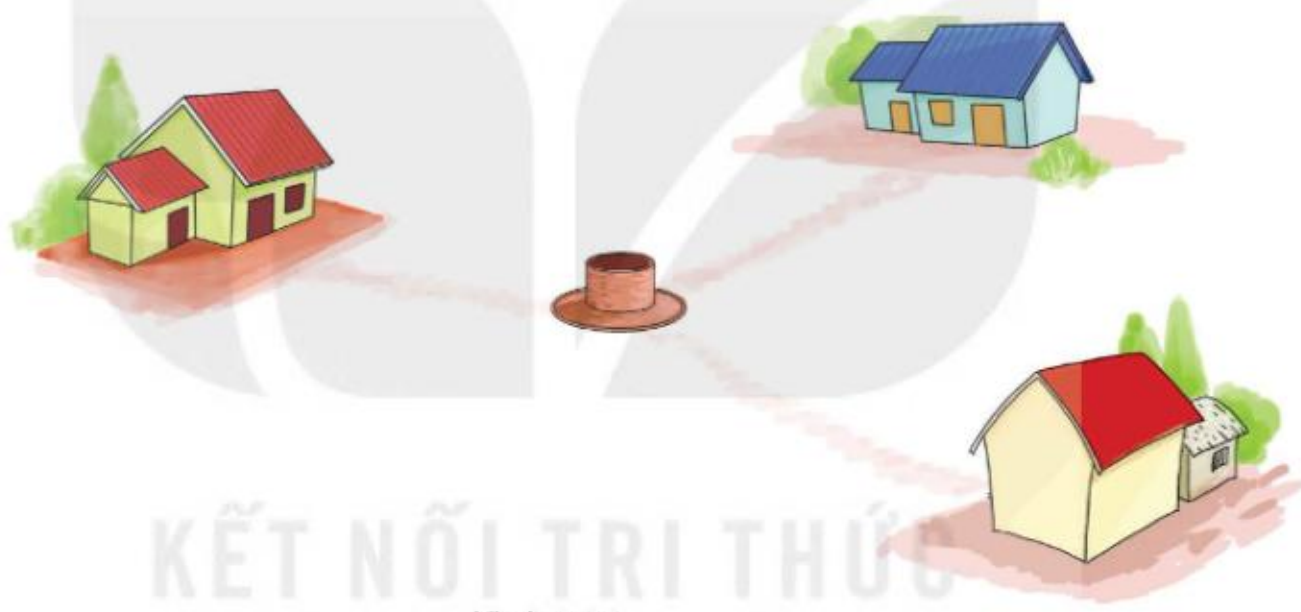
Mọi điểm trên tia phân giác của một góc cách đều hai cạnh của góc đó. Ngược lại, mọi điểm nằm bên trong góc, cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.



Bài 35 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đường trung trực • Đường cao	• Nhận biết đường trung trực, đường cao của tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường trung trực trong một tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường cao trong một tam giác.

Có thể coi ba ngôi nhà của ba anh em trong một khu vườn là ba đỉnh của một tam giác (không tù). Họ muốn khoan một giếng chung trong vườn cách đều ba ngôi nhà (H.9.36). Em có thể giúp họ chọn địa điểm để khoan giếng không?

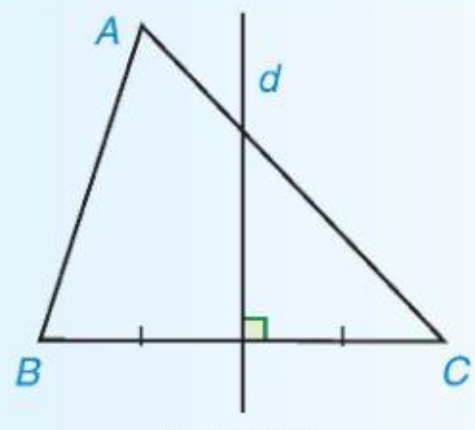


Hình 9.36

1 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC TRONG MỘT TAM GIÁC

Đường trung trực của tam giác

Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là *đường trung trực của tam giác*. Trên Hình 9.37, d là đường trung trực ứng với cạnh BC của tam giác ABC.



Hình 9.37



Mỗi tam giác có mấy đường trung trực?

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Sự đồng quy của ba đường trung trực

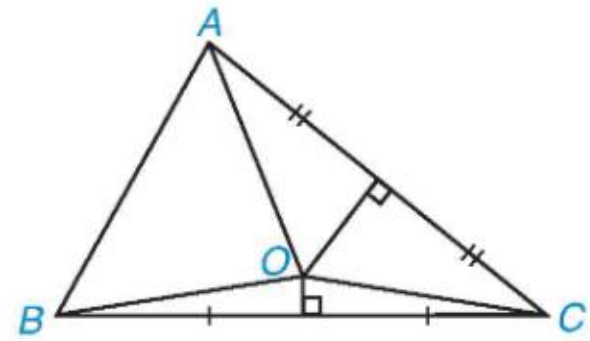
HĐ1 Vẽ tam giác ABC (không tù) và ba đường trung trực của các đoạn thẳng BC, CA, AB. Quan sát hình và cho biết ba đường trung trực đó có cùng đi qua một điểm không.

HĐ2 Dùng tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng, hãy lập luận để suy ra tính chất nói ở HĐ1 bằng cách trả lời các câu hỏi sau:

Cho O là giao điểm các đường trung trực của hai cạnh BC và CA (H.9.38).

a) Tại sao $OB = OC$, $OC = OA$?

b) Điểm O có nằm trên đường trung trực của cạnh AB không?



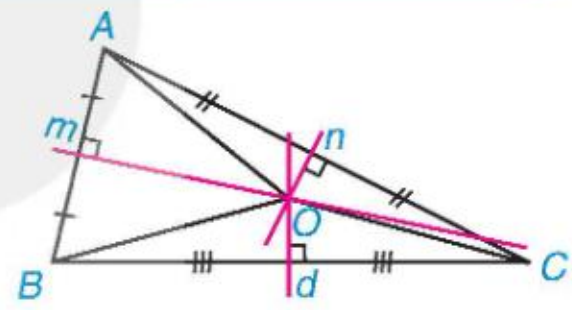
Hình 9.38

Từ HĐ2, ta có định lí sau:

Định lí 1

Ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác.

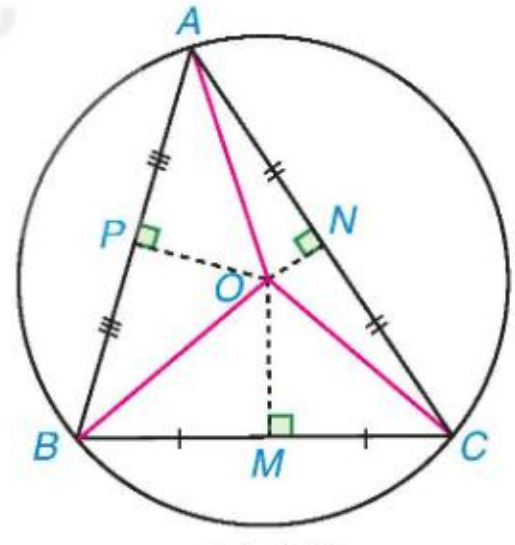
Chẳng hạn, trong tam giác ABC (H.9.39), các đường trung trực d, m, n đồng quy tại O và $OA = OB = OC$.



Hình 9.39

Nhận xét

Vì giao điểm O của ba đường trung trực trong tam giác ABC cách đều ba đỉnh của tam giác đó ($OA = OB = OC$) nên có một đường tròn tâm O đi qua ba đỉnh A, B, C (H.9.40).



Hình 9.40

Ví dụ 1

Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ đường trung tuyến AI của tam giác ABC.

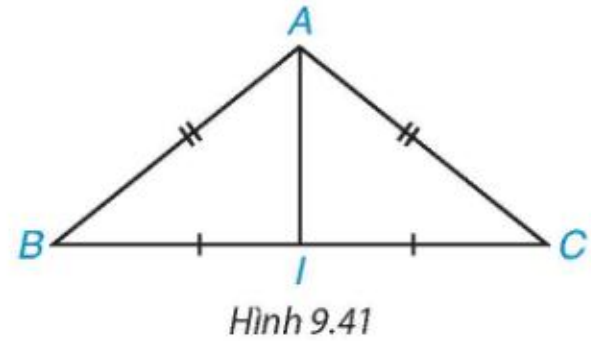
a) Chứng minh AI là đường trung trực của cạnh BC.

b) Điểm cách đều ba đỉnh của tam giác ABC có nằm trên AI không?

Giải (H.9.41)

a)

GT	ΔABC có $AB = AC$, AI là đường trung tuyến.
KL	AI là đường trung trực của cạnh BC.



Hình 9.41

Chứng minh

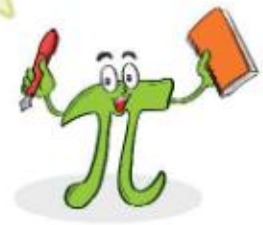
Hai tam giác AIB và AIC có:

$AB = AC$ (GT), $IB = IC$ (do AI là trung tuyến); cạnh AI chung. Do đó $\Delta AIB = \Delta AIC$ (c.c.c).

Từ đó suy ra $\widehat{AIB} = \widehat{AIC}$, mà $\widehat{AIB}$ và $\widehat{AIC}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{AIB} = \widehat{AIC} = 90^\circ$. Do đó AI là đường trung trực của cạnh BC.

b) Do điểm cách đều ba đỉnh của tam giác ABC nằm trên đường trung trực của BC nên theo câu a, ta có điểm đó nằm trên trung tuyến AI.

Trong tam giác ABC cân tại A, đường trung tuyến AI cũng là đường trung trực của BC.



Luyện tập 1

Chứng minh rằng trong tam giác đều ABC, trọng tâm G cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

Vận dụng

Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

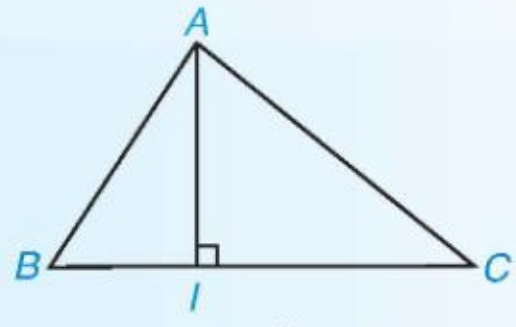
Thử thách nhỏ

Sử dụng tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng, hãy giải thích nếu điểm Q cách đều ba đỉnh của tam giác ABC thì Q phải là giao điểm ba đường trung trực của tam giác ABC.

2 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC

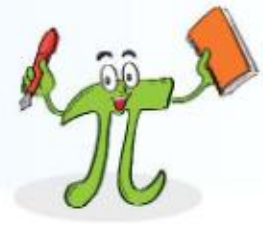
Đường cao của tam giác

Trong Hình 9.42, đoạn thẳng AI kẻ từ đỉnh A, vuông góc với cạnh đối diện BC là một *đường cao* của tam giác ABC. Ta còn nói AI là đường cao xuất phát từ đỉnh A (hay đường cao ứng với cạnh BC).



Hình 9.42

Đôi khi ta cũng nói đường thẳng AI là một *đường cao* của tam giác ABC.



Mỗi tam giác có mấy đường cao?

Sự đồng quy của ba đường cao

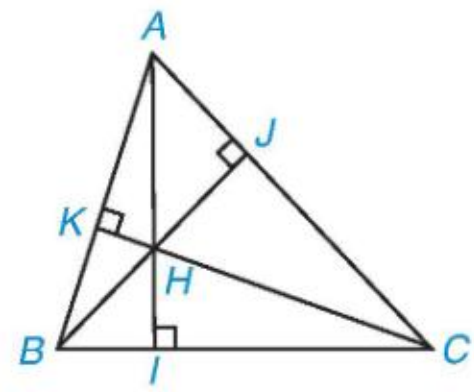
HĐ3 Vẽ tam giác ABC và ba đường cao của nó. Quan sát hình và cho biết ba đường cao đó có cùng đi qua một điểm không.

Ta có thể chứng minh được định lí sau:

Định lí 2

Ba đường cao của một tam giác đồng quy tại một điểm.

Chẳng hạn, trong tam giác ABC (H.9.43), các đường cao AI, BJ, CK đồng quy tại H.



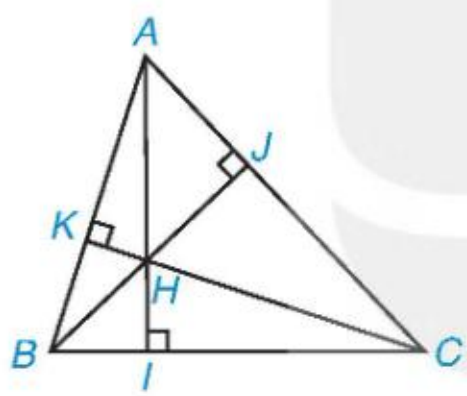
Hình 9.43

Chú ý

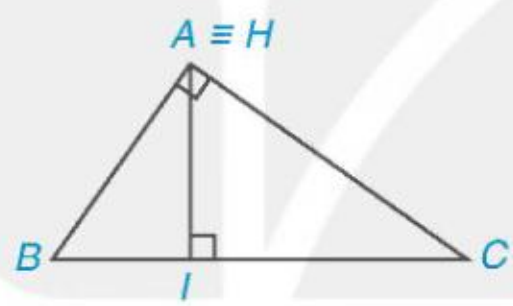
a) Điểm đồng quy của ba đường cao của một tam giác gọi là *trực tâm* của tam giác đó.

b) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC (H.9.44), ta có:

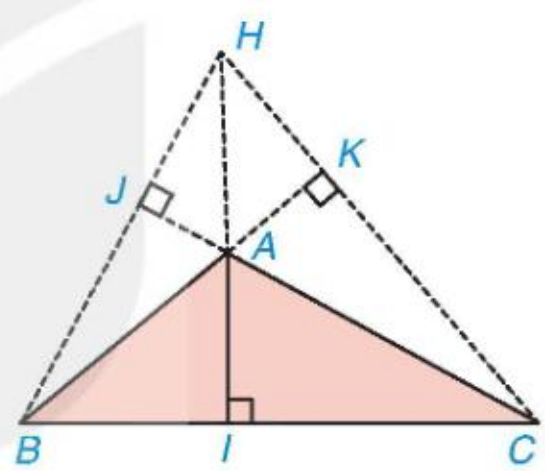
- Khi ABC là tam giác nhọn thì H nằm bên trong tam giác.
- Khi ABC là tam giác vuông tại A thì H trùng với A (kí hiệu là $H \equiv A$).
- Khi ABC là tam giác tù thì H nằm bên ngoài tam giác.



Tam giác nhọn



Tam giác vuông (H trùng với A)

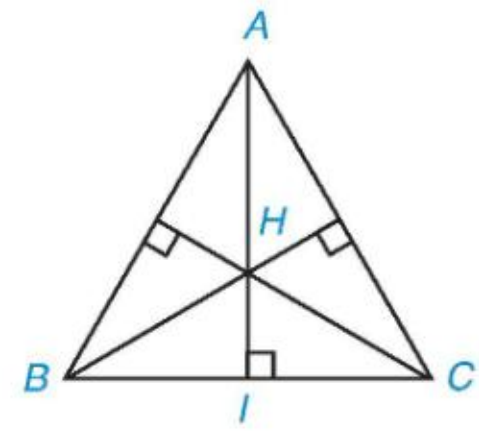


Tam giác tù

Hình 9.44

Ví dụ 2

Chứng minh trong tam giác đều, trực tâm của nó cách đều ba đỉnh của tam giác.



Hình 9.45

Giải

GT	Tam giác đều ABC có H là trực tâm.
KL	H cách đều ba đỉnh tam giác ABC.

Chứng minh (H.9.45)

Trong tam giác ABC cân tại A, kẻ đường cao AI.

Hai tam giác vuông ABI và ACI có: AI chung, $AB = AC$ (gt).

Do đó $\Delta ABI = \Delta ACI$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông). Suy ra $BI = CI$.

Vậy đường cao AI là đường trung trực của cạnh BC.

Vì tam giác đều cũng là tam giác cân tại mỗi đỉnh nên ba đường cao cũng là ba đường trung trực của nó. Vậy trực tâm H của tam giác đều cũng là giao điểm của ba đường trung trực nên nó cách đều ba đỉnh của tam giác.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Luyện tập 2

a) Chứng minh rằng trong tam giác ABC cân tại A, đường trung trực của cạnh BC là đường cao và cũng là đường phân giác xuất phát từ đỉnh A của tam giác đó.

b) Chứng minh rằng trong tam giác đều, điểm cách đều ba đỉnh cũng cách đều ba cạnh của tam giác.



BÀI TẬP

9.26. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC không vuông. Tìm trực tâm của các tam giác HBC, HCA, HAB.

9.27. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 100^\circ$ và trực tâm H. Tính góc BHC.

9.28. Xét điểm O cách đều ba đỉnh của tam giác ABC. Chứng minh rằng nếu O nằm trên một cạnh của tam giác ABC thì ABC là một tam giác vuông.

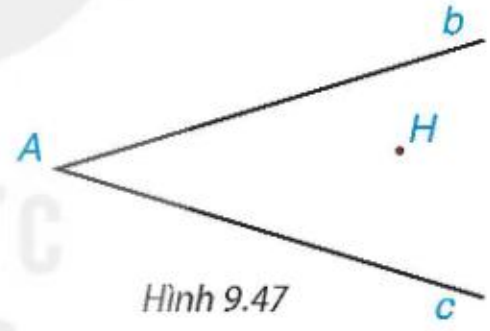
9.29. a) Có một chi tiết máy (đường viền ngoài là đường tròn) bị gãy (H.9.46). Làm thế nào để xác định được bán kính của đường viền này?



Hình 9.46

b) Trên bản đồ, ba khu dân cư được quy hoạch tại ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Hãy tìm trên bản đồ đó một điểm M cách đều A, B, C để quy hoạch một trường học.

9.30. Cho hai đường thẳng không vuông góc b, c cắt nhau tại điểm A và cho điểm H không thuộc b và c (H.9.47). Hãy tìm điểm B thuộc b, điểm C thuộc c sao cho tam giác ABC nhận H làm trực tâm.



Hình 9.47

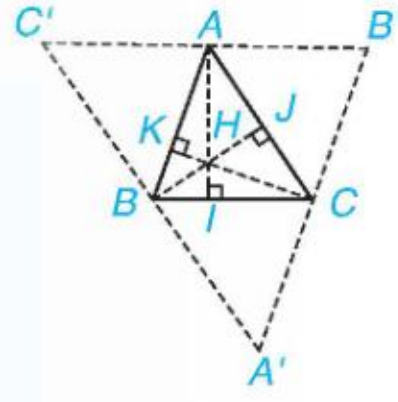
EM CÓ BIẾT?

Ta có thể chứng minh trong tam giác ABC, ba đường cao AI, BJ, CK đồng quy như sau:

Ở bên ngoài tam giác ABC, ghép thêm ba tam giác $CB'A$, BAC' và $A'CB$ cùng bằng tam giác ABC (H.9.48).

– Khi đó ba góc tại đỉnh A bằng ba góc của tam giác ABC nên có tổng số đo bằng 180°, suy ra ba điểm B', C' và A thẳng hàng.

Do $AB' = AC' = BC$ nên A là trung điểm của $B'C'$.



Hình 9.48

– Đường thẳng AB cắt hai đường thẳng $B'C'$ và BC tạo thành hai góc so le trong bằng nhau nên $B'C' // BC$. Vì đường cao AI vuông góc với BC nên nó vuông góc với $B'C'$, từ đó AI là đường trung trực của cạnh $B'C'$.

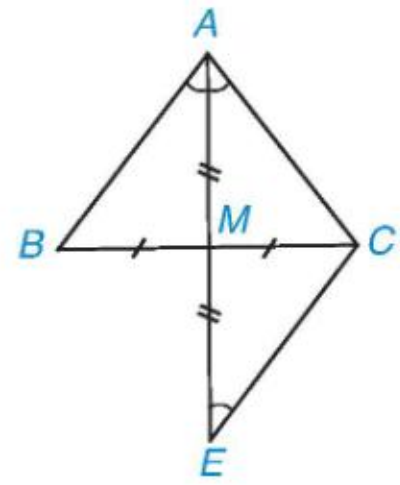
– Tương tự, BJ, CK lần lượt là trung trực của $A'C'$, $A'B'$. Suy ra $A'B'C'$ là tam giác nhận AI, BJ, CK là ba đường trung trực.

Ta đã biết ba đường trung trực của tam giác $A'B'C'$ đồng quy nên AI, BJ, CK đồng quy.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Chứng minh rằng tam giác ABC có đường trung tuyến AM cũng là đường phân giác thì ABC là tam giác cân tại A.



Hình 9.49

Giải (H.9.49)

GT	ΔABC, $BM = CM$ $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$.
KL	$AB = AC$.

Chứng minh

Trên đường thẳng AM, lấy điểm E sao cho M nằm giữa A, E và $AM = EM$.

Ta có $\Delta BAM = \Delta CEM$ (c.g.c), suy ra $AB = EC$ và $\widehat{BAM} = \widehat{CEM}$.

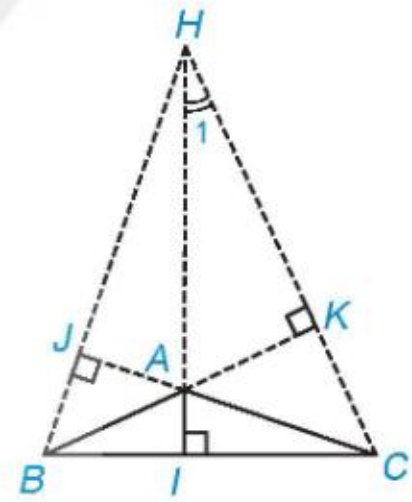
Mặt khác $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ (gt), suy ra $\widehat{CEM} = \widehat{CAM}$; từ đó tam giác CAE cân tại C tức là $CE = CA$. Ta đã có $AB = EC$, suy ra $AB = AC$.

Ví dụ 2

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 135^\circ$, ba đường cao AI, BJ, CK và trực tâm H (H.9.50). Chứng minh rằng:

a) Tam giác AKC vuông cân, từ đó suy ra $AK = CK$;

b) Hai tam giác HAK và BCK bằng nhau, từ đó suy ra $AH = BC$.



Hình 9.50

Giải

GT	AI, BJ, CK là ba đường cao của ΔABC, $\widehat{BAC} = 135^\circ$, H là trực tâm của ΔABC.
KL	a) ΔAKC vuông cân, $AK = CK$. b) $\Delta HAK = \Delta BCK$, $AH = BC$.

Chứng minh

a) Ta có $\widehat{KAC}$ và $\widehat{CAB}$ là hai góc kề bù, $\widehat{BAC} = 135^\circ$, suy ra $\widehat{KAC} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

Tam giác KAC vuông tại K có:

$$\widehat{KAC} + \widehat{KCA} + \widehat{AKC} = 180^\circ \text{ (tổng ba góc trong tam giác),}$$

hay $45^\circ + \widehat{KCA} + 90^\circ = 180^\circ$, suy ra $\widehat{KCA} = 45^\circ$.

Do đó, tam giác KAC vuông cân tại K, suy ra $AK = CK$.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

b) Tam giác AHK vuông tại K nên $\widehat{HAK} + \widehat{H_1} = 90^\circ$.

Tam giác HIC vuông tại I nên $\widehat{HCB} + \widehat{H_1} = 90^\circ$. Do đó $\widehat{HAK} = \widehat{HCB}$.

Hai tam giác HAK và BCK có:

$AK = CK$ (chứng minh câu a);

$\widehat{HAK} = \widehat{HCB}$;

$\widehat{AKH} = \widehat{BKC} (= 90^\circ)$.

Do đó, $\Delta HAK = \Delta BCK$ (g.c.g), suy ra $AH = BC$.

BÀI TẬP

9.31. Chứng minh rằng tam giác có đường trung tuyến và đường cao xuất phát từ cùng một đỉnh trùng nhau là một tam giác cân.

9.32. Cho ba điểm phân biệt thẳng hàng A, B, C. Gọi d là đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại A. Với điểm M thuộc d, M khác A, vẽ đường thẳng CM. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng CM, cắt d tại N. Chứng minh đường thẳng BM vuông góc với đường thẳng CN.

9.33. Có một mảnh tôn hình tròn cần đục một lỗ ở tâm. Làm thế nào để xác định được tâm của mảnh tôn đó?

9.34. Cho tam giác ABC. Kẻ tia phân giác At của góc tạo bởi tia AB và tia đối của tia AC. Chứng minh rằng nếu đường thẳng chứa tia At song song với đường thẳng BC thì tam giác ABC cân tại A.

9.35. Kí hiệu S_{ABC} là diện tích tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh $S_{GBC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

Gợi ý. Sử dụng $GM = \frac{1}{3} AM$ để chứng minh $S_{GBM} = \frac{1}{3} S_{ABM}$, $S_{GCM} = \frac{1}{3} S_{ACM}$.

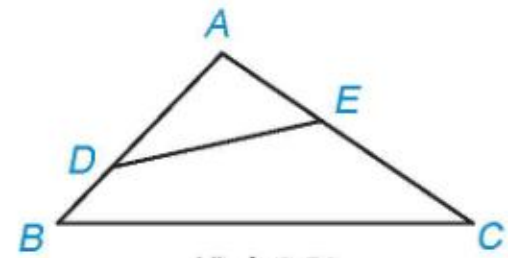
b) Chứng minh $S_{GCA} = S_{GAB} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

Nhận xét. Từ bài tập trên ta có: $S_{GBC} = S_{GCA} = S_{GAB} = \frac{1}{3} S_{ABC}$, điều này giúp ta cảm nhận tại sao có thể đặt thăng bằng miếng bìa hình tam giác trên giá nhọn đặt tại trọng tâm của tam giác đó.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX

9.36. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}$ là một góc tù. Lấy điểm D nằm giữa A và B; lấy điểm E nằm giữa A và C (H.9.51). Chứng minh $DE < BC$.

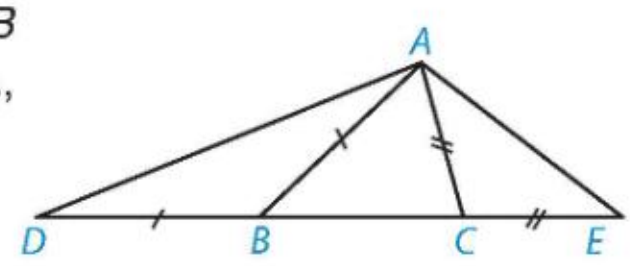


Hình 9.51

9.37. Cho tam giác ABC ($AB > AC$). Trên đường thẳng chứa cạnh BC, lấy điểm D và điểm E sao cho B nằm giữa D và C, C nằm giữa B và E, $BD = BA$, $CE = CA$ (H.9.52).

a) So sánh $\widehat{ADE}$ và $\widehat{AED}$.

b) So sánh các đoạn thẳng AD và AE.



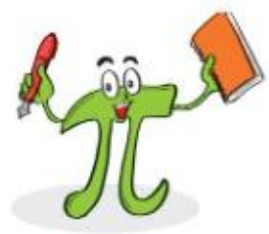
Hình 9.52

9.38. Gọi AI và AM lần lượt là đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC. Chứng minh rằng:

a) $AI < \frac{1}{2}(AB + AC)$;

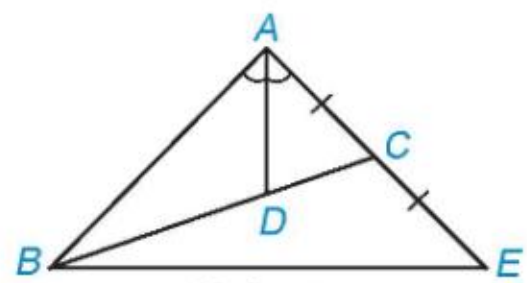
b) $AM < \frac{1}{2}(AB + AC)$.

Lấy D sao cho M là trung điểm của AD thì hai tam giác ABM và DCM bằng nhau đấy!



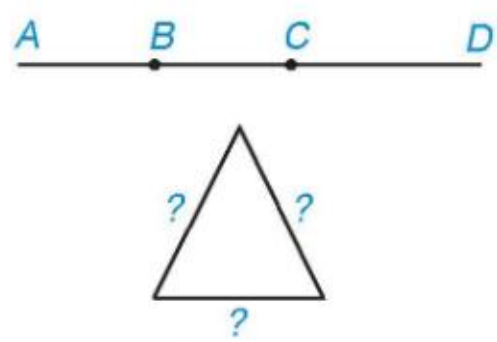
9.39. Cho tam giác ABC có đường phân giác AD, D nằm trên BC sao cho $BD = 2DC$. Trên đường thẳng AC, lấy điểm E sao cho C là trung điểm của AE (H.9.53). Chứng minh rằng tam giác ABE cân tại A.

Gợi ý. D là trọng tâm của tam giác ABE; tam giác này có đường phân giác AD đồng thời là đường trung tuyến.



Hình 9.53

9.40. Một sợi dây thép dài 1,2 m. Cần đánh dấu trên sợi dây thép đó hai điểm để khi uốn gập nó lại tại hai điểm đó sẽ tạo thành tam giác cân có một cạnh dài 30 cm (H.9.54). Em hãy mô tả các cách đánh dấu hai điểm trên sợi dây thép.



Hình 9.54

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Chương X

MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

HÌNH HỌC TRỰC QUAN



Trong thực tế đời sống, chúng ta dễ gặp các hình như hộp đựng quà, bể cá cảnh, chiếc đèn lồng, khối rubik,... Đó là những hình ảnh về hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình lăng trụ đứng. Một số đặc điểm cùng với một số bài toán về tính diện tích, thể tích của chúng sẽ được giới thiệu trong chương này.

Bài 36 HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hình hộp chữ nhật • Hình lập phương	• Mô tả một số yếu tố cơ bản (đỉnh, cạnh, góc, đường chéo) của hình hộp chữ nhật, hình lập phương. • Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh, thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Hình hộp chữ nhật, hình lập phương là các hình chúng ta thường gặp trong đời sống thực tế và đã được làm quen ở Tiểu học. Trong bài này, chúng ta sẽ tìm hiểu thêm một số yếu tố cơ bản và những vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích, thể tích của chúng.



1 HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, HÌNH LẬP PHƯƠNG

Một số yếu tố cơ bản của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

HĐ1 Hình nào dưới đây là đồ vật hoặc kiến trúc có dạng hình hộp chữ nhật, có dạng hình lập phương?



a)



b)



c)

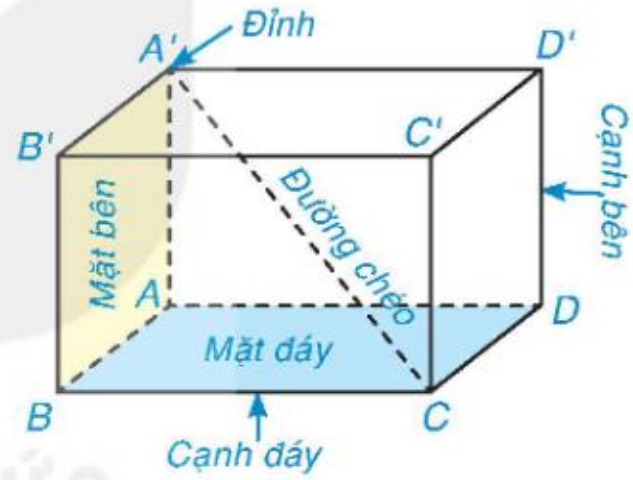
Em hãy tìm thêm một số hình ảnh có dạng hình hộp chữ nhật, hình lập phương trong thực tế.

HĐ2 Quan sát Hình 10.1.

① Nêu tên các đỉnh, cạnh, đường chéo của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

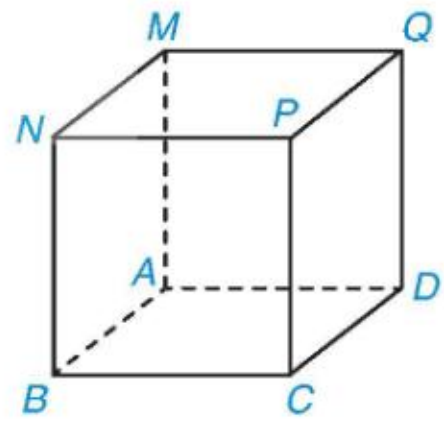
Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu đỉnh? Có bao nhiêu cạnh? Có bao nhiêu đường chéo?

② Gọi tên các mặt bên, mặt đáy của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Hình 10.1

HĐ3 Quan sát Hình 10.2 và gọi tên đỉnh, cạnh, đường chéo, mặt đáy, mặt bên của hình lập phương $MNPQ.ABCD$.



Hình 10.2

Nhận xét

Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình chữ nhật, 8 đỉnh, 12 cạnh, 4 đường chéo, các cạnh bên song song và bằng nhau.

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình vuông.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

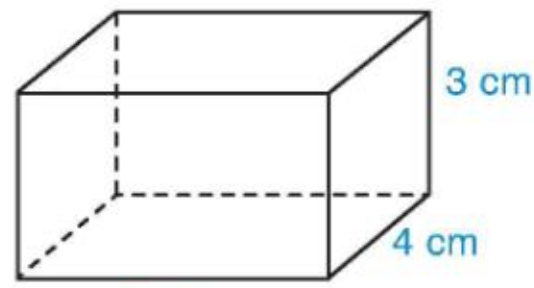
Thực hành

Sử dụng bìa cứng, cắt và gấp một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước như Hình 10.3 theo hướng dẫn sau:

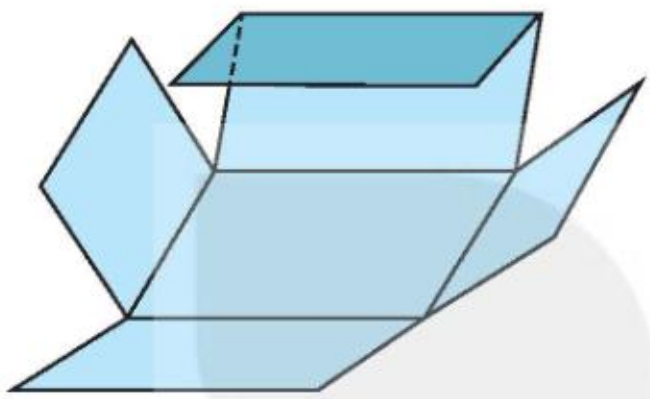
Bước 1. Vẽ hình khai triển của hình hộp chữ nhật theo kích thước đã cho như Hình 10.4.

Bước 2. Cắt theo viền.

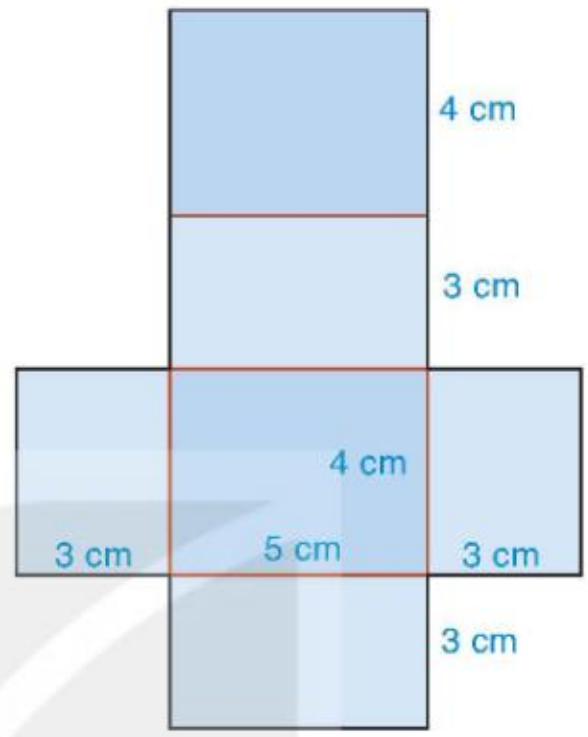
Bước 3. Gấp theo đường màu cam để được hình hộp chữ nhật (H.10.5).



Hình 10.3



Hình 10.5



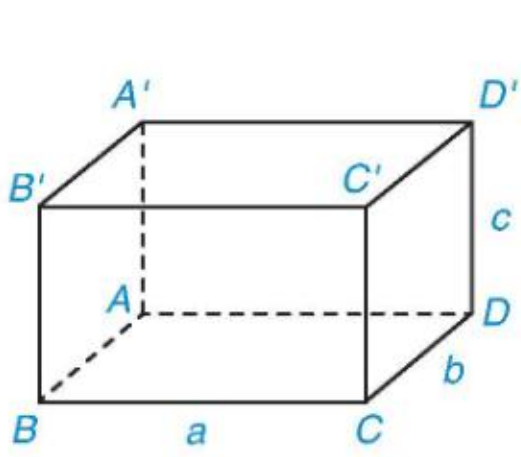
Hình 10.4

Vận dụng 1 Hãy cắt và gấp hình lập phương có cạnh 4 cm.

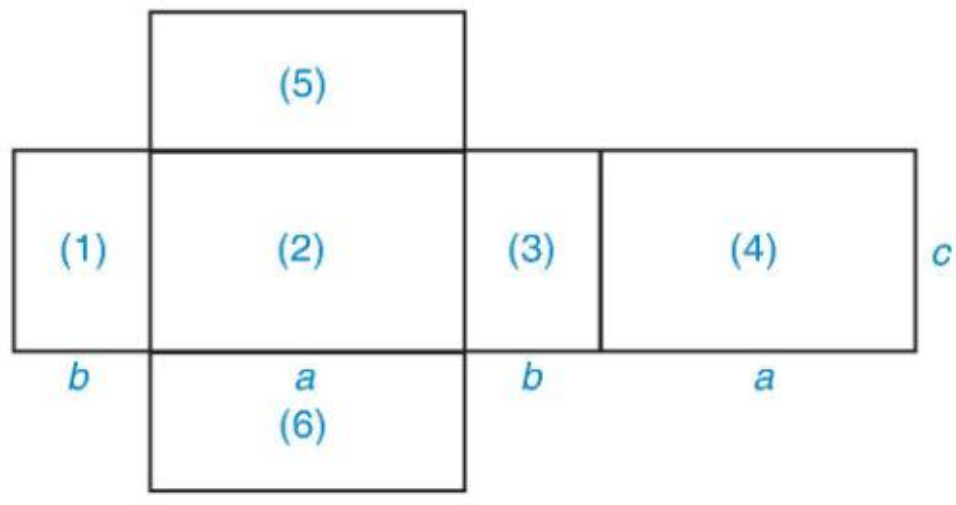
2 DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, HÌNH LẬP PHƯƠNG

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

HĐ4 Quan sát hình hộp chữ nhật (H.10.6a) và hình khai triển của nó (H.10.6b). Hãy chỉ ra sự tương ứng giữa các mặt của hình hộp chữ nhật với các hình chữ nhật ở hình khai triển. Hình chữ nhật nào ở hình khai triển là các mặt bên, là các mặt đáy?



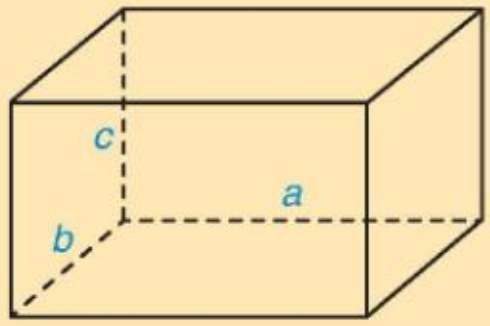
a)



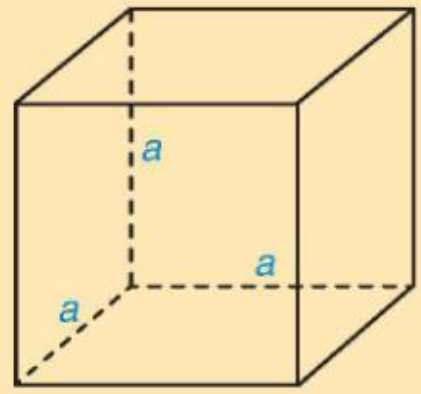
b)

Hình 10.6

HĐ5 Tính tổng diện tích các hình chữ nhật (1), (2), (3), (4). So sánh kết quả vừa tìm với tích của chu vi đáy và chiều cao của hình hộp chữ nhật.



Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật: $S_{xq} = 2(a + b)c$.



Diện tích xung quanh của hình lập phương: $S_{xq} = 4a^2$.

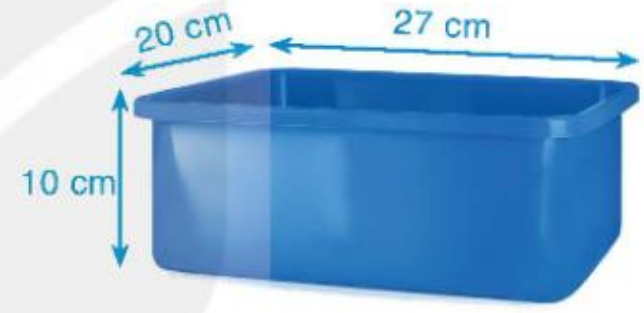
Chú ý. Khi tính diện tích, thể tích của một hình, các kích thước của nó phải cùng đơn vị độ dài.

Ví dụ 1

Một chiếc khay nhựa đựng đồ có dạng hình hộp chữ nhật như Hình 10.7. Dựa vào kích thước trên hình (coi mép khay nhựa không đáng kể), em hãy tính:

a) Diện tích xung quanh của chiếc khay.

b) Diện tích nhựa để làm chiếc khay trên.



Hình 10.7

Giải

a) Diện tích xung quanh của chiếc khay dạng hình hộp chữ nhật là:

$$2 \cdot (27 + 20) \cdot 10 = 940 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Diện tích nhựa làm chiếc khay trên bằng tổng diện tích của các mặt xung quanh và mặt đáy. Diện tích mặt đáy của chiếc khay là:

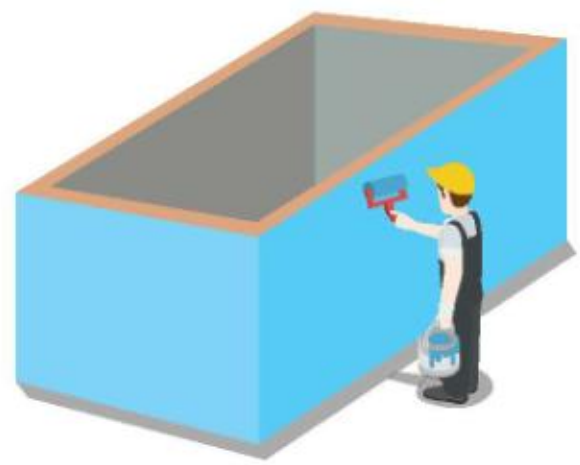
$$27 \cdot 20 = 540 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích nhựa để làm chiếc khay là:

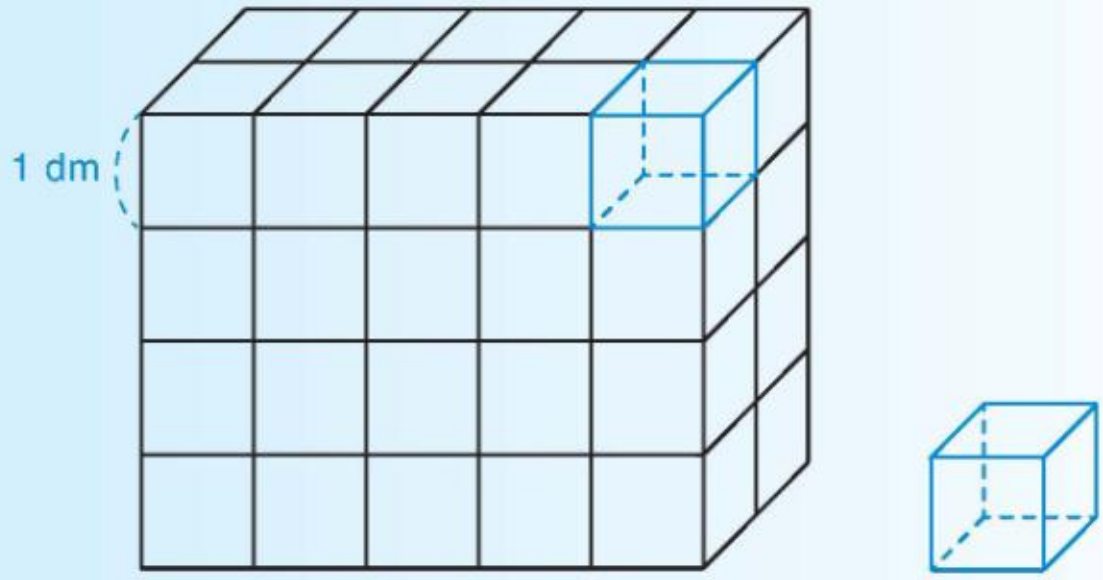
$$940 + 540 = 1\,480 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Luyện tập 1

Bác Tú thuê thợ sơn xung quanh bốn mặt ngoài của thành bể nước có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 3 m, chiều rộng 2 m, chiều cao 1,5 m với giá 20 000 đồng/m^2. Hỏi bác Tú phải trả chi phí là bao nhiêu?



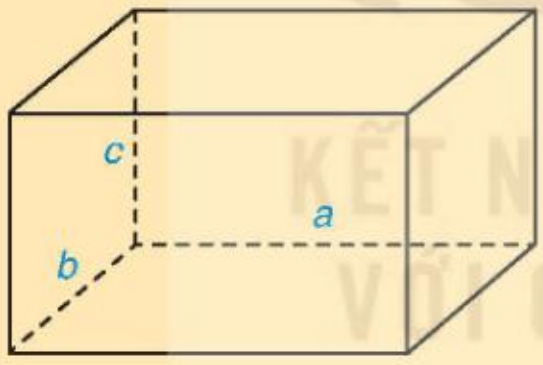
Thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương



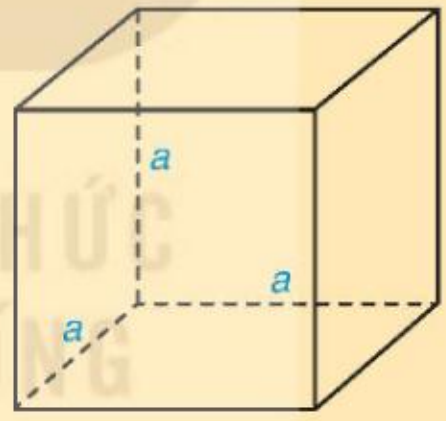
Hình 10.8

Người ta xếp các hộp đựng đồ chơi dạng hình lập phương nhỏ có cạnh 1 dm vào một chiếc hộp carton có dạng hình hộp chữ nhật (H.10.8). Ta thấy có 4 lớp hình lập phương, mỗi lớp có $2 \cdot 5$ hình lập phương. Mỗi hình lập phương nhỏ cạnh 1 dm có thể tích là 1 dm^3 nên thể tích của hình hộp chữ nhật là $2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$ (dm^3).

Ta có công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật, hình lập phương:



Thể tích hình hộp chữ nhật $V = abc$.



Thể tích hình lập phương $V = a^3$.

Ví dụ 2

Tính thể tích hộp sữa có dạng hình hộp chữ nhật như Hình 10.9.

Giải

Thể tích hộp sữa hình hộp chữ nhật là:

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 15 = 1\,500 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Hình 10.9

Luyện tập 2

Một hình lập phương có cạnh bằng a cm, diện tích xung quanh bằng 100 cm^2. Hỏi thể tích của hình lập phương đó bằng bao nhiêu?

Vận dụng 2

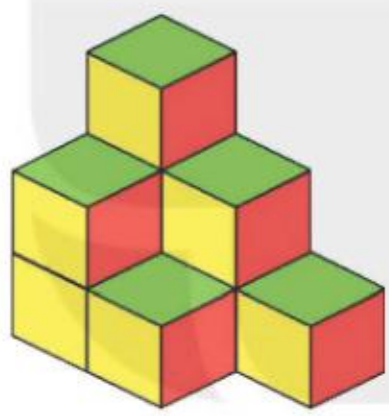
Một chiếc thùng giữ nhiệt (H.10.10) có lòng trong có dạng một hình hộp chữ nhật với chiều dài 50 cm, chiều rộng 30 cm, chiều cao 30 cm. Tính dung tích của thùng giữ nhiệt đó.



Hình 10.10

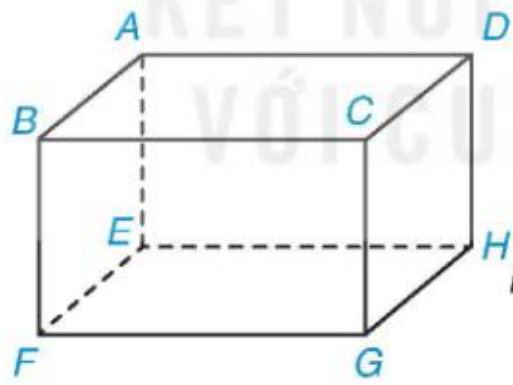
BÀI TẬP

10.1. Có bao nhiêu hình lập phương nhỏ trong Hình 10.11?



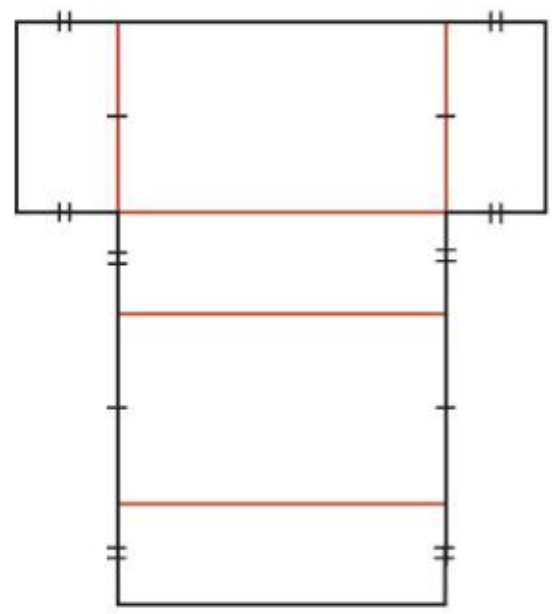
Hình 10.11

10.2. Gọi tên các đỉnh, cạnh, đường chéo, mặt của hình hộp chữ nhật trong Hình 10.12.



Hình 10.12

10.3. Vẽ lên một miếng bìa hình khai triển của hình hộp chữ nhật (tương tự hình bên) với kích thước tuỳ chọn. Cắt rời hình đã vẽ rồi gấp theo đường màu cam để được một hình hộp chữ nhật.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

10.4. Một xe đông lạnh có thùng hàng dạng hình hộp chữ nhật, kích thước lòng thùng hàng dài 5,6 m, rộng 2 m, cao 2 m. Tính thể tích của lòng thùng hàng.



10.5. Một hộp sữa tươi có dạng hình hộp chữ nhật với dung tích 1 lít, chiều cao 20 cm, chiều dài 10 cm.

a) Tính chiều rộng của hộp sữa.

b) Tính diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa? (Coi như phần mép hộp không đáng kể).



10.6. Một bể nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 2 m. Lúc đầu bể không có nước. Sau khi đổ vào bể 120 thùng nước, mỗi thùng chứa 20 lít nước thì mực nước của bể dâng cao 0,8 m.

a) Tính chiều rộng của bể nước.

b) Người ta đổ thêm 60 thùng nước nữa thì đầy bể. Hỏi bể cao bao nhiêu mét?

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

LUYỆN TẬP

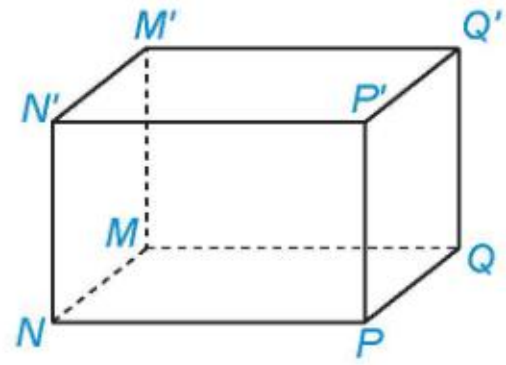
Ví dụ 1

Quan sát Hình 10.13 và kể tên các đỉnh, cạnh, đường chéo của hình hộp chữ nhật *MNPQ.M'N'P'Q'*.

Giải. Các đỉnh là: *M, N, P, Q, M', N', P', Q'*.

Các cạnh là: *MN, NP, PQ, QM, M'N', N'P', P'Q', Q'M', MM', NN', PP', QQ'*.

Các đường chéo: *MP', NQ', PM', QN'*.



Hình 10.13

Ví dụ 2

Một chiếc thùng rác làm bằng inox có kích thước như Hình 10.14. Hỏi thể tích của thùng là bao nhiêu (coi độ dày của tấm inox không đáng kể)?

Giải

Thể tích của thùng rác là:

$$V = 30 \cdot 24 \cdot 61 = 43\,920 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Hình 10.14

Ví dụ 3

Bạn Thanh làm một chiếc hộp đựng đồ hình lập phương cạnh 30 cm với khung bằng thép, đáy và các mặt xung quanh bọc vải (H.10.15). Hỏi diện tích vải dùng để làm chiếc hộp đó là bao nhiêu (coi phần các mép vải khâu nối không đáng kể)?



Hình 10.15

Giải

Diện tích xung quanh của hình lập phương là:

$$S_{xq} = 4 \cdot 30^2 = 3\,600 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích đáy của hình lập phương là:

$$S_{đáy} = 30^2 = 900 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

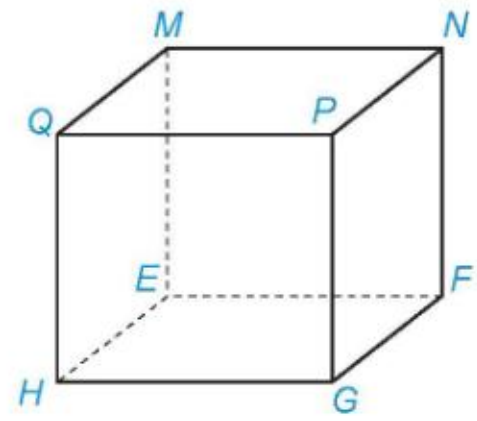
Diện tích vải bạn Thanh cần dùng để làm chiếc hộp đó là:

$$3\,600 + 900 = 4\,500 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP

10.7. Kể tên các đỉnh, cạnh và đường chéo của hình lập phương *MNPQ.EFGH* ở Hình 10.16.

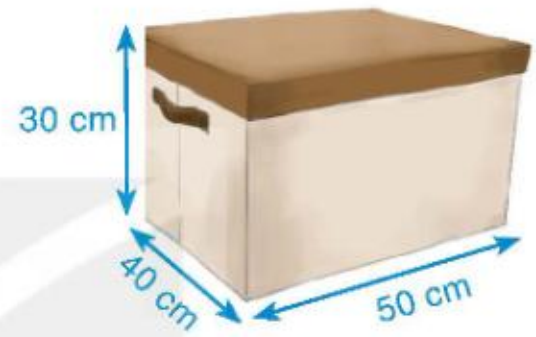


Hình 10.16

10.8. Một chiếc hộp đựng đồ đa năng có dạng hình hộp chữ nhật với khung bằng thép, bên ngoài phủ vải và kích thước như Hình 10.17.

a) Tính thể tích của hộp.

b) Tính diện tích vải phủ bề mặt ngoài của chiếc hộp.



Hình 10.17

10.9. Một chiếc khay làm đá để trong tủ lạnh có 18 ngăn nhỏ hình lập phương với cạnh 2 cm (H.10.18). Hỏi tổng thể tích của toàn bộ các viên đá lạnh đựng đầy trong khay là bao nhiêu?



Hình 10.18

10.10. Một cái thùng hình lập phương cạnh 7 dm có chứa nước, độ sâu của nước là 4 dm. Người ta thả 25 viên gạch dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 2 dm, chiều rộng 1 dm và chiều cao 0,5 dm vào thùng. Hỏi nước trong thùng dâng lên cách miệng thùng bao nhiêu đềximét (giả sử toàn bộ gạch ngập trong nước và chúng hút nước không đáng kể)?

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

Bài 37 HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hình lăng trụ đứng tam giác • Hình lăng trụ đứng tứ giác	• Mô tả hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác và tạo lập hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác. • Tính diện tích xung quanh, thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác. • Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính thể tích, diện tích xung quanh của một hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác.

Trong thực tế, có nhiều vật dụng có hình dạng là hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác. Chẳng hạn, ở hình vẽ bên, lịch để bàn, chiếc chặn giấy có dạng hình lăng trụ đứng tam giác. Bài học này giúp các em biết cách mô tả, tính diện tích xung quanh, thể tích của các hình đó.





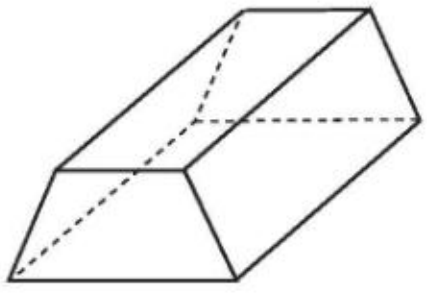
1 HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC, HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

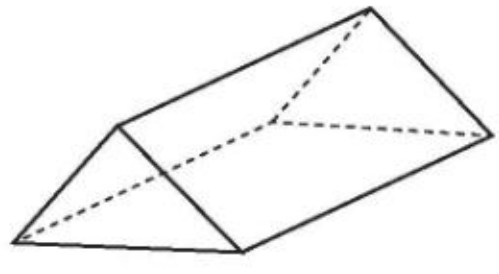
Một số yếu tố cơ bản của hình lăng trụ đứng tam giác, tứ giác

HĐ1 Trong thực tế, ta gặp những vật thể có hình dạng sau đây. Hãy quan sát và nhận xét một vài đặc điểm chung của các hình đó:

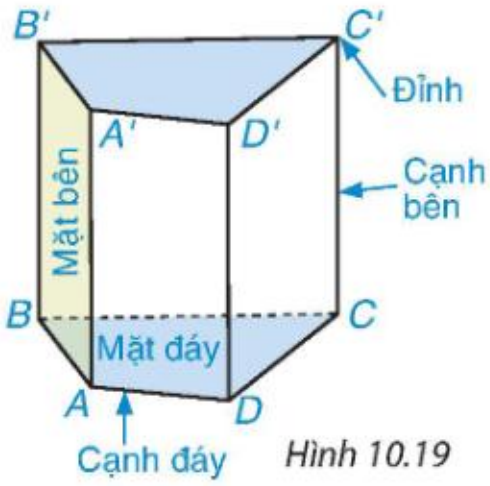




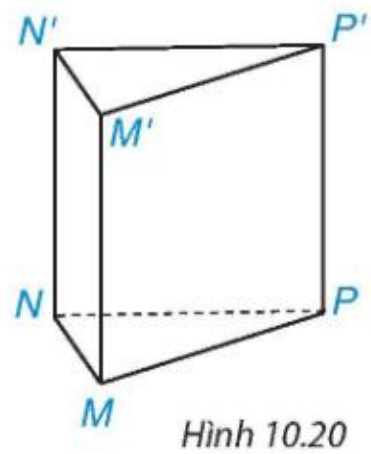




HĐ2 Một số yếu tố của hình lăng trụ đứng tứ giác được chỉ rõ trong Hình 10.19. Em hãy nêu các yếu tố tương tự của hình lăng trụ đứng tam giác trong Hình 10.20 và cho một vài nhận xét về các yếu tố đó.



Hình 10.19



Hình 10.20

Hình hộp chữ nhật và hình lập phương cũng là các hình lăng trụ đứng tứ giác.



Nhận xét. Trong hình lăng trụ đứng tam giác (tứ giác):

- Hai mặt đáy song song với nhau.
- Các mặt bên là những hình chữ nhật.
- Các cạnh bên song song và bằng nhau.

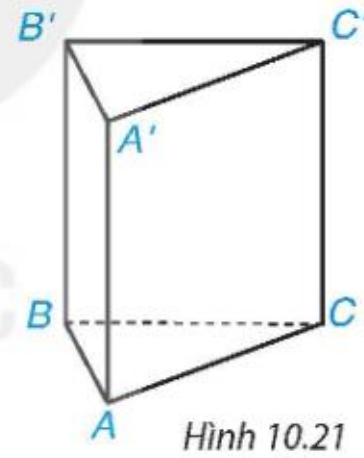
Độ dài một cạnh bên gọi là chiều cao của lăng trụ đứng.

Sàn nhà và trần nhà là hình ảnh của hai mặt song song.



Ví dụ 1

Hãy cho biết đỉnh, cạnh đáy, cạnh bên, mặt đáy, mặt bên của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ trong Hình 10.21.



Hình 10.21

Giải. Các đỉnh: A, B, C, A', B', C'.

Các cạnh đáy: AB, BC, CA, $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$.

Các cạnh bên: AA', BB', CC'.

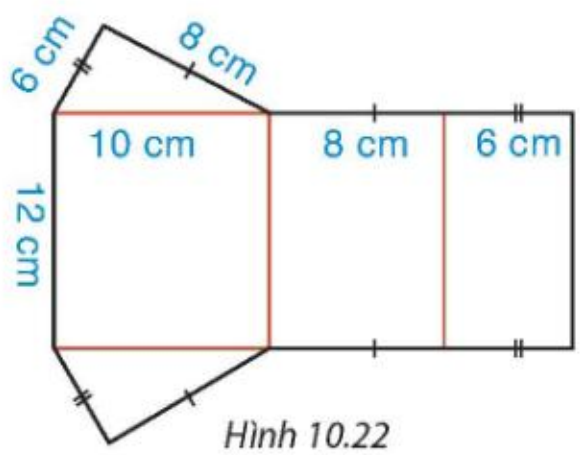
Các mặt đáy là các tam giác ABC và $A'B'C'$.

Các mặt bên là các hình chữ nhật $ABB'A'$, $ACC'A'$, $BCC'B'$.

Thực hành

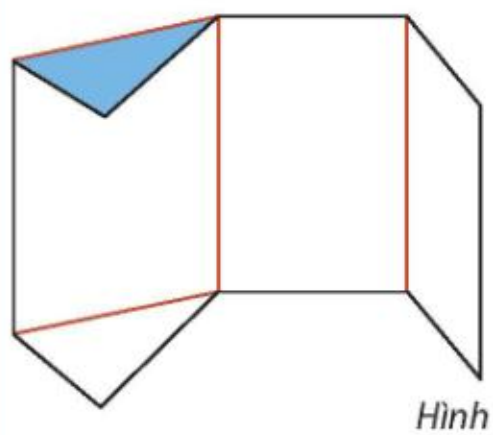
Cắt và gấp một miếng bìa thành hình lăng trụ đứng tam giác theo hướng dẫn sau:

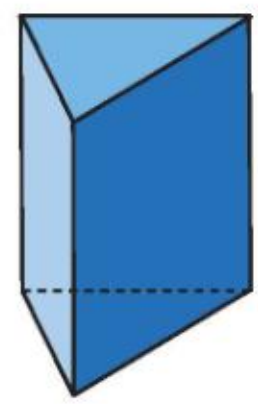
Bước 1. Vẽ hình khai triển theo mẫu và cắt theo viền (H.10.22).



Hình 10.22

Bước 2. Gấp theo nét màu cam. Ta được hình lăng trụ (H.10.23).

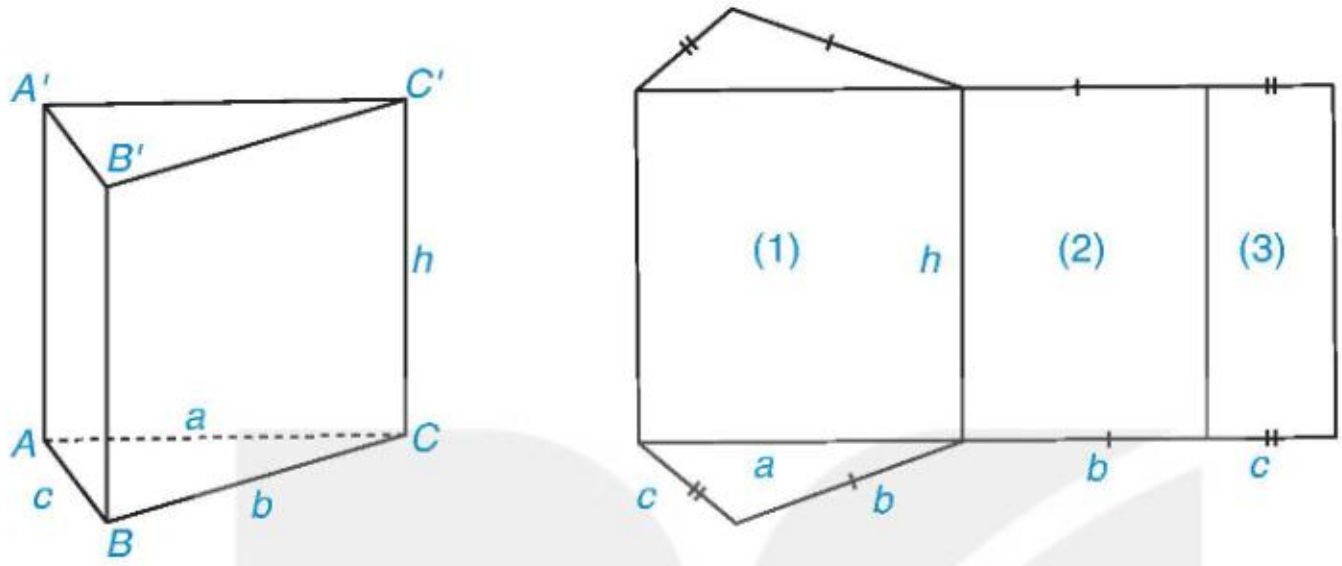

Hình 10.23



2 DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC, HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác

HĐ3 Quan sát hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ và hình khai triển của nó. Hãy chỉ ra sự tương ứng giữa các mặt bên với các hình chữ nhật của hình khai triển.



Hình 10.24

HĐ4 Tính tổng diện tích các hình chữ nhật (1), (2), (3) và so sánh với tích của chu vi đáy với chiều cao của hình lăng trụ đứng ở hình trên.

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác:

$$S_{xq} = C \cdot h,$$

trong đó S_{xq} : Diện tích xung quanh của hình lăng trụ,

C : Chu vi một đáy của hình lăng trụ,

h : Chiều cao của lăng trụ.

Ví dụ 2

Một quyển lịch để bàn (H.10.25) gồm các tờ lịch được đặt trên một giá đỡ bằng bìa có dạng hình lăng trụ đứng tam giác. Tính diện tích bìa dùng để làm giá đỡ của quyển lịch.



Hình 10.25

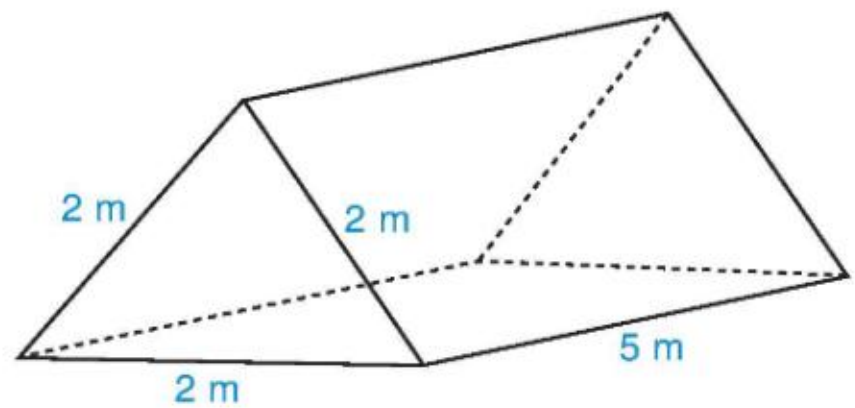
Giải

Diện tích bìa dùng để làm giá đỡ của quyển lịch là diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác:

$S_{xq} = C \cdot h = (20 + 20 + 7) \cdot 25 = 47 \cdot 25 = 1\,175\ (cm^2)$.

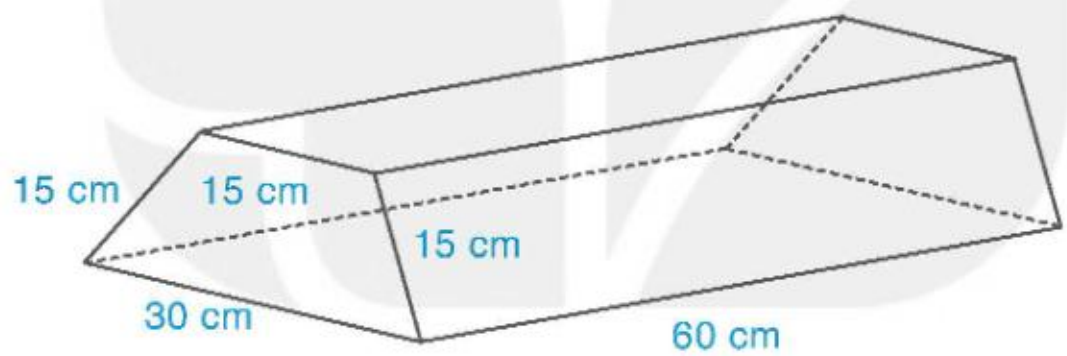
Luyện tập 1 Một lều chữ *A* dạng hình lăng trụ đứng có kích thước như Hình 10.26. Tính diện tích vải để làm hai mái và trải đáy của lều.





Hình 10.26

Vận dụng Một khúc gỗ dùng để chặn bánh xe (giúp xe không bị trôi khi dừng đỗ) có dạng hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang cân có kích thước như Hình 10.27. Người ta sơn xung quanh khúc gỗ này (không sơn hai đầu hình thang cân). Mỗi mét vuông sơn chi phí hết 20 000 đồng. Hỏi sơn xung quanh như vậy hết bao nhiêu tiền?



Hình 10.27

Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

Tương tự như hình hộp chữ nhật, hình lập phương, thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác được tính bằng tích của diện tích đáy và chiều cao của nó.

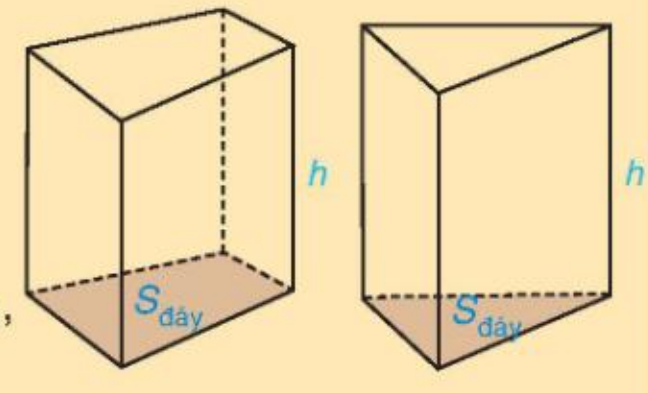
Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác:

$$V = S_{đáy} \cdot h,$$

trong đó V: Thể tích của hình lăng trụ đứng,

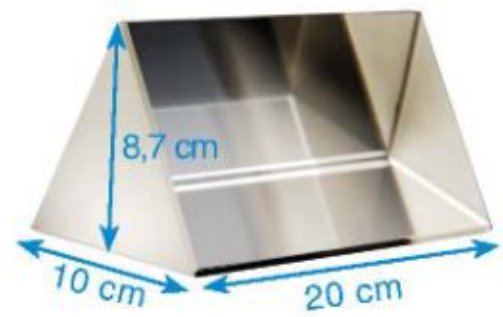
$S_{đáy}$: Diện tích một đáy của hình lăng trụ đứng,

h: Chiều cao của hình lăng trụ đứng.



Ví dụ 3

Một lăng kính được làm bằng thuỷ tinh có dạng một hình lăng trụ đứng tam giác như Hình 10.28. Tính thể tích thuỷ tinh dùng để làm lăng kính.



Hình 10.28

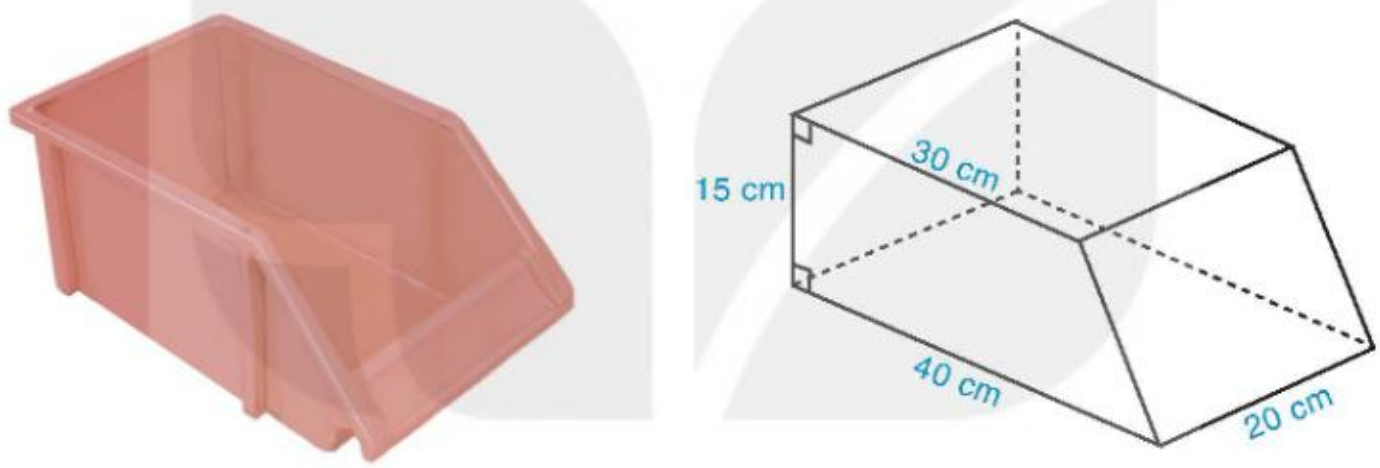
Giải

Diện tích tam giác đáy là $S_{đáy} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8{,}7 = 43{,}5\ (cm^2)$.

Thể tích thuỷ tinh dùng làm lăng kính là:

$$V = S_{đáy} \cdot h = 43{,}5 \cdot 20 = 870\ (cm^3).$$

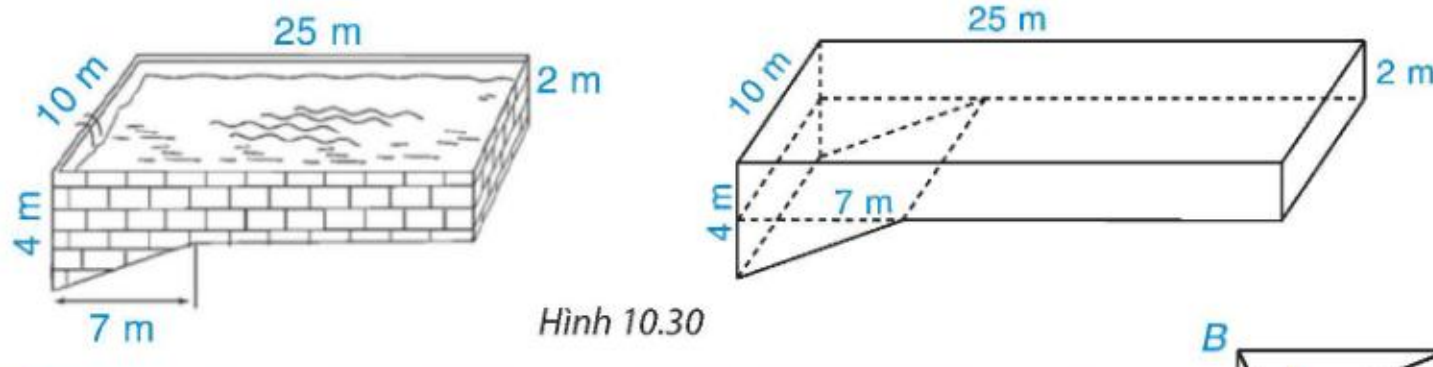
Luyện tập 2 Một chiếc khay đựng linh kiện bằng nhựa, có dạng hình lăng trụ đứng đáy là hình thang vuông với độ dài hai cạnh đáy là 30 cm, 40 cm và các kích thước như Hình 10.29. Tính thể tích của khay.



Hình 10.29

Thử thách nhỏ

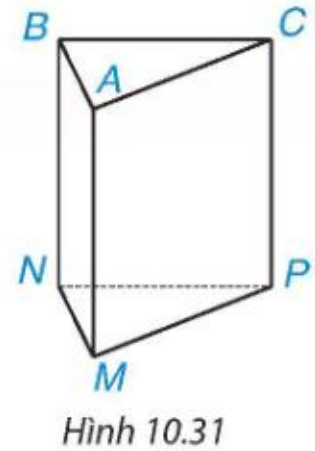
Một bể bơi có hình dạng và kích thước như Hình 10.30. Hình dạng của bể bơi được ghép bởi một hình hộp chữ nhật và một hình lăng trụ đứng tam giác. Khi bể bơi đầy ắp nước thì nó chứa bao nhiêu mét khối nước (bỏ qua độ dày của thành bể).



Hình 10.30

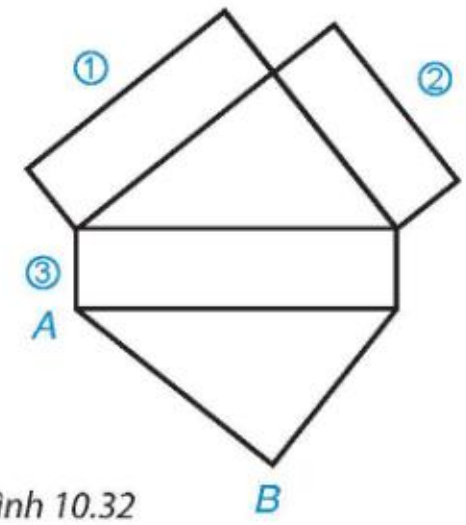
BÀI TẬP

10.11. Quan sát và gọi tên các mặt đáy, mặt bên, cạnh đáy, cạnh bên của hình lăng trụ đứng tam giác ở Hình 10.31.



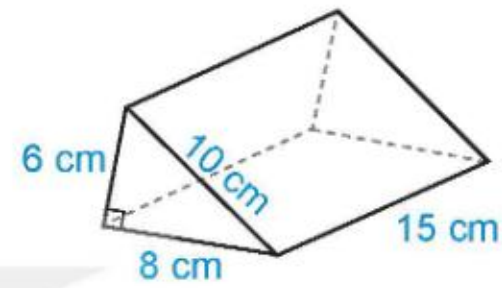
Hình 10.31

10.12. Quan sát Hình 10.32 và cho biết cạnh nào trong các cạnh ①, ②, ③ ghép với cạnh *AB* để có được hình lăng trụ đứng.



Hình 10.32

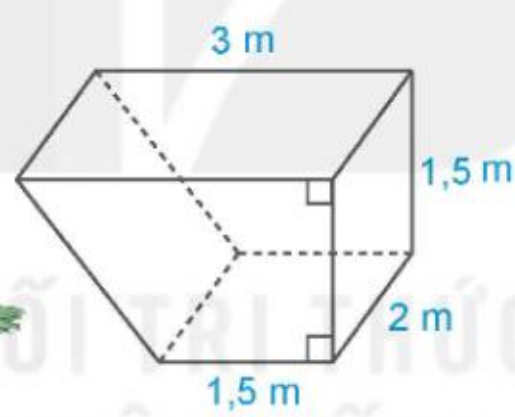
10.13. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình lăng trụ đứng trong Hình 10.33.



Hình 10.33

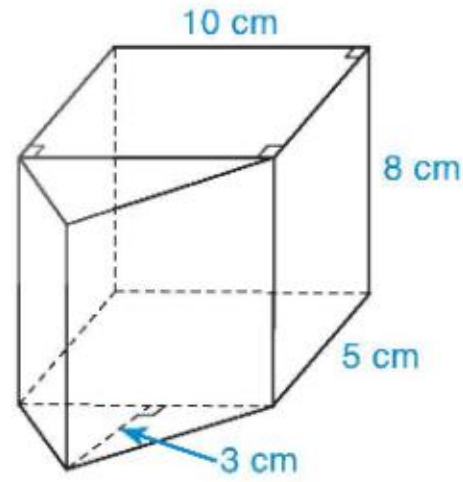
10.14. Thùng một chiếc máy nông nghiệp có dạng hình lăng trụ đứng tứ giác như Hình 10.34. Đáy của hình lăng trụ đứng này (mặt bên của thùng) là một hình thang vuông có độ dài đáy lớn 3 m, đáy nhỏ 1,5 m. Hỏi thùng có dung tích bao nhiêu mét khối?





Hình 10.34

10.15. Một hình gồm hai hình lăng trụ đứng ghép lại với các kích thước như ở Hình 10.35. Tính thể tích của hình ghép.

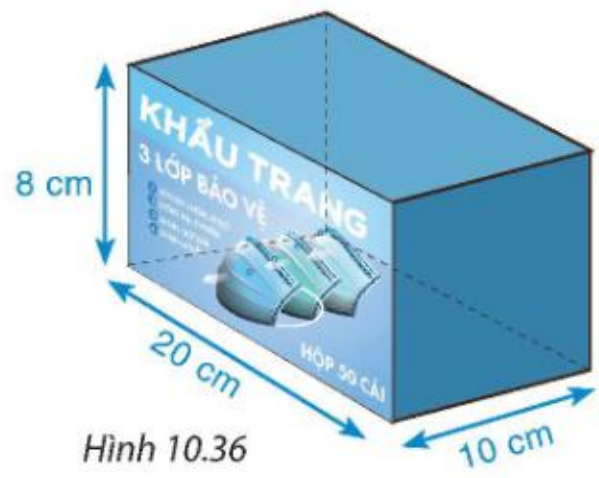


Hình 10.35

10.16. Một hộp đựng khẩu trang y tế được làm bằng bìa cứng có dạng một hình hộp chữ nhật, kích thước như Hình 10.36.

a) Hãy tính thể tích của hộp.

b) Tính diện tích bìa cứng dùng để làm hộp (bỏ qua mép dán).

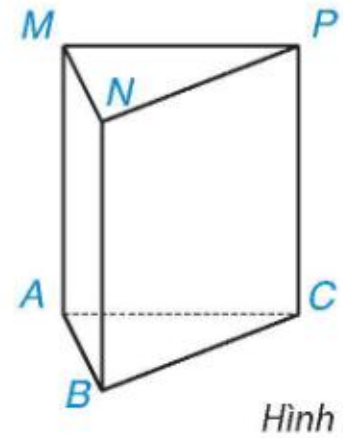


Hình 10.36

LUYỆN TẬP

Ví dụ 1

Gọi tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình lăng trụ đứng tam giác ở Hình 10.37.



Hình 10.37

Giải

Các đỉnh của hình lăng trụ là: *A, B, C, M, N, P.*

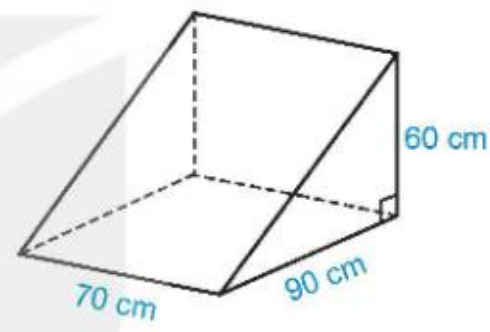
Các cạnh của hình lăng trụ là: *AB, BC, CA, MN, NP, PM, AM, BN, CP.*

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình chữ nhật *ABNM, BCPN, ACPM.*

Các mặt đáy của hình lăng trụ là các tam giác *ABC* và *MNP.*

Ví dụ 2

Ông Khôi làm một khối gỗ hình lăng trụ đứng tam giác, kích thước như Hình 10.38, để chèn bánh xe. Tính thể tích của khối gỗ.



Hình 10.38

Giải

Thể tích của khối gỗ là:

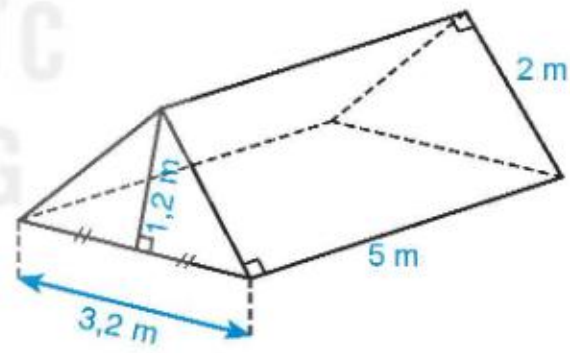
$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 90 \cdot 70 = 189\,000\ (\text{cm}^3) = 0{,}189\ (\text{m}^3).$$

Ví dụ 3

Chi đội của bạn Trang dựng một lều ở trại hè có dạng lăng trụ đứng tam giác với kích thước như Hình 10.39.

a) Tính thể tích khoảng không bên trong lều.

b) Biết lều phủ vải bạt 4 phía, trừ mặt tiếp đất. Tính diện tích vải bạt cần phải có để dựng lều.



Hình 10.39

Giải

a) Diện tích đáy lăng trụ là: $S_{\text{đáy}} = (3{,}2 \cdot 1{,}2) : 2 = 1{,}92\ (\text{m}^2)$.

Thể tích khoảng không bên trong lều là: $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 1{,}92 \cdot 5 = 9{,}6\ (\text{m}^3)$.

b) Diện tích vải bạt cần có để dựng lều chính là diện tích toàn phần của lăng trụ trừ đi diện tích mặt bên có kích thước là 5 m và 3,2 m.

Diện tích xung quanh lăng trụ là: $S_{\text{xq}} = C \cdot h = (2 + 2 + 3{,}2) \cdot 5 = 36\ (\text{m}^2)$.

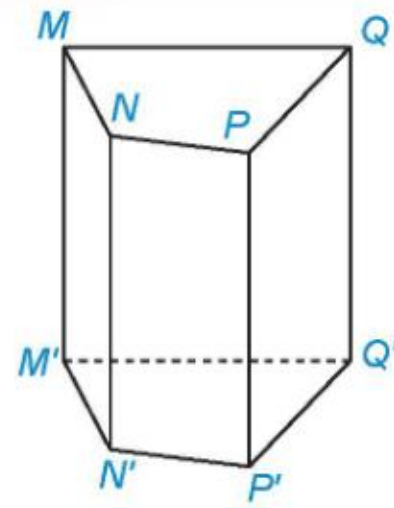
Diện tích toàn phần của hình lăng trụ là: $S_{\text{tp}} = S_{\text{xq}} + 2S_{\text{đáy}} = 36 + 2 \cdot 1{,}92 = 39{,}84\ (\text{m}^2)$.

Diện tích mặt bên kích thước 5 m và 3,2 m là: $5 \cdot 3{,}2 = 16\ (\text{m}^2)$.

Vậy diện tích vải bạt cần có để dựng lều là: $39{,}84 - 16 = 23{,}84\ (\text{m}^2)$.

BÀI TẬP

10.17. Viết tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình lăng trụ đứng tứ giác ở Hình 10.40.

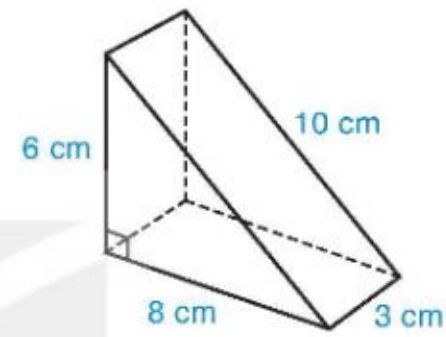


Hình 10.40

10.18. Một cái bánh ngọt có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, kích thước như Hình 10.41.

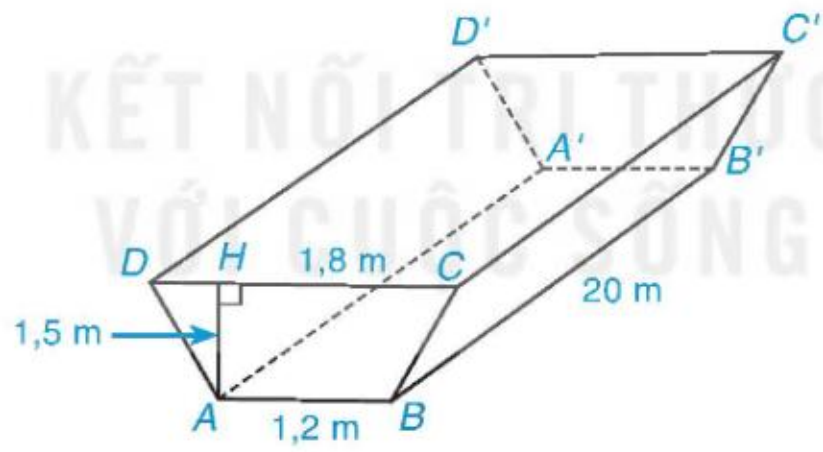
a) Tính thể tích cái bánh.

b) Nếu phải làm một chiếc hộp để đựng vừa khít cái bánh này thì diện tích vật liệu cần dùng là bao nhiêu (coi mép dán không đáng kể)?



Hình 10.41

10.19. Người ta đào một đoạn mương có dạng hình lăng trụ đứng tứ giác như Hình 10.42. Biết mương có chiều dài 20 m, sâu 1,5 m, bề mặt có chiều rộng 1,8 m và đáy mương rộng 1,2 m. Tính thể tích đất phải đào lên.



Hình 10.42

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

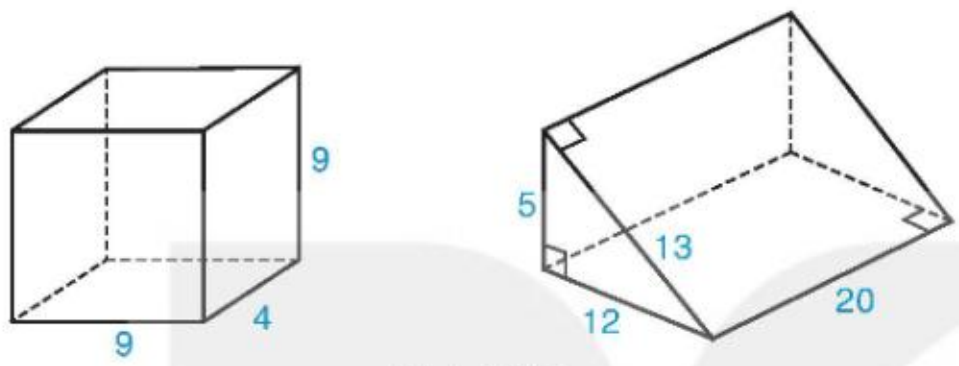
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG X

10.20. Người ta làm một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật bằng bìa với chiều dài 20 cm, chiều rộng 14 cm và chiều cao 15 cm.

a) Tính thể tích của cái hộp.

b) Tính diện tích bìa dùng để làm cái hộp.

10.21. Tính thể tích, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật và hình lăng trụ trong Hình 10.43.

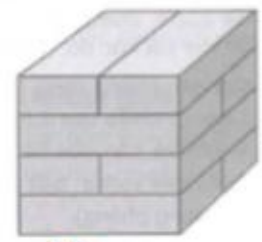


Hình 10.43

10.22. Người ta xếp một số viên gạch dạng hình hộp chữ nhật tạo thành một khối hình lập phương cạnh 20 cm như Hình 10.44.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của khối gạch hình lập phương.

b) Tìm kích thước mỗi viên gạch.



Hình 10.44

10.23. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 5 m, chiều rộng 4 m và chiều cao 3 m. Người ta muốn lăn sơn tường và trần nhà. Hỏi diện tích cần lăn sơn là bao nhiêu mét vuông, biết rằng tổng diện tích các cửa bằng 5,8 m^2 ?

10.24. Một bể cá dạng hình hộp chữ nhật làm bằng kính (không có nắp) có chiều dài 80 cm, chiều rộng 50 cm, chiều cao 45 cm. Mực nước ban đầu trong bể cao 35 cm.

a) Tính diện tích kính dùng để làm bể cá đó.

b) Người ta cho vào bể một hòn đá trang trí chìm hẳn trong nước thì mực nước của bể dâng lên thành 37,5 cm. Tính thể tích hòn đá.

10.25. Một chiếc cốc có dạng hình trụ, chứa đầy nước. Hỏi nếu bỏ vào cốc 5 viên đá dạng hình lập phương có cạnh 2 cm thì lượng nước trào ra ngoài là bao nhiêu?

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM



ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ TRONG ĐỜI SỐNG

Mục tiêu

- Biết chuyển đổi một số đơn vị đo chiều dài và khối lượng thông dụng.
- Thực hành tính toán việc tăng, giảm theo giá trị phần trăm của một mặt hàng.
- Thực hành tính lãi suất tiết kiệm và làm quen với Quy tắc 72 trong tài chính.

1 CHUYỂN ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG

Ở Việt Nam và nhiều nước khác, chúng ta thường dùng Hệ đo lường quốc tế SI, với các đơn vị đo chiều dài là mét, milimét, xentimét, đềximét, kilômét,... và các đơn vị đo khối lượng là kilôgam, yến, tạ, tấn,... Tuy nhiên ở Mỹ và một số quốc gia khác, người ta lại dùng Hệ đo lường Mỹ.

Trong mục này ta sẽ tìm hiểu đơn vị đo chiều dài và khối lượng trong Hệ đo lường Mỹ và cách chuyển đổi chúng về các đơn vị đo lường quen thuộc trong hệ SI.

CHUYỂN ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO CHIỀU DÀI

Inch viết tắt là in, là đơn vị đo chiều dài phổ biến ở Mỹ, Anh và một số nước khác; mỗi inch bằng 2,54 cm. Ngoài ra, người ta còn dùng các đơn vị đo độ dài khác như **foot** viết tắt là ft (1 ft = 12 in); **yard** viết tắt là yd (1 yd = 3 ft); **mile** viết tắt là mi (1 mi = 1 760 yd). Trong vận chuyển đường biển hoặc đường hàng không, người ta thường dùng đơn vị **hải lí**, viết tắt là nmi hoặc NM (từ tiếng Anh tương ứng là nautical mile) (1 nmi = 1 852 m).

HĐ1 Tượng Nữ thần Tự do ở Mỹ cao 151 ft 1 in (không kể bệ tượng).

(Theo *nps.gov*)



Hãy tính chiều cao của tượng Nữ thần Tự do theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng đơn vị).

CHUYỂN ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO KHỐI LƯỢNG

Pound hay **cân Anh**, viết tắt là lb, là một đơn vị đo khối lượng truyền thống của Anh, Mỹ và một số quốc gia khác. Hiện nay giá trị được quốc tế công nhận là mỗi pound bằng 0,45359237 kg và bằng 16 ounce.

HĐ2 Dưới đây là một số thông tin về khối lượng của tượng Nữ thần Tự do.

Khối lượng đồng dùng trong bức tượng	60 000 lb
Khối lượng thép dùng trong bức tượng	250 000 lb
Tổng khối lượng bức tượng	450 000 lb

(Theo *nps.gov*)

Hãy đổi các thông tin khối lượng trên sang đơn vị tấn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Vận dụng 1

Dưới đây là một số thông số kĩ thuật của một dòng máy bay.

Chiều dài	206 ft 1 in
Sải cánh	197 ft 3 in
Chiều cao	55 ft 10 in
Khối lượng rỗng	284 000 lb
Khối lượng cất cánh tối đa	560 000 lb
Tầm bay với cấu hình bình thường	7 635 nmi
Độ cao bay vận hành	43 000 ft



(Theo *flugzeuginfo.net*)

Hãy đổi các thông số kĩ thuật trên sang các đơn vị đo lường quen thuộc là mét (riêng tầm bay đổi sang kilômét) và kilôgam (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

2 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ TRONG TÀI CHÍNH

HĐ3 **Thực hành tính toán việc tăng, giảm theo giá trị phần trăm của một mặt hàng**



Trong đợt khuyến mại, một cửa hàng quần áo giảm giá 15% tất cả các sản phẩm.

a) Viết công thức tính giá mới của một mặt hàng theo giá cũ.

b) Nếu một chiếc áo phông có giá niêm yết là 300 nghìn đồng thì giá của nó sau khi giảm là bao nhiêu?

HĐ4 **Quy tắc 72 trong tài chính**



Trong tài chính, Quy tắc 72 là quy tắc tính nhẩm dùng để ước tính khoảng thời gian cần thiết để số vốn đầu tư ban đầu có thể tăng lên gấp đôi dựa vào mức lãi suất hằng năm cố định. Quy tắc này cho bởi công thức $t = \frac{72}{r}$, trong đó t là thời gian tính bằng năm, r% mỗi năm là lãi suất kép (tức là cứ sau mỗi năm số tiền lãi của năm đó lại được cộng vào số tiền gốc cũ để được số tiền gốc mới, dùng để tính lãi cho năm tiếp theo).

a) Một khoản đầu tư sẽ tăng gấp đôi trong bao lâu nếu lãi suất kép là 6% mỗi năm?

b) Bác Nam có 100 triệu đồng và bác muốn đầu tư để tăng gấp đôi số tiền của mình sau 5 năm. Hỏi lãi suất kép cho khoản đầu tư đó phải là bao nhiêu?

Vận dụng 2

Lãi suất kì hạn 12 tháng của một ngân hàng là 5,6%/năm.

a) Viết công thức tính số tiền lãi thu được sau một năm theo số tiền gửi.

b) Bác Hà gửi 120 triệu đồng với kì hạn 12 tháng ở ngân hàng đó. Hỏi sau một năm bác Hà nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi?

c) Giả sử lãi suất không thay đổi, hãy dùng Quy tắc 72 ước lượng số năm cần gửi tiết kiệm để số tiền gửi của bác Hà tăng gấp đôi.

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

VÒNG QUAY MAY MẮN

Mục tiêu

- Làm quen với các biến cố và nhận ra được biến cố có xảy ra hay không.
- Cảm nhận được xác suất xảy ra mỗi biến cố nhiều hay ít.

Chuẩn bị: Một miếng bìa cứng hình tròn được chia thành sáu phần bằng nhau, có ghi tên các phần thưởng, được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm như Hình T.1.

Luật chơi: Quay miếng bìa, nếu mũi tên chỉ vào ô màu xanh thì Vuông thắng cuộc, nếu mũi tên chỉ vào ô màu hồng thì Tròn thắng cuộc. Người thắng cuộc nhận được phần thưởng ghi trong ô mũi tên chỉ vào.



Hình T.1

CÁC BƯỚC THỰC HIỆN

Bước 1. Em đọc luật chơi trên và thảo luận xem:

- Hai biến cố "Vuông thắng", "Tròn thắng" có đồng khả năng không?
- Xác suất Vuông, Tròn nhận được phần thưởng nào là cao nhất (rubik, áo phông hay hộp bút)?

Bước 2. Chia lớp thành từng cặp để chơi. Một bạn đóng vai Vuông, một bạn đóng vai Tròn. Mỗi cặp thực hiện chơi 10 lần. Mỗi lần chơi xác định xem bạn nào thắng, phần thưởng là gì và ghi kết quả theo mẫu Bảng T.1.

Lần chơi	Người thắng	Phần thưởng
1	Vuông	Áo phông
...	...	...
10	Tròn	Rubik

Bảng T.1

Bước 3. Thống kê lại kết quả chơi của cả lớp theo mẫu Bảng T.2 và Bảng T.3.

Kết quả	Vuông thắng	Tròn thắng
Số lần	...	...

Bảng T.2

Phần thưởng Vuông, Tròn nhận được	Rubik	Áo phông	Hộp bút
Số lần	...	...	...

Bảng T.3

Bước 4.

- Từ dữ liệu Bảng T.2, em hãy tính xác suất thực nghiệm của các sự kiện "Vuông thắng", "Tròn thắng".
- Từ dữ liệu Bảng T.3, em hãy cho biết phần thưởng nào Vuông và Tròn được nhận là nhiều nhất.
- So sánh kết quả thu được với nội dung thảo luận trong Bước 1 và rút ra kết luận.

HỘP QUÀ VÀ CHÂN ĐẾ LỊCH ĐỂ BÀN CỦA EM

Mục tiêu

Vận dụng các kiến thức đã học về một số hình khối trong thực tiễn vào giải quyết một số tình huống trong thực tiễn như mĩ thuật, thủ công,...

HĐ1 CHIẾC HỘP ĐỰNG QUÀ

Chuẩn bị

- Vật liệu: Một mảnh bìa carton hoặc một tờ bìa màu cứng.
- Dụng cụ: Bút, thước thẳng, kéo, keo dán hoặc băng dính.
- Địa điểm thực hiện: Ở lớp học hoặc ở nhà.

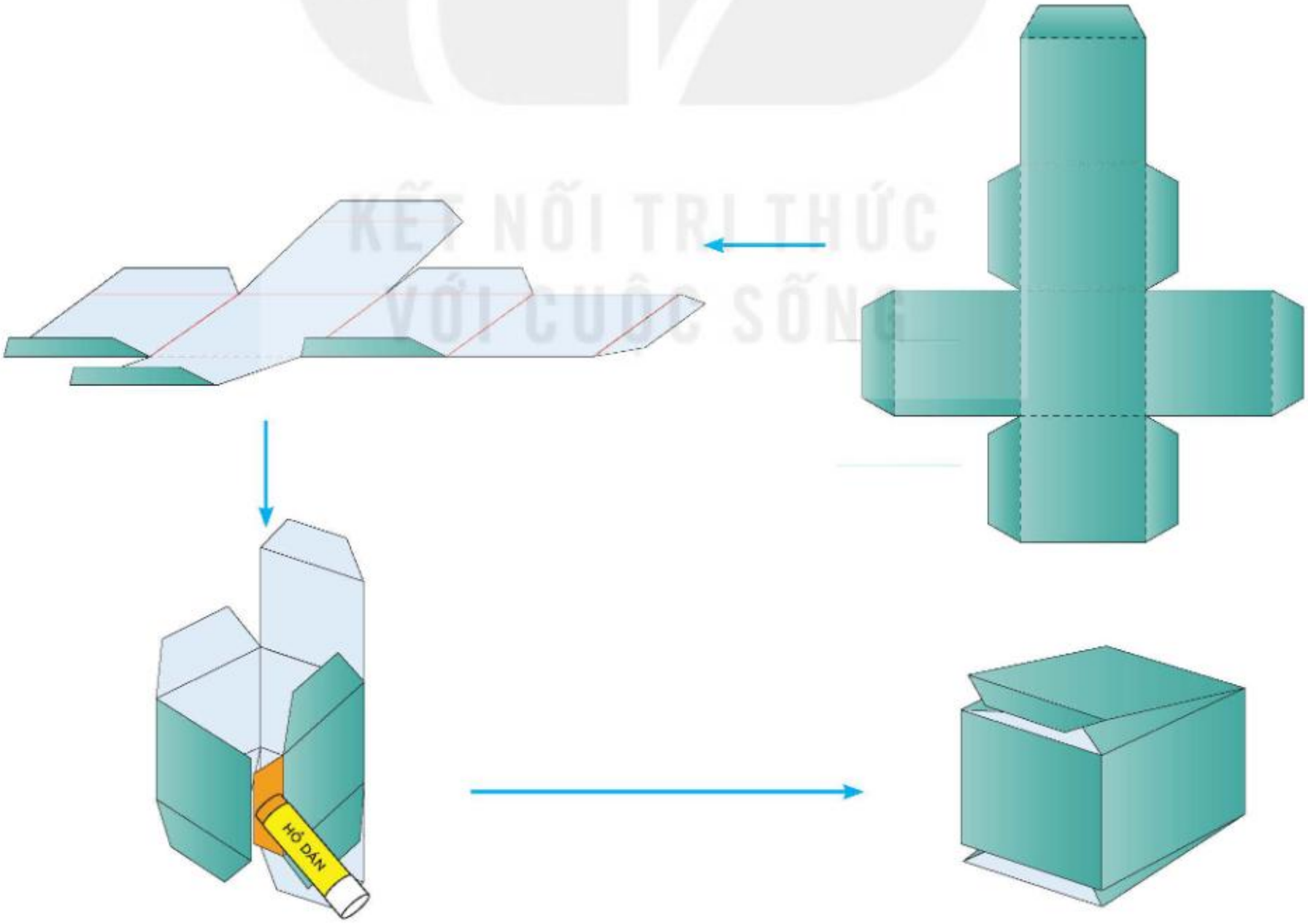
Hướng dẫn thực hiện

Bước 1. Vẽ rồi cắt hình khai triển của hình lập phương kèm theo mép của hộp.

Bước 2. Gấp theo các đường nét đứt.

Bước 3. Dán các mép của từng mặt vào với nhau (trừ nắp của hộp).

Bước 4. Gấp nắp dưới và nắp trên của hộp. Trang trí theo ý thích để được hộp đựng quà đẹp hơn.



KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

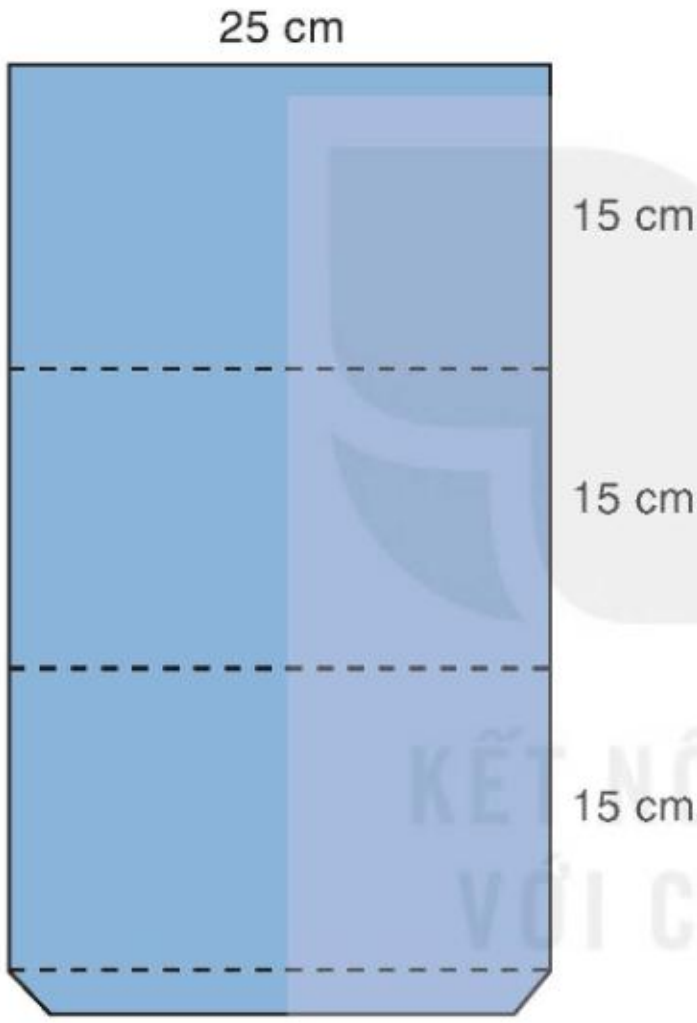
HĐ2 CHÂN ĐẾ LỊCH ĐỂ BÀN

Chuẩn bị

- Vật liệu: Bìa màu cứng.
- Dụng cụ: Kéo, thước, keo dán.
- Địa điểm thực hiện: Ở lớp học hoặc ở nhà.

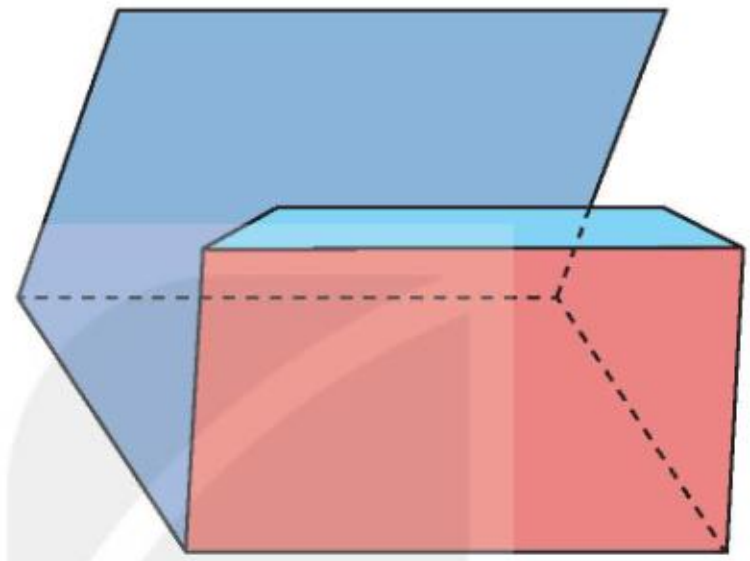
Hướng dẫn thực hiện

Bước 1. Vẽ phác trên bìa cứng như Hình T.2. Sau đó, dùng kéo cắt theo đường viền.



Hình T.2

Bước 2. Gấp phần bìa vừa cắt theo các đường nét đứt (H.T.3).



Hình T.3

Bước 3. Dùng keo dán hai mép để được chân đế lịch để bàn (H.T.4).



Hình T.4

Bước 4. Em có thể dán thời gian biểu, thời khoá biểu, nhắc việc của bản thân,... lên mặt ngoài của chân đế (H.T.5).



Hình T.5

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

SỐ VÀ ĐẠI SỐ

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{25}+(2^2\cdot 3)^2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^2+2\,020^0+\left|-\frac{1}{4}\right|$;

b) $\frac{3^2-0,25\cdot(7,5-5,1)}{-6,2+2\cdot(0,5+1,6)}$.

2. Tính một cách hợp lí.

a) $\frac{5}{11}-\frac{10}{19}+1,5+\frac{17}{11}-\frac{9}{19}$.

b) $2\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-2\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}\right)^2$.

3. a) Tìm x, biết $\frac{2}{5}x+\frac{3}{2}=\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{4}\right)$.

b) Có hay không số x thoả mãn điều kiện: $|x|+\frac{1}{5}=-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$?

c) Hãy *ước tính* (không tra bảng hay dùng máy tính) số dương x (lấy đến một chữ số sau dấu phẩy) sao cho $x^2 = 13$. Sau đó dùng máy tính cầm tay (hoặc tra bảng) để tính x, chính xác đến hàng phần chục để kiểm tra xem con số em ước tính chênh lệch bao nhiêu so với kết quả tính bằng máy tính.

4. Hai người thợ cùng làm tổng cộng được 136 sản phẩm (thời gian làm như nhau). Hỏi mỗi người thợ làm được bao nhiêu sản phẩm, biết rằng người thợ thứ nhất làm một sản phẩm mất 9 phút, còn người thứ hai làm một sản phẩm mất 8 phút?

5. Ba khối 6, 7, 8 của một trường Trung học cơ sở tham gia quyên góp vở tặng các bạn vùng khó khăn. Biết rằng số vở quyên góp được của ba khối theo thứ tự tỉ lệ thuận với 8, 7, 6 và số vở khối 8 quyên góp được ít hơn số vở khối 6 quyên góp được là 80 quyển. Hỏi mỗi khối quyên góp được bao nhiêu quyển vở?

6. Cho hai đa thức $A = 6x^3 - 4x^2 - 12x - 7$ và $B = 2x^2 - 7$.

a) Xác định hệ số cao nhất và hệ số tự do trong mỗi đa thức đã cho.

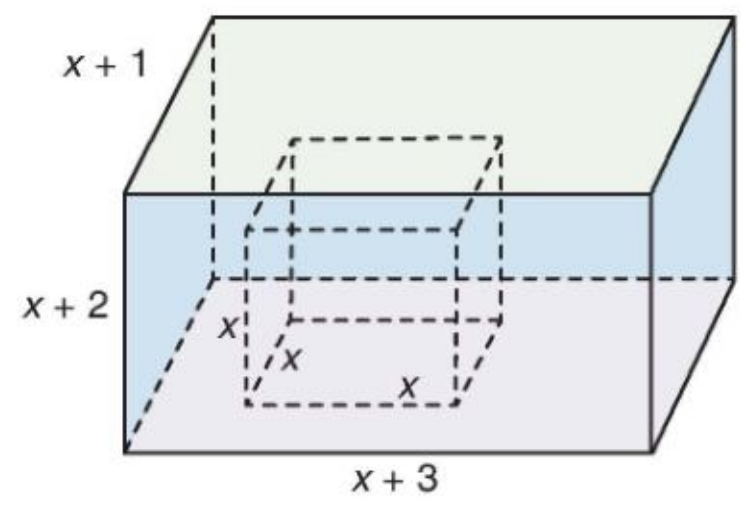
b) Tính giá trị của đa thức $A + B$ tại $x = -2$.

c) Chứng minh rằng $x = 0$, $x = -1$ và $x = 2$ là ba nghiệm của đa thức $A - B$.

d) Thực hiện phép nhân $A \cdot B$ bằng hai cách.

e) Tìm đa thức R có bậc nhỏ hơn 2 sao cho hiệu $A - R$ chia hết cho B.

7. Người ta đổ đầy nước vào một cái bể hình hộp chữ nhật, sau đó nhấn chìm một khối lập phương (đặc) có độ dài các cạnh bằng x (dm) vào trong bể. Biết rằng chiều rộng, chiều dài và chiều cao của bể lần lượt bằng $x + 1$, $x + 3$ và $x + 2$ (xem hình bên).



a) Tìm đa thức biểu thị thể tích nước còn lại trong bể.

b) Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức trong câu a.

c) Sử dụng kết quả câu a để tính lượng nước còn lại trong bể (đơn vị: dm^3) khi $x = 7$ dm.

HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

8. Cho tam giác ABC. Gọi D là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia DC, lấy điểm M sao cho $DM = DC$.

a) Chứng minh rằng $\Delta ADM = \Delta BDC$. Từ đó suy ra $AM = BC$ và $AM // BC$.

b) Gọi E là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia EB lấy điểm N sao cho $EN = EB$. Chứng minh rằng $AN // BC$.

c) Chứng minh rằng ba điểm M, A, N thẳng hàng và A là trung điểm của đoạn MN.

9. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Gọi H là trung điểm của BC.

a) Chứng minh $AH \perp BC$.

b) Trên tia đối của tia BC lấy điểm M; trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $BM = CN$. Chứng minh rằng $\Delta ABM = \Delta ACN$.

c) Gọi I là điểm trên AM, K là điểm trên AN sao cho $BI \perp AM$; $CK \perp AN$. Chứng minh rằng tam giác AIK cân tại A, từ đó suy ra $IK // MN$.

10. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi D là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BD = BA$ và H là trung điểm của AD. Tia BH cắt AC tại E. Tia DE cắt tia BA tại M. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABH = \Delta DBH$;

b) Tam giác AED cân;

c) $EM > ED$;

d) Tam giác BCM là tam giác đều và $CE = 2EA$, biết $\widehat{ABC} = 60°$.

THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

11. Bình thu thập số liệu về số học sinh phổ thông của cả nước từ năm 2015 đến năm 2020 và vẽ được biểu đồ sau:

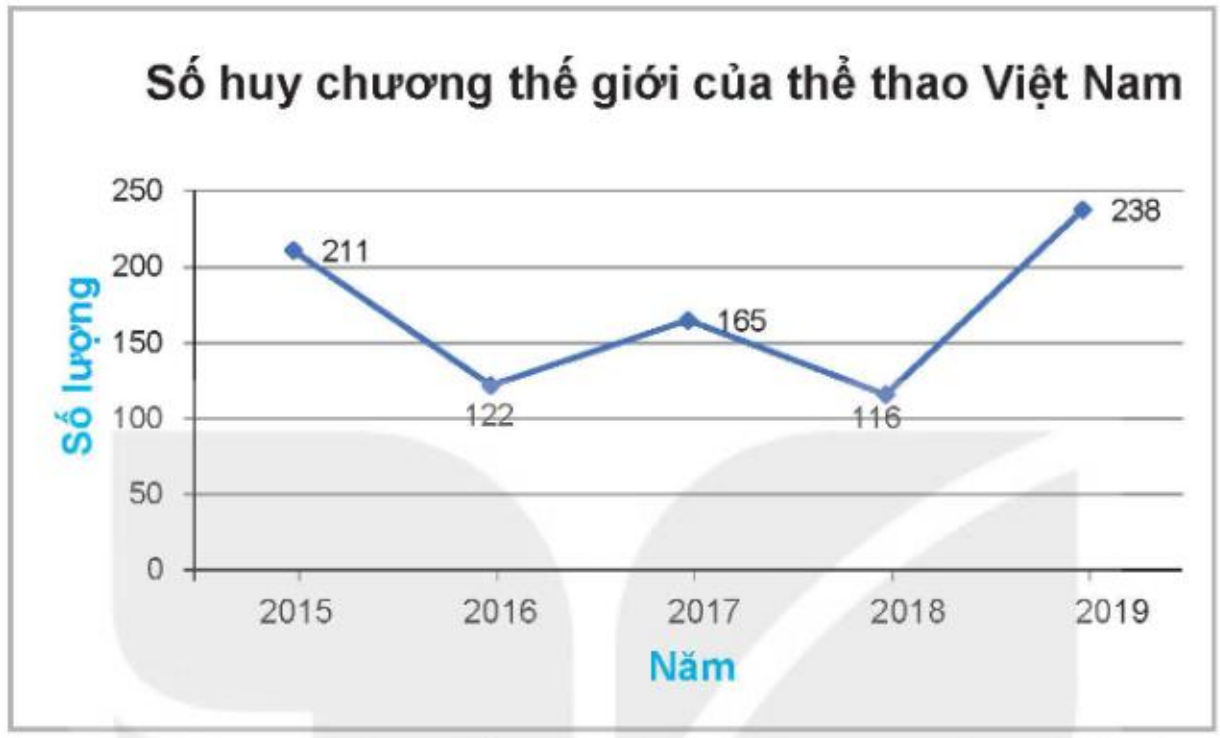


a) Số học sinh phổ thông cả nước từ năm 2015 đến năm 2020 có xu thế tăng hay giảm?

b) Hãy lập bảng thống kê về số lượng học sinh phổ thông của cả nước từ năm 2015 đến năm 2020.

c) Theo em, Bình đã dùng cách nào trong các cách thu thập dữ liệu đã học để có được số liệu trên?

12. Biểu đồ sau đây cho biết tổng số huy chương thế giới mà thể thao Việt Nam giành được trong các năm từ 2015 đến 2019:

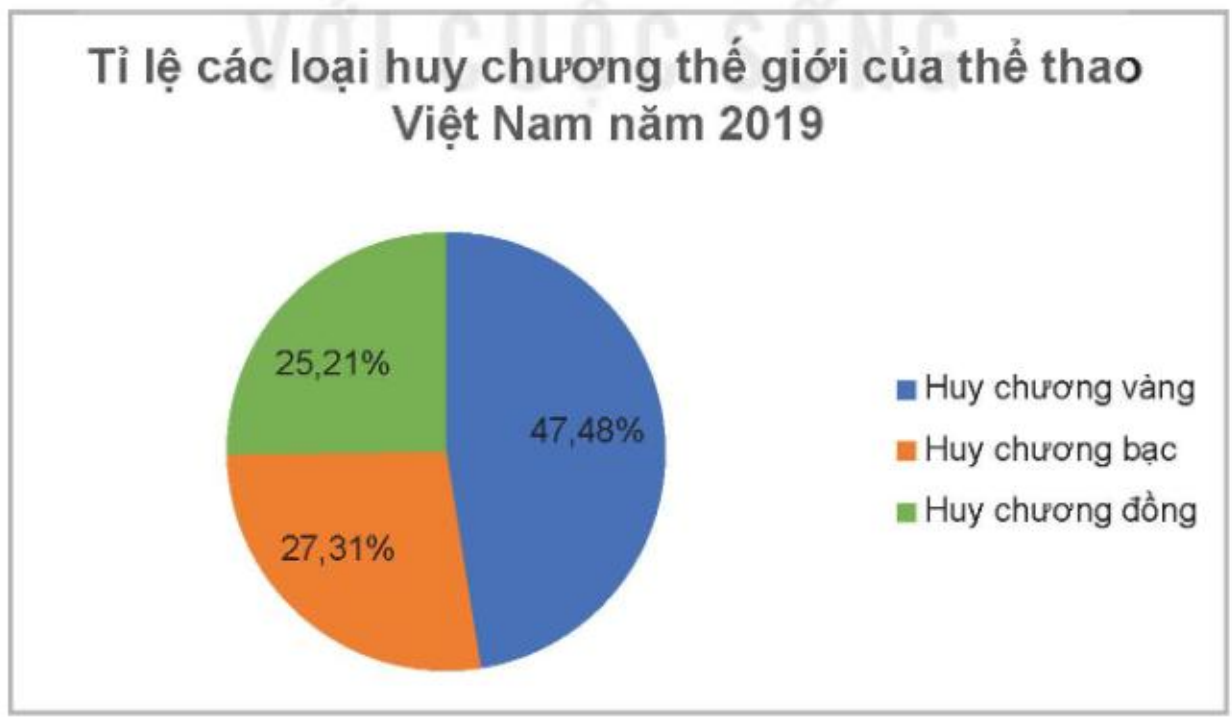


(Theo *Tổng cục Thống kê* – nay là *Cục Thống kê*)

a) Lập bảng thống kê về số huy chương thế giới mà thể thao Việt Nam đạt được từ năm 2015 đến năm 2019.

b) Trong các năm trên, năm nào thể thao Việt Nam giành được ít huy chương thế giới nhất?

c) Tỉ lệ các loại huy chương thế giới của thể thao Việt Nam trong năm 2019 được cho trong biểu đồ sau:



(Theo *Tổng cục Thống kê* – nay là *Cục Thống kê*)

Tính số lượng mỗi loại huy chương thế giới mà thể thao Việt Nam giành được trong năm 2019.

13. Trong trò chơi *Vòng quay may mắn*, người chơi sẽ quay một bánh xe hình tròn. Bánh xe được chia làm 12 phần như nhau, mỗi phần là một hình quạt tròn như hình bên. Trong mỗi hình quạt có ghi số điểm mà người chơi sẽ nhận được. Có hai hình quạt ghi 100 điểm; hai hình quạt ghi 200 điểm; hai hình quạt ghi 300 điểm; hai hình quạt ghi 400 điểm; một hình quạt ghi 500 điểm; hai hình quạt ghi 1 000 điểm và một hình quạt ghi 2 000 điểm. Khi bánh xe dừng lại, mũi tên (đặt cố định ở phía trên) chỉ vào hình quạt nào thì người chơi nhận được số điểm ghi trong hình quạt đó.



Bạn Mai tham gia trò chơi và quay một lần. Tính xác suất để mũi tên chỉ vào hình quạt:

a) Có số điểm nhỏ hơn hoặc bằng 2 000;

b) Có số điểm nhỏ hơn 100;

c) Có số điểm lớn hơn 300;

d) Có số điểm là 2 000.

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

B Bất đẳng thức tam giác 67

Biến cố 48

Biến cố chắc chắn 48

Biến cố không thể 48

Biến cố ngẫu nhiên 48

Biến số 23

Biểu thức đại số 23

Biểu thức số 23

C Cạnh đối diện góc trong tam giác 61

Cạnh huyền 62

D Dãy tỉ số bằng nhau 8

Dư (trong phép chia đa thức) 42

Đ Đa thức một biến 26

Đại lượng tỉ lệ nghịch 15

Đại lượng tỉ lệ thuận 11

Đường cao 79

Đường phân giác 74

Đường trung trực 77

Đường trung tuyến 72

Đường vuông góc 63

Đường xiên 63

G Giá trị của biểu thức 23

Giá trị của đa thức 29

Góc đối diện cạnh trong tam giác 60

H Hạng tử của đa thức 26

Hệ số cao nhất 28

Hệ số tỉ lệ 11, 15

Hệ số tự do 28

Hiệu của hai đa thức 32

Hình hộp chữ nhật 86

Hình lăng trụ đứng tam giác 95

Hình lăng trụ đứng tứ giác 95

Hình lập phương 86

K Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng 64

N Nghiệm của đa thức 29

P Phép chia có dư 42

Phép chia hết 39

T Thương (trong phép chia đa thức) 39, 42

Tỉ lệ thức 5

Tích của hai đa thức 37

Tổng của hai đa thức 31

Trọng tâm 73

Trực tâm 80

X Xác suất của biến cố 51

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

THUẬT NGỮ	GIẢI THÍCH
Bậc của đa thức khác đa thức không	Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó
Bất đẳng thức tam giác	Bất đẳng thức $AB < AC + BC$ (hoặc $AC < AB + BC$, $BC < AB + AC$), trong đó AB, AC và BC là ba cạnh của tam giác ABC
Biến	Chữ (dùng để thay cho các số) trong một biểu thức đại số
Biến cố	Các hiện tượng, sự kiện trong tự nhiên, cuộc sống
Biến cố chắc chắn	Biến cố biết trước được luôn xảy ra
Biến cố không thể	Biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra
Biến cố ngẫu nhiên	Biến cố không thể biết trước được có xảy ra hay không
Biểu thức đại số	Biểu thức có chứa chữ (dùng để thay cho các số)
Đa thức một biến (đa thức)	Tổng của những đơn thức của cùng một biến
Đa thức A chia hết cho đa thức B (B khác đa thức không)	Có đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$
Đơn thức một biến (đơn thức)	Biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với một luỹ thừa của biến
Đường cao (trong tam giác)	Đường thẳng (đoạn thẳng) hạ từ một đỉnh của tam giác và vuông góc với cạnh đối diện
Đường phân giác (trong tam giác)	Tia phân giác của một góc trong tam giác
Đường trung trực (trong tam giác)	Đường trung trực của một cạnh trong tam giác
Đường trung tuyến (trong tam giác)	Đường thẳng (đoạn thẳng) nối một đỉnh của tam giác với trung điểm của cạnh đối diện
Hai đại lượng tỉ lệ thuận	Hai đại lượng x và y liên hệ với nhau theo công thức $y = kx$, trong đó k là một số khác 0
Hai đại lượng tỉ lệ nghịch	Hai đại lượng x và y liên hệ với nhau theo công thức $y = \frac{a}{x}$, trong đó a là một số khác 0
Hệ số cao nhất	Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất trong một đa thức
Hệ số tự do	Hạng tử không chứa biến trong một đa thức
Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d	Độ dài đoạn vuông góc hạ từ điểm A đến đường thẳng d
Trực tâm	Giao điểm ba đường cao của một tam giác
Trọng tâm	Giao điểm ba đường trung tuyến của một tam giác
Xác suất của biến cố	Số nhận giá trị từ 0 đến 1, biểu thị khả năng xảy ra của biến cố đó

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng thành viên – Tổng Giám đốc NGUYỄN TIẾN THANH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập lần đầu: ĐẶNG THỊ MINH THU – NGUYỄN TRỌNG THIỆP
Biên tập tái bản: HOÀNG THỊ THANH
Biên tập mĩ thuật: NGUYỄN BÍCH LA
Thiết kế sách: PHẠM VIỆT QUANG – NGUYỄN HỒNG SƠN
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Minh hoạ: LÊ THẾ HẢI – NGUYỄN HỒNG SƠN
Sửa bản in: PHAN THỊ THANH BÌNH
Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

Bản quyền © (2022) thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Xuất bản phẩm đã đăng kí quyền tác giả. Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

TOÁN 7 – TẬP HAI

Mã số: G1HH7T002h26

In ... bản, (QĐ ...) khổ 19 x 26,5 cm.
Đơn vị in: ...
Địa chỉ: ...
Số ĐKXB: 7-2026/CXBIPH/64-09/GD.
Số QĐXB: .../QĐ - GD - HN ngày ... tháng ... năm ....
In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 20...
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-30715-6
Tập hai: 978-604-0-30716-3



HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 7 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Ngữ văn 7, tập một
2. Ngữ văn 7, tập hai
3. Toán 7, tập một
4. Toán 7, tập hai
5. Khoa học tự nhiên 7
6. Công nghệ 7
7. Lịch sử và Địa lí 7
8. Mĩ thuật 7
9. Âm nhạc 7
10. Giáo dục công dân 7
11. Tin học 7
12. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 7
13. Giáo dục thể chất 7
14. Tiếng Anh 7 – Global Success – SHS

Website: https://www.nxbgd.vn

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

ISBN 978-604-0-30716-3

9 786040 307163

Giá: 14.900 đ